Исследование смешения в модели жаровой трубы камеры сгорания с закруткой потока

Белов Н.О., Бендерский Л.А., Комратов Д.В., Любимов Д.А., Степанов В.А.

Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова, г. Москва e-mail: komratovdv@ciam.ru

Приведены результаты расчетно-экспериментального исследования характеристик смешения в модели жаровой трубы перспективной камеры сгорания для различных режимов течения по числу Маха от 0,05 до 0,2 и закрутке потока от 0 до 60°. Численное моделирование, дополняющее испытания модели камеры сгорания на присоединенном трубопроводе, выполнено на основе RANS/ILES-подхода с помощью разработанного в ЦИАМе вихреразрешающего кода HIHAR.

Ключевые слова: камера сгорания, кольцевая жаровая труба, смешение, закрутка, RANS/ILES.

Experimental and computational study of the model of a ring flame tube with a swirling flow

Belov N.O., Bendersky L.A., Komratov D.V., Lyubimov D.A., Stepanov V.A. CIAM, Moscow

The results of a combined calculation and experimental stude of the mixing characteristics in the model of a flame tube of a prospective combustion chamber are presented for various flow Mach number from 0,05 to 0,2 and a swirl angle from 0 to 60°. Numerical simulations have been carried out by using in-house vortex-resolving HIHAR code on basis of the RANS/ILES approach.

Keywords: combustion chamber, ring flame tube, mixing, swirl, RANS/ILES.

Введение

При разработке перспективных турбореактивных двухконтурных двигателей (ТРДД) для гражданской авиации большое внимание уделяется снижению негативного экологического воздействия на окружающую среду от шума и эмиссии вредных выбросов в продуктах сгорания. Решение этих проблем неразрывно связано с разработкой высокоэффективных камер сгорания (КС). При этом необходимо как конструктивное совершенствование КС с учетом требований на их массогабаритные параметры, так и улучшение процессов горения при внедрении новых технологий сжигания топлива, снижающих неравномерность температурных полей, негативно влияющую на рабочие параметры и ресурс двигателя.

Одним из перспективных направлений в разработке высокоэффективных КС является создание ультракомпактной КС, интегрированной в системе газогенератора с компрессором и турбиной. В работах [1–3] была показана целесообразность интеграции КС при сохранении закрутки потока воздуха от компрессора на входе и использовании укороченного предкамерного диффузора. Кроме того, возможно повышение эффективности двигателя при интеграции подобной КС с турбиной высокого давления.

Объект исследования

Для изучения вопросов смешения топлива и исследования газодинамических характеристик выбран один из представленных в патентах [2, 3] вариантов конструктивной схемы кольцевой жаровой трубы, компоновка которой соответствует по размерам КС перспективного ТРДД средней тяги. На рис. 1,*а* показан сектор тракта модельной кольцевой жаровой трубы, на основе которого были сформированы основные геометрические параметры испытательного канала и расчетные сеточные области. Отличительная особенность данной конструкции по сравнению с КС традиционных схем – наличие большого количества стреловидных пилонов, стабилизаторов фронтового устройства, равномерно размещенных по периметру кольцевого стабилизатора (рис. 1,*б*).

Следует отметить, что эффективность рабочего процесса в интегрированной камере сгорания (КСИ) определяется в основном эффективностью смешения и стабилизацией горения на фронтовом устройстве, поэтому исследования выполнены для области, имитирующей течение вблизи кольцевого стабилизатора фронтовой решетки пилонов и внутреннего пространства жаровой трубы.

Экспериментальная модель и условия испытаний

Проектирование холодной модели кольцевой жаровой трубы выполнено с привязкой к существующему оборудованию на стенде ЦИАМа с учетом его многофункционального применения для исследования полей течения и концентрации пассивной примеси, имитирующей подачу топлива, при наличии пилонов, а также для изучения особенностей физических процессов течения струй топлива в канале жаровой трубы.

Проточный тракт модельной КСИ (рис. 2) смонтирован с руслом испытательного стенда (рис. 3), разрежение в котором обеспечивается компрессорным цехом ЦИАМа. Входной участок кольцевого канала, образованный лемнискатной поверхностью и центральным телом, формирует равномерное течение воздуха перед лопаточным завихрителем, который моделирует закрутку потока в жаровой трубе. Углы закрутки $\beta = 0$; 20; 40; 60° изменялись путем смены соответствующих колец с направляющими пластинами. Число Маха на входе в диапазоне 0,05...0,2 регулировалось с помощью дроссельной заслонки и контролировалось по показаниям статического давления.

После завихрителя размещено кольцевое коническое фронтовое устройство, на поверхности которого установлено 40 наружных и 40 внутренних стабилизирующих пилонов. Пилоны шириной 8 мм имеют обтекаемую аэродинамическую форму с плоским хвостовым торцом, в котором расположены отверстия подвода примеси. При испытаниях моделируется схема подачи топлива натурной кольцевой жаровой трубы и закрутка под углом 40° к оси канала.

Эскиз масштабированной модели камеры в безразмерных координатах приведен на рис. 4.

Модель препарирована отборниками статического давления по длине, а также гребенками приемников Пито для измерения полного давления и полей концентрации примеси в характерных сечениях. Шестилучевые гребенки расположены на расстоянии 30 мм за завихрителем и на расстоянии 86 мм за выходной кромкой стабилизатора.



Рис. 1. Общий вид КС (*a*) и фронтового устройства (б): *1* – корпус КС; *2* – жаровая труба; *3* – фронтовое устройство с пилонами; *4* – диффузор; *5* – внешние пилоны; *6* – внутренние пилоны; *7* – кольцевой стабилизатор



Рис. 2. Эскиз тракта модели жаровой трубы: 1 – лемнискатный вход; 2 – завихритель; 3 – кольцевой стабилизатор (фронтовое устройство); 4 – наружные пилоны; 5 – внутренние пилоны



Рис. 3. Экспериментальная модель кольцевой жаровой трубы



3 – выходное сечение



Рис. 5. Схема подачи гелия и анализа смеси в выходном сечении кольцевой жаровой трубы

Испытания проведены при числах Рейнольдса Re порядка $2 \cdot 10^7$, рассчитанных по параметрам набегающего потока $p_{\infty}^* = 10^5$ Па, $T_{\infty}^* = 290$ К и характерному размеру 1 м. При длине устанавленного перед жаровой трубой подводящего канала 250...310 мм характеристики нарастающего пограничного слоя в нем близки к турбулентному, т. е. течение в канале является автомодельным по числу Re.

Для имитации смешения топлива в качестве пассивной примеси использован гелий, простота работы с которым является неоспоримым преимуществом наряду с распространенностью приборов для анализа. Расход гелия подобран так, что для заданного режима в жаровой трубе (M = 0.08, G = 0.45 кг/с) стехиометрический расход примеси гелия составлял 0.3% расхода воздуха *G* через КС. Это соответствует массе топлива при работе на крейсерском режиме при коэффициенте избытка воздуха $\alpha = 0.6$. Требуемый расход гелия составил 1.7 г/с при давлении 2 атм.

Схема подачи гелия и анализа смеси в модели кольцевой жаровой трубы приведена на рис. 5. Из баллона, давление на выходе из которого регулируется редуктором, гелий подается в ресивер с манометром. Из ресивера гелий через расходомерное сужающее устройство поступает в распределительный коллектор и равномерно распределяется по сечению жаровой трубы через форсуночные отверстия. Анализ смеси газа, отобранной через трубки Пито на выходе из камеры, проведен с помощью автоматического стационарного газоанализатора ИВА-1В, определяющего объемную долю примеси.

Стенд ЦИАМа оборудован датчиками BD Sensor DMP 331 с диапазоном измерения 1 бар и погрешностью измерения 0,25% диапазона, аналоговые данные с которых преобразовываются с помощью 16-разрядного АЦП NI-6225. Паспортная погрешность преобразователя составляет 0,01% от диапазона ±10 В.

Расчетное моделирование

Моделирование течения в канале с закруткой потока выполнено с помощью вихреразрезающего программного кода HIHAR девятого порядка точности (свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2015615998), разработанного специалистами ЦИАМа на основе авторского RANS/ILES-подхода [4], хорошо зарекомендовавшего себя при решении газодинамических задач [5, 6] и позволяющего рассчитывать нестационарные характеристики течения, обусловленные турбулентными пульсациями.

Вблизи стенок течение описывается с помощью RANS-метода с моделью турбулентности Спаларта – Алмараса; течение на удалении от стенок моделируется LES-методом. Такой подход позволяет существенно снизить требования к объему расчетной сетки в пограничном слое. В методе используется неявная модель подсеточной турбулентности ILES, где численная вязкость играет роль подсеточной модели турбулентности. Для расчета параметров в схеме Роу применяется монотонная схема высокого порядка аппроксимации MP9, что позволяет проводить вычисления на более грубых расчетных сетках, чем при использовании схем более низкого порядка. Для определения концентрации пассивной примеси решается уравнение ее переноса.

Расчет характеристик течения в жаровой трубе проведен для сектора с углом раствора 36°, на боковых стенках которого задано условие периодичности (рис. 6). Размер структурированной расчетной сетки – 10,7 млн ячеек. Для экономии расчетных ресурсов и исключения влияния сеточных эффектов на решение форсунки выполнены квадратной формы с размером отверстий имитации подачи топлива 1 мм, как и в испытаниях. Отверстия расположены на стабилизаторе и пилонах, при этом применен V-паттерн для подачи пассивной примеси. Активные отверстия подачи отмечены красным цветом на рис. 7. Вид расчетной сетки в продольном сечении камеры приведен на рис. 8.

В качестве граничных условий на входе в КС задавались полное давление 104 кПа, температура 293 К и угол закрутки потока в диапазоне 0...60° с шагом 20°. Статическое давление на выходе из КС варьировалось в пределах 81...95,2 кПа в зависимости от угла закрутки и расхода (табл. 1). На выходе из форсунок задавалось граничное условие с фиксацией полных параметров потока, вектор скорости направлен



Рис. 6. Модель сектора жаровой трубы



Рис. 7. Вид на торец стабилизатора (красным выделены отверстия подачи примеси)

по нормали к торцу стабилизатора. Полное давление подбиралось из условия соответствия заданному отношению расхода примеси *G*_t к расходу воздуха *G*.

Расчетное исследование позволило изучить особенности течения и определить турбулентные нестационарные параметры в жаровой трубе на холодном режиме смешения. Рассмотрено влияние изменения расхода воздуха, угла закрутки потока и расхода пассивной примеси. Моделирование проведено на схожих с экспериментом режимах работы и существенно расширило объем информации по сравнению с экспериментом.

Результаты расчетно-экспериментального исследования

Распределения полного давления в выходном сечении камеры, полученные при испытаниях, показаны на рис. 9 и рис. 10 для различных углов закрутки потока на входе при $M_{\rm BX} = 0,08$. Распределения построены

по значениям давлений в приемниках Пито в шести сечениях по окружности с учетом линейной аппроксимации в промежутках.

Анализ профилей относительного полного давления в азимутальном направлении на различной высоте выходного канала b = y/h (см. рис. 9) показывает, что при углах начальной закрутки 20° и 40° значения относительного давления выше на ≈ 0,02, чем при углах 0 и 60°. Это объясняется большими потерями при дополнительном повороте и изменении угла закрутки в обратную сторону. Установленное в камере фронтовое устройство имеет угол закрутки 40°, поэтому при угле начальной закрутки потока 40° наблюдаются наименьшие потери полного давления по всей высоте канала. При угле начальной закрутки 20° происходит незначительный поворот потока на фронтовом устройстве, сопровождающийся малыми потерями полного давления. Наибольшие потери полного давления отмечены при углах начальной закрутки 0 и 60°. В первом случае основная часть энергии расходуется на значительный поворот потока на 40°, во втором – на разворот потока в обратном направлении на 20°.

Отклонения относительного полного давления в азимутальном направлении составляют 1...2%, что свидетельствует о равномерности осредненной картины течения и соответствует физическим представлениям о потоке в канале жаровой трубы.

Визуализация распределений относительного полного давления в выходном сечении камеры приведена на рис. 10. Уровень неравномерности распределения по высоте канала не превышает 1%.

Характер распределений полного давления в выходном сечении камеры сохраняется на всех режимах по числу Маха. Однако средний уровень коэффициента восстановления полного давления значимо зависит от физического расхода *G* (рис. 11).



Рис. 8. Расчетная сетка в продольном сечении камеры сгорания

№ режима	Закрутка β, °	Расход G, кг/с	Расход примеси <i>G_t,</i> % от <i>G</i>	Число Маха М на входе	Продольная скорость на входе, м/с
1		0,355	4,77	0,080	21,3
2		0,527	4,67	0,120	31,8
3	40	0,657	4,67	0,150	39,8
4		0,657	2,34	0,150	39,9
5		0,440	2,32	0,100	26,5
6	0	0,440	2,36	0,077	26,4
7	20	0,440	2,34	0,082	26,5
8	60	0,441	2,33	0,152	26,8

Таблица 1. Параметры расчетных режимов



Рис. 9. Профили окружного распределения относительного полного давления в выходном сечении камеры при M = 0,08 на различной высоте канала b = y/h для различных углов начальной закрутки потока: - 0°; - - 20°; - - 40°; - - 60°



Рис. 10. Экспериментальные распределения относительного полного давления в выходном сечении камеры при M = 0,08 для различных углов начальной закрутки потока: $a - 0^\circ; \ 6 - 20^\circ; \ e - 40^\circ; \ c - 60^\circ$



Рис. 11. Зависимость коэффициента восстановления полного давления σ без учета потерь на закручивающем устройстве



Рис. 12. Профиль осредненной измеренной относительной концентрации примеси по высоте выходного канала при M = 0,08 и угле закрутки 40°





Коэффициент восстановления полного давления без учета потерь на закручивающем устройстве при расходе 0,5 кг/с составляет 0,985...0,997 в зависимости от угла закрутки потока, а при увеличении расхода до 1,0 кг/с – 0,935...0,970. При этом влияние угла начальной закрутки возрастает с 2 до 5%. Наименьшие потери на всех режимах наблюдаются при угле начальной закрутки потока 40°.

Анализ состава смеси в выходном канале проведен по отборам из пяти трубок в трех продольных сечениях, расположенных равномерно по кольцу выходного сечения модели. Профиль осредненной измеренной концентрации примеси гелия, отнесенной к расчетной максимальной концентрации, по высоте выходного канала за конфузорным участком приведен на рис. 12. Видно, что имеет место неравномерность смешения по высоте канала, что, видимо, связано с неравномерностью течения в конфузорной части. Рядом с внутренней стенкой получена завышенная концентрация, в то же время рядом с внешней стенкой относительная концентрация примеси составляет 0,5. Среднее значение концентрации соответствует объемной доле примеси, подаваемой через форсуночные отверстия на пилонах, в связи с чем можно говорить о смешении, близком к полному.

В целях расширения объема экспериментальных данных и их углубленного анализа выполнено расчетное исследование течения в модели камеры в RANS/ILESпостановке. Результаты приведены на рис. 13 – рис. 20.

Графики зависимостей, представленные на рис. 13, показывают, что потери полного давления в значительной степени зависят от расхода через камеру и слабо зависят от закрутки потока при фиксированном расходе 0,44 кг/с. Величины расчетных $\Delta \sigma_p$ и экспериментальных $\Delta \sigma_3$ потерь полного давления при различных углах закрутки потока и различных числах Маха приведены в табл. 2. Значения экспериментальных и расчетных потерь полного давления с учетом входного закручивающего устройства отличаются не более чем на 1%.

На основе численного моделирования получено распределение полного давления по высоте выходного сечения камеры, осредненное по азимуту, при разных значениях чисел Маха на входе для различных вариантов закрутки (рис. 14,*a*). При изменении угла закрутки и фиксированном расходе распределение числа Маха **Таблица 2.** Расчетные Δσ_р и экспериментальные Δσ_э потери полного давления

β, град	M _{BX}	$\Delta \sigma_{\rm p}$, %	Δσ ₃ , %
0	0,077	3,51	3,15
20	0,082	3,47	3,03
40	0,1	3,46	2,73
60	0,152	3,53	2,98

мало изменяется (рис. 14,6). Схожая зависимость наблюдается и для других параметров потока (см. рис. 14,*в*–*е*). Изменения параметров на выходе из жаровой трубы связаны с изменением расхода на входе. Значения пульсаций статического давления в зависимости от расхода находятся в пределах 200...550 Па. При этом с ростом уровня расхода разница пульсаций давления между минимальным и максимальным значениями увеличивается. Минимум пульсаций давления находится в ядре потока на выходе из жаровой трубы, максимум – вблизи стенок (рис. 14,*д*). Энергия турбулентности также растет с увеличением расхода и достигает примерно 70 м²/c² для режима 1 и ~305 м²/c² для режимов 3 и 4 (см. табл. 1). Максимум энергии турбулентности находится вблизи стенок, а минимум – ближе к верхней части канала (R/h = 3,97).

На рис. 15 показаны расчетные поля мгновенного распределения осевой скорости и концентрации пассивной примеси в продольном сечении, проходящем через отверстия для подачи топлива. Виден существенно



Рис. 14. Осредненные по азимуту расчетные распределения параметров течения и турбулентности в выходном сечении жаровой трубы :

а – осредненное полное давление; *б* – осредненное число Маха; *в* – осредненное статическое давление; *г* – концентрация пассивной примеси; *д* – пульсации статического давления; *е* – энергия турбулентности; *1–8* – номера режимов согласно табл. 1



Рис. 15. Расчетные поля параметров в продольном сечении, проходящем через отверстия подачи топлива: *а* – поле мгновенной продольной скорости; *б* – поле концентрации пассивной примеси



Рис. 16. Изоповерхность Q-критерия

нестационарный характер течения, за стабилизатором формируется зона с обратным течением, сверху и снизу стабилизатора происходит ускорение потока вследствие уменьшения площади.

Нестационарность течения показана на рис. 16, где представлена изоповерхность Q-критерия (разность сверток тензора завихренности и тензора скоростей деформации), с помощью которого удобно визуализировать турбулентные вихри. Основными источниками турбулентности в жаровой трубе служат слои смешения, сходящие с кромок пилонов и стабилизатора. Как следствие, высокий уровень турбулентности наблюдается в следах пилонов при X/h=0,25 (рис. 17,*a*). При X/h=1 следы пилонов сливаются, и течение становится однородным в азимутальном направлении, в результате вблизи верхней и нижней стенок жаровой трубы формируются зоны с повышенным уровнем турбулентных пульсаций, которые сохраняются до сечения выхода.

На рис. 18 представлены поля осредненных характеристик течения и турбулентности в продольной плоскости жаровой трубы между пилонами. На полях пульсаций статического давления и энергии турбулентности следы смешения выделяются повышенным уровнем пульсаций. При X/h > 1,5 концентрация становится однородной по сечению.

На рис. 19 показаны изоповерхности мгновенной концентраций пассивной примеси. Выдуваемая из пилонов пассивная примесь распространяется по течению



Рис. 17. Поля мгновенной (а) и осредненной (б) скоростей в поперечном сечении жаровой трубы за стабилизатором



Рис. 18. Расчетные поля характеристик в продольной плоскости между пилонами: а – поле осредненной продольной скорости; *б* – поле числа Маха; *в* – поле концентрации пассивной примеси;

числа маха, в – поле концентрации пассивной примеси, г – поле пульсаций статического давления; д – поле энергии турбулентности



Рис. 19. Изоповерхности мгновенной концентрации пассивной примеси, равной 0,1, на режиме 5





дальше, чем подаваемая из отверстий на кольцевом стабилизаторе. Это происходит вследствие наличия рециркуляционной зоны за стабилизатором, что приводит к распространению примеси лишь вблизи поверхности стабилизатора, в то время как в следах от пилонов примесь увлекается высокоскоростным потоком вдоль жаровой трубы.

Результаты расчетов показали, что распределение концентрации пассивной примеси по высоте выхода из жаровой трубы слабо зависит от расхода и закрутки потока на входе. Концентрация в выходном сечении камеры для данных параметров и геометрии определяется уровнем расхода подаваемой примеси через отверстия, поскольку до сечения выхода пассивная примесь успевает равномерно перемешаться. Это видно по распределению полноты смешения по длине жаровой трубы (рис. 20). Практически полное перемешивание происходит на расстоянии X/h = 1,0 от торца стабилизатора для всех расчетных режимов.

Увеличение расхода на входе приводит к замедлению смешения. Расчет полноты смешения проводится по формуле $\eta = (1 - C_{max})/(1 - C_{cp})$, где C_{cp} и C_{max} – средняя и максимальная соответственно в сечении концентрации пассивной примеси [6].

Заключение

Проведено расчетно-экспериментальное исследование модели кольцевой жаровой трубы при различных режимах течения по числу Маха на входе в диапазоне 0,05...0,2 для углов закрутки потока β = 0; 20; 40; 60°.

Определено, что потери полного давления в жаровой трубе в большей степени зависят от расхода, чем от угла закрутки. Расчеты показали, что значения потерь полного давления на выходе возрастают от 2,1 до 9,75% при увеличении расхода от 0,355 до 0,657 кг/с, а по данным эксперимента значения потерь возрастают от 1,78 до 8,27% при увеличении расхода от 0,318 до 0,651 кг/с. На основании численного моделирования получено, что концентрация становится однородной по сечению уже на половине конфузорного участка КС. Пассивная примесь, выдуваемая из пилонов, распространяется дальше по течению, чем примесь, подаваемая из отверстий, расположенных на кольцевом стабилизаторе. Это происходит вследствие наличия рециркуляционной зоны за кольцевым стабилизатором, что приводит к распространению пассивной примеси лишь вблизи поверхности стабилизатора, в то время как в следах от пилонов пассивная примесь увлекается высокоскоростным потоком. Концентрация в выходном сечении камеры сгорания для данных параметров и геометрии определяется уровнем расхода подаваемой примеси через отверстия, поскольку до сечения выхода примесь успевает равномерно перемешаться. Экспериментальный газоанализ проб подтвердил равномерное смешение в выходном сечении и выявил наличие незначительной неоднородности распределения концентрации по высоте канала. Ввиду столь высокого темпа смешения в холодных условиях целесообразно сократить продольный размер жаровой трубы.

Литература

- Strokin V.N., Shikhman Yu. M., Liashenko V.P. Low Emission, Compact Combustion with Air Flow Swirling at the Entrance, ISABE–2013–1527, IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series. doi:10.1088/1742-6596/891/1/012241
- 2. Строкин В.Н., Шихман Ю.М., Шлякотин В.Е. и др. Кольцевая камера сгорания газотурбинного двигателя и способ ее работы. Патент № 2343356 от 10.01.2009 по заявке № 2007118551 от 21.05.2007.
- 3. Строкин В.Н., Шихман Ю.М., Шлякотин В.Е. и др. Кольцевая камера сгорания газотурбинного двигателя и способ ее работы. Патент № 2347144 от 20.02.2009 по заявке № 2007122937 от 20.06.2007.
- 4. Любимов Д.А. Разработка и применение метода высокого разрешения для расчета струйных течений методом крупных вихрей // Теплофизика высоких температур, 2012. Т. 50, № 4. С. 450–466.
- 5. Любимов Д.А. Исследование влияния струй с нулевым массовым расходом на течение в криволинейном диффузоре // Теплофизика высоких температур, 2011. Т. 49, № 4. С. 557–567.
- 6. Любимов Д.А., Потехина И.В. Применение RANS/ILES-метода для анализа эффективности управления отрывными течениями в диффузорах с помощью синтетических струй // Механика жидкости и газа, 2015. № 4. С. 144–154.

References

- Strokin V.N., Shikhman Yu. M., Liashenko V.P. Low Emission, Compact Combustion with Air Flow Swirling at the Entrance, ISABE–2013–1527, IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series. doi:10.1088/1742-6596/891/1/012241
- Strokin V.N., Shikhman Iu.M., Shliakotin V.E. i dr. Kol'tsevaia kamera sgoraniia gazoturbinnogo dvigatelia i sposob ee raboty [The annular combustion chamber of a gas turbine engine and method of its operation]. Patent No. 2343356 ot 10.01.2009 po zaiavke No. 2007118551 ot 21.05.2007.
- 3. Strokin V.N., Shikhman Yu.M., Shliakotin V.E. i dr. Kol'tsevaia kamera sgoraniia gazoturbinnogo dvigatelia i sposob ee raboty [The annular combustion chamber of a gas turbine engine and method of its operation]. Patent No. 2347144 ot 20.02.2009 po zaiavke No. 2007122937 ot 20.06.2007.
- 4. Liubimov D.A. Razrabotka i primenenie metoda vysokogo razresheniia dlia rascheta struinykh techenii metodom krupnykh vikhrei [Development and application of the high-resolution method for the calculation of jet streams using the large-scale vortex method]. Teplofizika vysokikh temperatur, 2012. Vol. 50, No. 4. P. 450–466.
- Liubimov D.A. Issledovanie vliianiia strui s nulevym massovym raskhodom na techenie v krivolineinom diffuzore [Investigation of the effect of jets with zero mass flow on the flow in a curvilinear diffuser]. Teplofizika vysokikh temperatur, 2011. Vol. 49, No. 4. P. 557–567.
- Liubimov D.A., Potekhina I.V. Primenenie RANS/ILES-metoda dlia analiza effektivnosti upravleniia otryvnymi techeniiami v diffuzorakh s pomoshch'iu sinteticheskikh strui [Application of the RANS / ILES-method for analyzing the efficiency of the control of separated flows in diffusers using synthetic jets]. Mekhanika zhidkosti i gaza, 2015. No. 4. P. 144–154.