

## Математическая модель нестационарного охлаждения газов в теплообменном аппарате

Александров В.Ю.<sup>1</sup>, Королева А.П.<sup>1,2</sup>, Сафонова Д.Б.<sup>1</sup>, Французов М.С.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова, г. Москва

<sup>2</sup> Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, г. Москва

e-mail: frantsuzov@ciam.ru

Предложена математическая модель нестационарного теплообмена в проточном тракте теплообменного аппарата, предназначенного для снижения температуры выхлопных газов на экспериментальном стенде для огневых испытаний авиационных двигателей. Найдено аналитическое решение в квадратурах системы уравнений в частных производных, отражающих модель нестационарного нагрева элементов стендового теплообменного аппарата и охлаждения выхлопных газов с учетом их сопряжения.

**Ключевые слова:** нестационарный теплообмен, теплообменный аппарат, математическая модель.

## Mathematical model of unsteady cooling of gases in heat exchanger

Aleksandrov V.Yu.<sup>1</sup>, Koroleva A.P.<sup>1,2</sup>, Safonova D.B.<sup>1</sup>, Frantsuzov M.S.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> CIAM, Moscow

<sup>2</sup> BMSTU, Moscow

Mathematical model of unsteady heat transfer for heat-exchanger walls is suggested. The heat-exchanger is used for decrease of aviation engine test facility exhaust gas temperature. The analytical solution in quadratures for partial differential system of equations for unsteady heat exchanger parts heating was found, taking into account its conjugation.

**Keywords:** unsteady heat transfer, heat exchanger, mathematical model.

### Введение

При испытаниях реактивных двигателей на экспериментальных стендах необходимо существенно снижать температуру выхлопных газов, особенно при использовании эксгаустерных агрегатов для создания высотных условий. Для охлаждения выхлопных газов применяют теплообменные аппараты-холодильники (ТА). Этап исследовательских испытаний при разработке перспективных двигателей содержит большой объем кратковременных (длительностью 3...10 с) запусков. В этом случае ТА работает исключительно в нестационарном тепловом режиме, что позволяет существенно форсировать режимы работы стенда при кратковременных испытаниях путем использования аккумулятивного хладоресурса металлической конструкции ТА. Таким образом, оценка теплового состояния конструкции ТА и определение времени его выхода на стационарный режим являются важными практическими задачами.

В связи со сложностью и большим перекрытием площади проходного сечения проточного тракта ТА охлаждающими элементами построение расчетной сетки и выполнение численного моделирования с использованием математических моделей высокого уровня требуют больших затрат времени и вычислительных ресурсов. Поэтому крайне актуально создание упрощенных математических моделей, позволяющих решать задачи нестационарного теплообмена в элементах ТА. Такие модели можно применять и на этапе проектирования для экспресс-анализа эффективности различных конструктивных решений.

При постановке задачи учитывается взаимное тепловое влияние твердого тела, газа и жидкости [1, 2], т. е. прогрев материала элементов конструкции ТА, омываемых с одной стороны горячим газом, а с другой – хладагентом (водой). Уравнения сохранения энергии для всех сред (газа, твердого тела, жидкости) в ТА решаются совместно, реализуя их сопряжение.

Решение нестационарных задач сопряженного теплообмена связано с серьезными математическими трудностями [2, 3]. Поэтому наиболее рациональным подходом к их решению является создание моделей с использованием упрощающих предположений, линеаризации и постоянства ряда параметров [4].

В настоящей работе задача нестационарного теплообмена решена в упрощенной постановке с представлением решения в квадратурах, т. е. в виде интегралов от известных функций.

## Постановка задачи

Рассмотрен нестационарный процесс теплообмена между элементами ТА с горячими газообразными продуктами сгорания. Согласно расчетной схеме ТА, представленной на рис. 1, температура  $T_w$  стенок ТА в начальный момент времени равна температуре охладителя  $T_c$ . При запуске в проточный тракт ТА начинает поступать горячий газ с массовым расходом  $G$  и температурой  $T_0$ . Течение газа дозвуковое. Газ, проходя единицу длины по тракту ТА, нагревает стенки тракта и внутренние поперечные трубки, охлаждаясь при этом. Задачу теплообмена можно рассматривать в одномерной нестационарной постановке, характеризуя теплообмен между газом и элементами ТА соответствующими средними коэффициентами теплоотдачи, зависящими в том числе от числа внутренних трубок, приходящихся на единицу длины тракта. Температуры газа и стенок в каждом сечении считают независимыми от поперечных координат.

Для омываемых газом элементов конструкции ТА рассматривается приближение тонкой стенки, т. е. условие нулевого градиента температуры поперек стенок. При этом тепловым потоком в продольном направлении стенок можно пренебречь. Аналогичный подход, позволяющий эффективно решать задачи нестационарного теплообмена в ТА, был использован в работе [4].

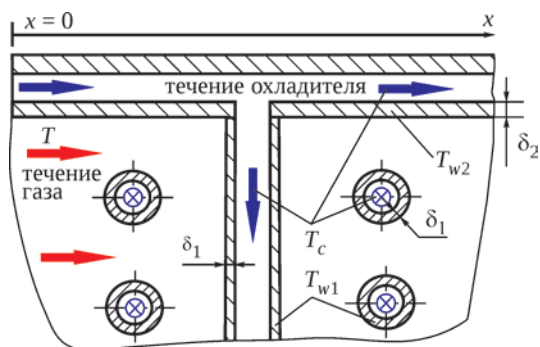


Рис. 1. Расчетная схема ТА:

$T(x, t)$  — температура газа в сечении  $x$  в момент времени  $t$ ;  
 $T_{w1}(x, t)$  — температура стенок внутренних трубок ТА;  
 $T_{w2}(x, t)$  — температура стенки проточного тракта ТА;  
 $T_c$  — температура охладителя;  $\delta_1$  и  $\delta_2$  — толщины стенок трубок и проточного тракта ТА

## Математическая модель теплообмена

Координатная ось  $x$ , вдоль которой изменяется температура, направлена по ходу течения газа вдоль проточного тракта ТА (см. рис. 1). Температура хладагента (воды) принята постоянной  $T_c = \text{const}$ ; наружные стенки ТА — теплоизолированные.

Граничные и начальные условия для температуры газа и температур стенок следующие:

$$T(0, t) = T_0; \quad T_{w1}(x, 0) = T_{w2}(x, 0) = T_c. \quad (1)$$

Нестационарный процесс изменения температуры газа в проточном тракте ТА описывается уравнением

$$Gc_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} dt + \frac{\partial T}{\partial x} dx \right) = -\alpha_1 S_1 (T - T_{w1}) dx - \alpha_2 S_2 (T - T_{w2}) dx, \quad (2)$$

где  $G$  — массовый расход газа;  $c_p$  — изобарная теплоемкость газа;  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  — коэффициенты теплоотдачи от газа к внутренним трубкам и к внутренней стенке проточного тракта ТА соответственно;  $S_1 = L_{cp} \pi D_1$  — площадь омываемой поверхности внутренних трубок ТА на единицу длины проточного тракта;  $L_{cp}$  — средняя высота внутренних трубок на единицу длины проточного тракта;  $D_1$  — внешний диаметр внутренних трубок ТА;  $S_2 = \pi D_2$  — площадь омываемой поверхности стенки проточного тракта ТА на единицу длины тракта;  $D_2$  — диаметр омываемой газом стенки ТА.

Разделив выражение (2) на  $dt$  и проведя незначительные преобразования, получим:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{\alpha_1 S_1 u}{Gc_p} (T - T_{w1}) - \frac{\alpha_2 S_2 u}{Gc_p} (T - T_{w2}), \quad (3)$$

где  $u$  — скорость движения газа по тракту ТА, которая предполагается постоянной.

Уравнения для температуры элементов конструкции ТА имеют вид:

$$\begin{aligned} \rho_1 C_1 S_{D1} L_{cp} \frac{\partial T_{w1}}{\partial t} &= \alpha_1 S_1 (T - T_{w1}) - \alpha_{c1} S_{c1} (T_{w1} - T_c); \\ \rho_2 C_2 S_{D2} \frac{\partial T_{w2}}{\partial t} &= \alpha_2 S_2 (T - T_{w2}) - \alpha_{c2} S_{c2} (T_{w2} - T_c), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $S_{c1} \approx S_1$  — площадь омываемой хладагентом (водой) внутренней поверхности трубок ТА на единицу длины проточного тракта (введено предположение о малости толщины стенки трубки по сравнению с ее диаметром);  $S_{c2} \approx S_2$  — площадь омываемой хладагентом (водой) поверхности стенки ТА на единицу длины тракта;  $S_{D1} \approx \pi D_1 \delta_1$  — площадь поперечного сечения стенки внутренней трубки;  $S_{D2} \approx \pi D_2 \delta_2$  — площадь поперечного сечения внутренней стенки проточного тракта;  $\rho_1$  и  $\rho_2$  — плотности материалов трубок и стенки ТА соответственно;  $C_1$  и  $C_2$  — теплоемкости материалов

трубок и стенки ТА соответственно;  $\alpha_{c1}$  и  $\alpha_{c2}$  – коэффициенты теплоотдачи от трубок и от стенки ТА к хладагенту (воде) соответственно.

Введем безразмерные переменные:

$$\bar{x} = \frac{x}{L}; \quad \bar{t} = \frac{t}{\tau}; \quad \bar{T} = \frac{T - T_c}{T_0 - T_c};$$

$$\bar{T}_{w1} = \frac{T_{w1} - T_c}{T_0 - T_c}; \quad \bar{T}_{w2} = \frac{T_{w2} - T_c}{T_0 - T_c}, \quad (5)$$

где  $L$  – характерная длина (например, длина ТА);  $\tau$  – характерное время (например, время прогрева стенок ТА).

Уравнения (3) и (4) в безразмерной форме:

$$\frac{1}{Sh} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} = -A_1(\bar{T} - \bar{T}_{w1}) - A_2(\bar{T} - \bar{T}_{w2});$$

$$\frac{\partial \bar{T}_{w1}}{\partial \bar{t}} = B_1(\bar{T} - \bar{T}_{w1}) - B_2 \bar{T}_{w1}; \quad (6)$$

$$\frac{\partial \bar{T}_{w2}}{\partial \bar{t}} = D_1(\bar{T} - \bar{T}_{w2}) - D_2 \bar{T}_{w2},$$

где:  $Sh = u\tau/L$  – число Струхалия;

$$A_1 = \alpha_{c1} S_1 L / (Gc_p); \quad A_2 = \alpha_{c2} S_2 L / (Gc_p);$$

$$B_1 = \alpha_{c1} S_1 \tau / (\rho_1 C_1 S_{D1} L_{cp}); \quad B_2 = \alpha_{c1} S_{c1} \tau / (\rho_1 C_1 S_{D1} L_{cp});$$

$$D_1 = \alpha_{c1} S_1 \tau / (\rho_2 C_2 S_{D2}); \quad D_2 = \alpha_{c2} S_{c2} \tau / (\rho_2 C_2 S_{D2}).$$

Краевые условия примут следующий безразмерный вид:

$$\bar{T}(0, \bar{t}) = 1; \quad \bar{T}_{w1}(\bar{x}, 0) = \bar{T}_{w2}(\bar{x}, 0) = 0. \quad (7)$$

Для оценки порядка членов системы уравнений (6) необходимы следующие пояснения: прогрев элементов ТА исчисляется секундами или десятками секунд; скорости движения выхлопного газа в проточном тракте ТА систем стенов  $u \approx 100$  м/с; длина ТА до 20 м. В этом случае число  $Sh$  изменяется в диапазоне  $10^2 \dots 10^3$ .

При этих условиях слагаемым, содержащим частную производную температуры по времени в первом уравнении системы (6), можно пренебречь. Тогда система (6) примет окончательный вид:

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} = -A_1(\bar{T} - \bar{T}_{w1}) - A_2(\bar{T} - \bar{T}_{w2});$$

$$\frac{\partial \bar{T}_{w1}}{\partial \bar{t}} = B_1(\bar{T} - \bar{T}_{w1}) - B_2 \bar{T}_{w1}; \quad (8)$$

$$\frac{\partial \bar{T}_{w2}}{\partial \bar{t}} = D_1(\bar{T} - \bar{T}_{w2}) - D_2 \bar{T}_{w2}.$$

Система уравнений в частных производных (8) может быть решена методом интегральных преобразований Лапласа. Функции  $\bar{T}(\bar{x}, \bar{t})$ ,  $\bar{T}_{w1}(\bar{x}, \bar{t})$ ,  $\bar{T}_{w2}(\bar{x}, \bar{t})$  – гладкие, ограничены интегрируемыми функциями и полностью удовлетворяют условиям применения интегрального преобразования Лапласа [5].

Применим интегральное преобразование Лапласа по переменной  $\bar{t}$  к системе (8), вводя обозначения для изображений по Лапласу:

$$F(p, \bar{x}) = \int_0^{\infty} \bar{T}(\bar{x}, \bar{t}) e^{-p\bar{t}} d\bar{t}; \quad W_1(p, \bar{x}) = \int_0^{\infty} \bar{T}_{w1}(\bar{x}, \bar{t}) e^{-p\bar{t}} d\bar{t};$$

$$W_2(p, \bar{x}) = \int_0^{\infty} \bar{T}_{w2}(\bar{x}, \bar{t}) e^{-p\bar{t}} d\bar{t}. \quad (9)$$

Принимая во внимание начальные условия (7), получим:

$$\int_0^{\infty} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{t}} e^{-p\bar{t}} d\bar{t} = \bar{T}_{w1} e^{-p\bar{t}} \Big|_0^{\infty} + p \int_0^{\infty} \bar{T}_{w1} e^{-p\bar{t}} d\bar{x} = pW_1;$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\partial \bar{T}_{w1}}{\partial \bar{t}} e^{-p\bar{t}} d\bar{t} = \bar{T}_{w1} e^{-p\bar{t}} \Big|_0^{\infty} + p \int_0^{\infty} \bar{T}_{w1} e^{-p\bar{t}} d\bar{x} = pW_1; \quad (10)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\partial \bar{T}_{w2}}{\partial \bar{t}} e^{-p\bar{t}} d\bar{t} = \bar{T}_{w2} e^{-p\bar{t}} \Big|_0^{\infty} + p \int_0^{\infty} \bar{T}_{w2} e^{-p\bar{t}} d\bar{x} = pW_2.$$

Используя выражения (9) и (10) при подстановке в (8), получим систему уравнений для изображений по Лапласу:

$$F_{\bar{x}} = -A_1(F - W_1) - A_2(F - W_2); \quad (11)$$

$$pW_1 = B_2(F - W_1) - B_2W_1; \quad pW_2 = D_2(F - W_2) - D_2W_2.$$

Решая (11) с учетом граничного условия (7), получим:

$$F(p, \bar{x}) = \frac{1}{p} e^{-(A_1+A_2)\bar{x} + \frac{A_1B_1\bar{x}}{p+B_1+B_2} + \frac{A_2D_1\bar{x}}{p+D_1+D_2}}; \quad (12)$$

$$W_1(p, \bar{x}) = \frac{B_1}{p(p+B_1+B_2)} e^{-(A_1+A_2)\bar{x} + \frac{A_1B_1\bar{x}}{p+B_1+B_2} + \frac{A_2D_1\bar{x}}{p+D_1+D_2}};$$

$$W_2(p, \bar{x}) = \frac{D_1}{p(p+D_1+D_2)} e^{-(A_1+A_2)\bar{x} + \frac{A_1B_1\bar{x}}{p+B_1+B_2} + \frac{A_2D_1\bar{x}}{p+D_1+D_2}}.$$

Решение (12) удовлетворяет условиям существования оригинала для изображения. Используя правила нахождения оригиналов [5] и таблицы [6], получаем решение для безразмерной температуры газа:

$$\bar{T}(\bar{x}, \bar{t}) = e^{-(A_1+A_2)\bar{x}} \left[ \frac{\partial}{\partial \bar{t}} \int_0^{\bar{t}} e^{-(B_1+B_2)(\bar{t}-\tau) - (D_1+D_2)\tau} \times \right.$$

$$\times I_0 \left( 2\sqrt{A_1B_1\bar{x}(\bar{t}-\tau)} \right) I_0 \left( 2\sqrt{A_2D_1\bar{x}\tau} \right) d\tau + \quad (13)$$

$$\left. + (B_1+B_2+D_1+D_2) \int_0^{\bar{t}} e^{-(B_1+B_2)(\bar{t}-\tau) - (D_1+D_2)\tau} \times \right.$$

$$\times I_0 \left( 2\sqrt{A_1B_1\bar{x}(\bar{t}-\tau)} \right) I_0 \left( 2\sqrt{A_2D_1\bar{x}\tau} \right) d\tau +$$

$$\left. + (B_1+B_2)(D_1+D_2) \int_0^{\bar{t}} \int_0^{\tau} e^{-(B_1+B_2)(\tau-\vartheta) - (D_1+D_2)\vartheta} \times \right.$$

$$\left. \times I_0 \left( 2\sqrt{A_1B_1\bar{x}(\tau-\vartheta)} \right) I_0 \left( 2\sqrt{A_2D_1\bar{x}\vartheta} \right) d\vartheta d\tau \right],$$

где  $I_0(x)$  – модифицированная функция Бесселя 1-го рода.

Безразмерная температура стенок внутренних трубок ТА:

$$\begin{aligned} \bar{T}_{w1}(\bar{x}, \bar{t}) = & B_1 e^{-(A_1+A_2)\bar{x}} \left[ \int_0^{\bar{t}} e^{-(B_1+B_2)(\bar{t}-\tau)-(D_1+D_2)\tau} \times \right. \\ & \times I_0\left(2\sqrt{A_1 B_1 \bar{x}(\bar{t}-\tau)}\right) I_0\left(2\sqrt{A_2 D_1 \bar{x} \tau}\right) d\tau + \\ & + (D_1 + D_2) \int_0^{\bar{t}} \int_0^{\tau} e^{-(B_1+B_2)(\tau-\vartheta)-(D_1+D_2)\vartheta} \times \\ & \left. \times I_0\left(2\sqrt{A_1 B_1 \bar{x}(\tau-\vartheta)}\right) I_0\left(2\sqrt{A_2 D_1 \bar{x} \vartheta}\right) d\vartheta d\tau \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

Безразмерная температура внутренней стенки проточного тракта ТА:

$$\begin{aligned} \bar{T}_{w2}(\bar{x}, \bar{t}) = & D_1 e^{-(A_1+A_2)\bar{x}} \left[ \int_0^{\bar{t}} e^{-(B_1+B_2)(\bar{t}-\tau)-(D_1+D_2)\tau} \times \right. \\ & \times I_0\left(2\sqrt{A_1 B_1 \bar{x}(\bar{t}-\tau)}\right) I_0\left(2\sqrt{A_2 D_1 \bar{x} \tau}\right) d\tau + \\ & + (B_1 + B_2) \int_0^{\bar{t}} \int_0^{\tau} e^{-(B_1+B_2)(\tau-\vartheta)-(D_1+D_2)\tau} \times \\ & \left. \times I_0\left(2\sqrt{A_1 B_1 \bar{x}(\tau-\vartheta)}\right) I_0\left(2\sqrt{A_2 D_1 \bar{x} \vartheta}\right) d\vartheta d\tau \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

Несмотря на громоздкость, формулы (13)–(15) дают решение в виде интегралов от известных функций, а минимизировать временные затраты при расчете нестационарного теплообмена в ТА можно с помощью известных математических программ.

## Валидация модели

При сравнении результатов расчетов по зависимости (14) с точным решением уравнения, описывающего нестационарный теплообмен в стенке с бесконечной теплопроводностью, для характерных режимов работы ТА было получено полное совпадение результатов.

Для проведения поверочных расчетов ТА высокоэнгальпийного высокоскоростного стенда НИЦ ЦИАМа на стационарных режимах работы была разработана

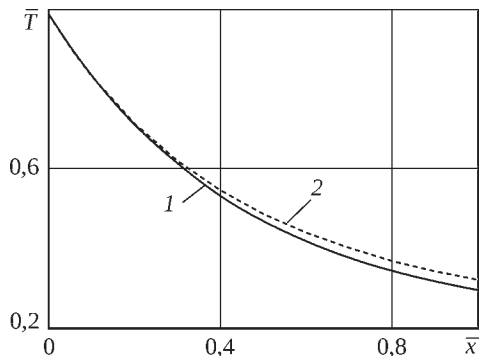


Рис. 2. Распределение температуры газа вдоль тракта ТА на стационарном режиме: 1 – по формуле (13); 2 – по программе [7]

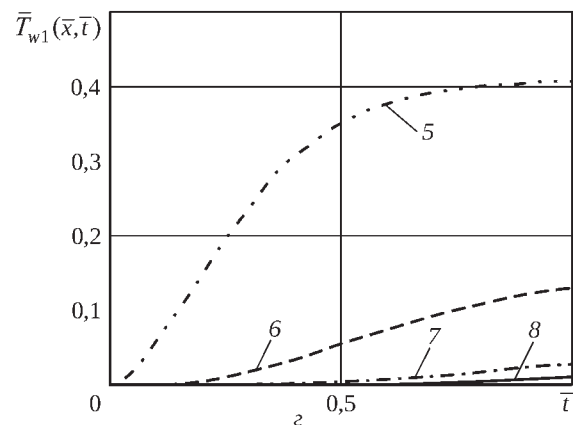
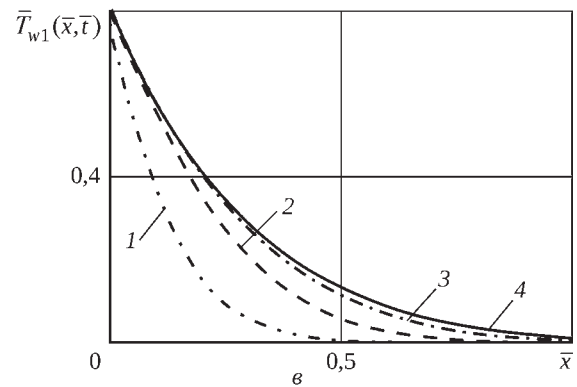
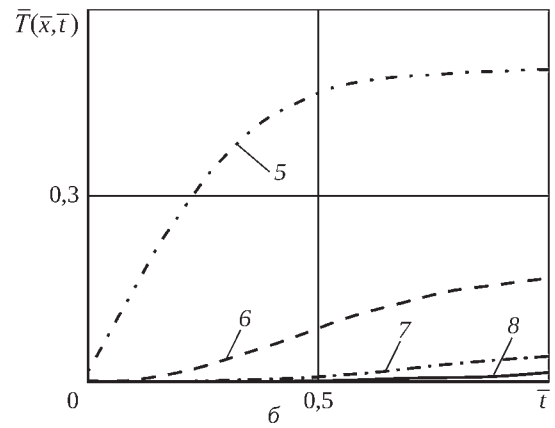
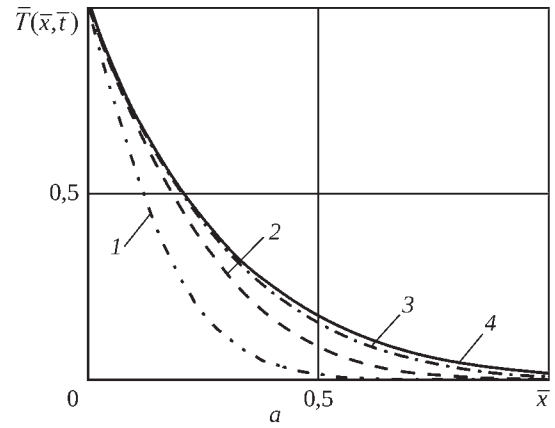


Рис. 3. Зависимости безразмерной температуры газа (а, б) и стенок (в, г) от безразмерных координаты  $\bar{x}$  и времени  $\bar{t}$ :  
1 –  $\bar{t} = 0,2$ ; 2 –  $\bar{t} = 0,5$ ; 3 –  $\bar{t} = 0,8$ ; 4 –  $\bar{t} = 1$ ;  
5 –  $\bar{x} = 0,2$ ; 6 –  $\bar{x} = 0,5$ ; 7 –  $\bar{x} = 0,8$ ; 8 –  $\bar{x} = 1$

специальная программа, учитывающая реальные свойства газообразных продуктов сгорания. Программа валидирована большим количеством данных и прошла государственную регистрацию [7]. Результаты расчетов температуры газа в тракте ТА по формуле (13) и по программе [7] для характерных режимов работы экспериментального стенда НИЦ ЦИАМа ( $G \approx 25$  кг/с,  $T_0 = 1650$  К) приведены на рис. 2. Видно, что имеет место хорошее качественное и количественное согласование расчетных результатов.

### Пример использования разработанной модели

На основе зависимостей (13)–(15) определены нестационарные распределения температуры газа и стенок в ТА. Расчеты выполнены для характерных размеров ТА при следующих значениях рабочих параметров:  $G = 23,6$  кг/с;  $T_0 = 1600$  К;  $T_c = 290$  К;  $\tau = 20$  с;  $c_p = 1260$  Дж·кг<sup>-1</sup>·К<sup>-1</sup>;  $\alpha_1 = 91$  Вт·м<sup>-2</sup>·К<sup>-1</sup>;  $\alpha_2 = 60$  Вт·м<sup>-2</sup>·К<sup>-1</sup>;  $\alpha_{c1} = 8000$  Вт·м<sup>-2</sup>·К<sup>-1</sup>;  $\alpha_{c2} = 6000$  Вт·м<sup>-2</sup>·К<sup>-1</sup>;  $\rho_1 = \rho_2 = 7900$  кг·м<sup>-3</sup>;  $c_1 = c_2 = 460$  Дж·кг<sup>-1</sup>·К<sup>-1</sup>. Данные параметры реализуются на испытательном стенде НИЦ ЦИАМа. Коэффициенты теплоотдачи получены путем оценки по эмпирическим зависимостям.

На рис. 3 показаны распределения температуры газа и стенок при различных значениях безразмерного времени, а также нестационарное изменение этих температур в характерных сечениях ТА. Видно, что кривая распределения температуры вдоль оси ТА становится более полой при постепенном прогреве стенок.

### Литература

1. Гришин А.М., Фомин В.М. Сопряженные и нестационарные задачи механики реагирующих сред. Новосибирск: Наука, 1984. 320 с.
2. Лыков А.В. Теплообмен: Справочник. М.: Энергия, 1978. 480 с.
3. Малов Ю.И., Нужненко Т.А. Математическое моделирование процесса нестационарной теплопроводности в цилиндрическом тепловыделяющем элементе // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2003. № 2. С. 20–27.
4. Прохоренков А.М. Моделирование процессов теплообмена, протекающих в пластинчатых теплообменных аппаратах // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2014. № 1. С. 92–101.
5. Ершова В.В. Импульсные функции. Функции комплексной переменной. Операционное исчисление. Минск, 1976. 256 с.
6. Бейтмен Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований. Т. 1. М.: Наука, 1969. 344 с.
7. Свидетельство о гос. регистрации прог. для ЭВМ № 2017616459 от 07.06.2017. Программа расчета теплового состояния трубчатых теплообменников с учетом переменного состава газовой среды (ПРТТ).

### References

1. Grishin A.M., Fomin V.M. Sopriazhennyye i nestatsionarnyye zadachi mekhaniki reagiruiushchikh sred [Conjugate and nonstationary problems of reacting agent mechanics]. Novosibirsk: Nauka, 1984. 320 p.
2. Lykov A.V. Teplomassoobmen [Heat and mass transfer]. Spravochnik [Handbook]. Moscow: Energiia, 1978. 480 p.

На основе зависимостей (13)–(15) можно определить время выхода ТА на стационарный режим (примерно 20 с) при заданных параметрах газа, а также температуру газа на выходе из ТА, которая должна удовлетворять техническим требованиям на трубопровод отвода газов от ТА в систему эксгаузерного отсоса ( $\leq 620$  К). По результатам можно сделать вывод о возможности форсирования режимов кратковременных (длительностью менее времени выхода ТА на стационарный режим) испытаний на стенде путем повышения температуры рабочего газа или его расхода.

### Заключение

Представленное аналитическое решение в квадратурах для задачи нестационарного теплообмена в тракте трубчатого ТА верифицировано и может быть использовано для расчета теплового состояния ТА и температуры проходящего потока газа.

Аналитические зависимости, полученные в работе, используются для экспресс-анализа параметров ТА высокоэнтальпийного испытательного стенда НИЦ ЦИАМа. Эти зависимости могут быть использованы при проектировании ТА для экспресс-оценок распределений температуры стенок и газа и оценки времени выхода ТА на стационарный режим.

Предложенный подход к построению математической модели может быть обобщен для расчета нестационарного теплообмена в ТА различных конструкций, в частности кауперных подогревателей.

- 
3. Malov Iu.I., Nuzhnenko T.A. Matematicheskoe modelirovanie protsessa nestatsionarnoi teploprovodnosti v tsilindricheskom teplovydeliaiushchem elemente [Mathematical simulation of unsteady heat conduction in a cylindrical heat generating body]. Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seria Estestvennyye nauki. 2003. No. 2. P. 20–27.
  4. Prokhorenkov A.M. Modelirovanie protsessov teploobmena, protekaiushchikh v plastinchatykh teploobmennykh apparatakh [Simulation of heat transfer in plate heat exchangers]. Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. 2014. No. 1. P. 92–101.
  5. Ershova V.V. Impul'snye funktsii. Funktsii kompleksnoi peremennoi. Operatsionnoe ischislenie [Impulse function. Functions of a complex variable. Operational calculus]. Minsk, 1976. 256 p.
  6. Beitmen G., Erdeii A. Tablitsy integral'nykh preobrazovaniy [Tables of integral transformations]. Vol. 1. Moscow: Nauka, 1969. 344 p.
  7. Svidetel'stvo o gosudarstvennoi registratsii programmy dlia EVM No. 2017616459 ot 07.06.2017. Programma rascheta teplovogo sostoianiia trubchatykh teploobmennikov s uchetom peremennogo sostava gazovoi sredy (PRTT) [Certificate of software for computer No. 2017616459 from 07.06.2017. The software for calculating the thermal state of tubular heat exchangers, taking into account the variable gas composition].