

Численное моделирование дугового разряда в воздухе при воздействии внешнего магнитного поля в магнитогазодинамическом приближении

Семенёв П.А.^{1,2}, Токталиев П.Д.³, Моралев И.А.⁴, Казанский П.Н.⁴, Битюрин В.А.⁴, Бочаров А.Н.⁴

¹ Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова, г. Москва

² Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, г. Москва

³ Институт проблем химической физики РАН, г. Черноголовка

⁴ Объединенный институт высоких температур РАН, г. Москва

e-mail: pasemenev@ciam.ru

Представлены математическая модель и результаты численного моделирования работы плазменного актуатора, использующего дуговой разряд во внешнем магнитном поле. Для описания процесса движения дуги после ее образования реализована модель, основанная на магнитогазодинамическом одножидкостном двухмерном приближении уравнений гидродинамического метода описания плазмы в условиях локального термодинамического равновесия. Проведен анализ образования и движения вихревых структур вблизи области, занятой горячим газом, дана качественная оценка механизмов влияния плазменного образования на поток посредством генерации импульса и джоулева тепловыделения. Выполнено сравнение результатов анализа с имеющимися экспериментальными данными, а также с результатами расчетов других авторов. Построена упрощенная источниковая модель, адаптированная для использования в многомерных газодинамических расчетах.

Ключевые слова: дуговой разряд, плазменный актуатор, численное моделирование, уравнения Навье – Стокса, источникиые члены.

Numerical modeling of arc discharge in air under external magnetic field in magnetogasdynamic approximation

Semenev P.A.^{1,2}, Toktaliev P.D.³, Moralev I.A.⁴, Kazanskiy P.N.⁴, Bityurin V.A.⁴, Bocharov A.N.⁴

¹ CIAM, Moscow

² BMSTU, Moscow

³ IPCP RAS, Chernogolovka

⁴ IHT RAS, Moscow

The mathematical model and results of numerical simulation of the plasma actuator using an arc discharge in an external magnetic field are presented in the article. To describe the process of the arc's motion after its formation, a mathematical model was implemented based on the magnetogasdynamic one-fluid two-dimensional approximation of the equations of the hydrodynamic method for describing plasma under conditions of local thermodynamic equilibrium. An analysis of the formation and motion of vortex structures near the region occupied by hot gas is performed and a qualitative assessment of different interaction mechanisms of plasma formation and the flow through impulse generation and Joule heating is given. Results of the analysis are compared with available experimental data, as well as with calculations of other authors. A simplified source model was developed, adapted for use in multidimensional gas-dynamic calculations.

Keywords: arc discharge, plasma actuator, numerical simulation, Navier – Stokes equations, source terms.

Введение

Отрыв потока является одним из основных факторов, увеличивающих потери полного давления в задачах внутренней и внешней аэродинамики дозвуковых скоростей. При течении в агрессивных (сильно изогнутых) каналах турбомашин и переодных каналах авиационных двигателей отрыв потока на выпуклой стенке приводит к существенному росту потерь полного давления и увеличению степени неравномерности полей полного давления и скорости ниже по потоку. Явление отрыва на гладкой стенке возникает вследствие наличия обратного градиента давления, тормозящего поток, а также вязкого трения газа о стенку.

Большинство способов борьбы с отрывом потока связано с изменением баланса импульса в пограничном слое, вклад в который вносят следующие факторы: конвекция импульса, вязкая передача импульса стенке, торможение потока силами давления, перенос импульса из основного течения в пограничный слой и ускорение/торможение потока при наличии в нем внешней массовой силы. Одним из перспективных методов управления отрывом потока является использование плазменных актуаторов, в том числе на основе диэлектрического барьерного разряда (ДБР).

Воздействие ДБР-актуаторов на поток основано на передаче импульса заряженных компонентов, генерация и ускорение которых осуществляется приложением внешнего электромагнитного поля к несущей нейтральной фазе. Наиболее часто ДБР-актуаторы используют для изменения профиля скорости в пограничном слое с целью изменения величин касательных напряжений на стенке (τ_w) и, как следствие, управления положением точки отрыва, определяемой условием $\tau_w = 0$.

Несмотря на длительную историю исследований (впервые разряд такого типа экспериментально был получен в 1933 г. [1], а первый патент по поверхностному ДБР с асимметричным расположением электродов зарегистрирован в 1994 г. [2–6]), устройства на основе ДБР не получили широкого распространения в инженерной практике и имеют невысокий уровень готовности технологии. Для авиационных приложений это связано, в первую очередь, с низким электромеханическим КПД таких устройств и необходимостью мобильного хранения и использования электрической энергии в реальных эксплуатационных условиях. Результаты множества экспериментальных и расчетных работ показали, что эффективное управление отрывом потока с помощью ДБР-актуаторов возможно только при невысокой скорости потока, $M \sim 0,1$.

Таким образом, актуальна задача разработки плазменных актуаторов, обладающих высоким КПД в сочетании с малым весом, возможностью монтажа элект-

родов практически без внесения возмущений в поток, отсутствием сложных механических или пневматических систем, возможностью монтажа в нужном месте поверхности. В рамках решения этой задачи в настоящей работе проведено исследование перспективной схемы плазменного актуатора на основе дугового разряда во внешнем магнитном поле. Дуговой разряд, в отличие от ДБР, не использует диэлектрическую подложку и, в отличие от искрового разряда, может иметь стационарную форму (в виде дуг) с образованием устойчивой области высоких температур.

Материал в статье изложен следующим образом: приведено описание экспериментальной установки [7] и условий эксперимента, используемого для верификации и валидации расчетных результатов; сформулирована математическая модель процесса движения дуги, приведены необходимые данные по коэффициентам переноса, даны комментарии об используемых допущениях и приближениях; представлены некоторые результаты расчетов и их обсуждение. В заключении сформулированы основные выводы и возможные пути совершенствования математической модели.

Экспериментальная установка

Экспериментальные исследования движения дугового разряда во внешнем магнитном поле (в полупространстве, ограниченном стенкой с электродами и заполненном изначально неподвижным воздухом) были проведены на газодинамическом стенде Д-3 ОИВТ РАН [7].

Схема рабочей части и основных элементов стенда приведена на рис. 1. Разряд создавался посредством двух вольфрамовых электродов, установленных в специальную керамическую подставку так, чтобы электроды и подставка в местах стыка не образовывали неоднородностей и вместе составляли одну плоскость. Длина электродов 50 мм вдоль направления движения дуги (вдоль оси x), толщина электродов в среднем 0,1 мм, расстояние между электродами 7 мм (вдоль оси z).

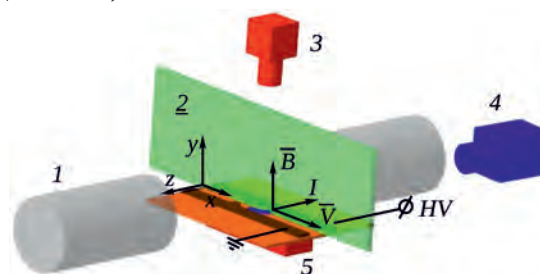


Рис. 1. Схема рабочего участка стенда ОИВТ РАН для исследования движения дугового разряда во внешнем магнитном поле [7]:

1 – теневое изображение; 2 – лазерный нож; 3 – высокоскоростная камера; 4 – PIV-камера; 5 – магнит

Керамическая подставка располагалась на рабочем участке газодинамического стенда, условия проведения эксперимента соответствовали стандартным атмосферным условиям: $p \sim 1$ атм, $T \sim 298$ К. Для создания магнитного поля под керамической подставкой был установлен постоянный магнит. Вектор магнитной индукции был направлен перпендикулярно плоскости керамической подставки (вдоль оси y) и не менял своего модуля на протяжении всего рабочего участка движения дуги. Для создания пульса тока на электродах использована конденсаторная батарея. Визуализация течения и измерение полей скорости выполнены при помощи шпирен-фотографии и PIV-техники. Детали методики измерений, а также дополнительные данные об условиях эксперимента приведены в работе [7].

Математическая модель движения дуги в затопленном пространстве

Определяющие уравнения. В рассматриваемой модели движения плазменного образования используются уравнения Навье – Стокса для однофазного не реагирующего ламинарного течения, источники членов которого модифицированы для описания электромагнитной части протекающих процессов. В уравнение импульса добавлен источник, описывающий действующую на проводящую область силу Ампера; в уравнение энергии – источник, описывающий нагрев проводящей области по закону Джоуля – Ленца. Запишем уравнения неразрывности, импульса ($\zeta = 0$) и энергии в консервативной форме:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{u}) = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \tau + \mathbf{J} \times \mathbf{B}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho e_0}{\partial t} + \nabla(\rho e_0 \mathbf{u}) = \nabla(\lambda \nabla T) - \nabla(\rho \mathbf{u}) + \nabla(\mathbf{u} \tau) + \chi_{eff} \sigma_{SB} T^4 + \mathbf{J} \cdot \mathbf{E}. \quad (3)$$

Здесь $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ – поле скорости, $\mathbf{r} \in \Omega$; $t \in [0, \tau]$; p и ρ – давление и плотность среды; $e_0 = e + \mathbf{u}^2/2$ – удельная полная энергия; $\lambda = \lambda(p, T)$ – коэффициент теплопроводности; \mathbf{J} – вектор плотности тока; \mathbf{B} – вектор магнитной индукции; \mathbf{E} – вектор напряженности электрического поля; $\chi_{eff}(p, T)$ – коэффициент абсорбции; σ_{SB} – постоянная Стефана – Больцмана; τ – тензор вязких напряжений:

$$\tau_{ij} = -\frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} + 2\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (4)$$

$\mu = \mu(p, T)$ – молекулярная динамическая вязкость; δ_{ij} – символ Кронекера.

Для замыкания системы (1)–(3) используем уравнение состояния идеального газа $p = \rho RT/M$, где R – универсальная газовая постоянная, и ряд упрощающих допущений относительно электромагнитного поля: $\mathbf{J} \uparrow \uparrow Oz, \mathbf{B} \perp \mathbf{J}, |\mathbf{B}| = \text{const}, \mathbf{E} \uparrow \uparrow \mathbf{J}$. Ненулевые проекции векторов \mathbf{E} и \mathbf{J} могут быть определены из экспериментальных данных с привлечением дифференциальной формы закона Ома для проводящего объема:

$$I_z(t) = \int_S J_z dS = E_z \int_S \sigma dS, \quad (5)$$

где $\sigma = \sigma(p, T)$ – электрическая проводимость среды. Функция $I_z(t)$ аппроксимирована по экспериментальным данным:

$$I_z(t) = \begin{cases} I_{0z} \sin\left(\frac{\pi t}{\tau}\right), & t < \tau; \\ 0, & t \geq \tau, \end{cases}$$

где $I_{0z} = 47$ А; $\tau = 1,3 \cdot 10^{-4}$ с; $B = 0,33$ Тл. При этом для двухмерного случая напряженность E_z постоянна, а для трехмерного (в зависимости от способа аппроксимации интеграла $\int_S \sigma dS$) – может зависеть от координаты z .

Расчетная область в двухмерной постановке представляет собой прямоугольник (рис. 2):

$$\Omega: \{(x, y) | -L \leq x \leq L, 0 \leq y \leq L, L = 0,02 \text{ м}\}.$$

Проекция электродов совпадает с нижней границей расчетной области: координата начала электродов по оси $x = -0,65L$ соответствует начальному положению области повышенных температур, конец электродов совпадает с правой границей расчетной области $x = L$.

Для постановки начально-краевой задачи для уравнений (1)–(3) задавались:

– начальные условия («горячее» пятно):

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, 0) = 0, \quad \mathbf{r} \in \Omega; \quad (6)$$

$$p(\mathbf{r}, 0) = \begin{cases} p_1, & |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| \leq R_0; \\ p_0, & |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| > R_0; \end{cases} \quad (7)$$

$$T(\mathbf{r}, 0) = \begin{cases} T_1, & |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| \leq R_0; \\ T_0, & |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| > R_0; \end{cases} \quad (8)$$

– граничные условия (ГУ) Дирихле для p и \mathbf{u} , условия Неймана или Дирихле для T :

$$p(\mathbf{r}, t) = p_0, \quad \mathbf{r} \in \Omega \setminus \Gamma; \quad (9)$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = 0, \quad \mathbf{r} \in \Gamma; \quad (10)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \nu} = 0 \text{ или } T = T_0, \quad \mathbf{r} \in \Gamma, \quad (11)$$

где $\mathbf{r}_0 = (-0,65L, 0,0125L)$; $R_0 = 0,0125L$; $p_0 = 101\,325$ Па, $p_1 = 30 \cdot 10^5$ Па; $T_0 = 293$ К; $T_1 = 7000$ К.

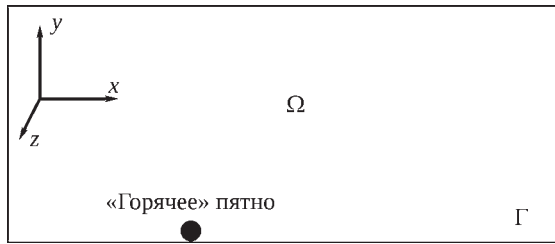


Рис. 2. Схема расчетной области (масштаб не соблюден)

Свойства среды. Для описания свойств ионизированного воздуха при высоких температуре и давлении использовано приближение локального термодинамического равновесия и аналитические представления для электрической проводимости $\sigma(p, T)$, динамической вязкости $\mu(p, T)$, теплопроводности $\lambda(p, T)$, изобарной теплоемкости $C_p(p, T)$, средней молярной массы смеси из [8]. Во всех зависимостях предполагается, что воздух сухой (отсутствуют пары воды) и не содержит аргон (Ar). Детали расчета равновесного состава воздуха и коэффициентов переноса, а также погрешности аналитического представления свойств и сравнения с расчетами других авторов могут быть найдены в работе [8]. Аналогичные данные без аналитического представления для воздуха с учетом паров воды и аргона можно найти в работах [9; 10]. Потери энергии на излучение задавались в модели источником членом в уравнении энергии, для коэффициента абсорбции $\chi_{eff}(p, T)$ использованы данные [11].

На рис. 3 приведены графики теплопроводности и вязкости ионизированного воздуха для разного давления в диапазоне температуры $T = 300 \dots 15\,000$ К. Для сравнения также показан график динамической вязкости, рассчитанной по формуле Сатерленда, применяющейся обычно для $T < 700$ К. На рис. 4 приведены графики изобарной теплоемкости и электрической проводимости среды.

Для расчета эффективного коэффициента абсорбции χ_{eff} по данным [11] в приближении серого газа (коэффициент абсорбции не зависит от длины волны) использован закон Бугера – Ламберта – Бера и формула Планка:

$$\sum_i I_i \exp(-\chi_i l) = I_0 \exp(-\chi_{eff} l), \quad (12)$$

где индекс i соответствует полосе длины волн из работ [11; 12]; I – интенсивность равновесного излучения; l – толщина слоя. Результаты расчета эффективного коэффициента абсорбции для разных давлений и температур представлены в таблице. Приведена только часть данных, полный набор дополнительно содержит значения для более высоких температур T до 20 000 К и более низких давлений p до 0,001 атм. Значения получены для всего диапазона частот из [11]: 75...45 000 ГГц (66...40 000 нм) с шагом $\Delta\nu = 75$ ГГц; учтены следующие виды процессов с переносом излучения: связанно-связанные переходы в молекулах (спектры из вращательных линий); фотоионизация,

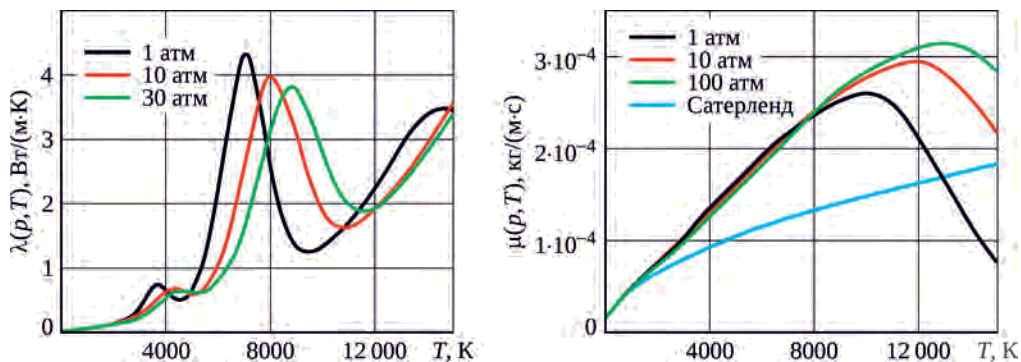


Рис. 3. Коэффициенты теплопроводности $\lambda(p, T)$ и динамической вязкости $\mu(p, T)$ ионизированного воздуха

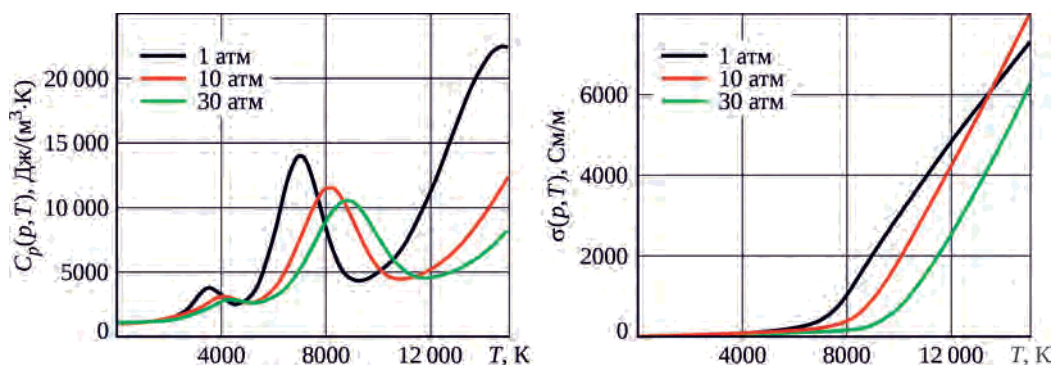


Рис. 4. Теплоемкость $C_p(p, T)$ и электрическая проводимость $\sigma(p, T)$ ионизированного воздуха

Таблица. Эффективный коэффициент абсорбции $\chi_{eff}(p, T)$

p , атм	T , К										
	2000	2500	3000	3500	4000	5000	6000	7000	8000	9000	10 000
0,01	3,54	3,54	0,25	2,23	2,20	2,20	1,91	1,56	1,56	1,56	1,49
0,03	4,49	4,49	1,10	2,87	2,46	2,47	2,34	2,00	1,96	1,96	2,01
0,1	4,91	4,91	2,24	4,91	3,23	2,79	2,76	2,47	2,31	2,31	2,40
0,3	5,23	5,23	2,69	4,95	5,39	3,36	3,19	2,95	2,69	2,69	2,67
1	5,57	5,57	2,98	6,52	6,40	5,29	4,11	3,63	3,21	3,21	2,88
3	3,60	3,60	3,46	6,99	7,05	5,95	6,01	5,20	4,29	4,29	3,33
10	5,88	5,88	5,16	7,52	7,76	7,71	7,38	7,05	6,50	6,50	4,95
30	6,74	6,74	11,10	8,15	7,68	6,21	8,68	8,60	5,84	5,84	2,84
100	8,39	8,39	27,20	9,78	10,18	6,31	6,19	11,55	5,66	5,66	9,08

фотодиссоциация и другие процессы, определяющие непрерывный спектр; связанно-связанные переходы, дающие мультиплетные серии спектральных линий.

Дискретизация и сеточная сходимость. Разностный аналог начально-краевой задачи (1)–(10) в области Ω построен на неравномерной ортогональной сетке ω_{ht} с числом узлов N_x, N_y вдоль осей координат Ox, Oy . Следуя [7], сгущение сетки располагалось в области непосредственного движения дуги и выполнено так, чтобы размер ячеек уменьшался приблизительно в два раза по каждому направлению. Разностная схема для пространственных переменных и решатель выбраны согласно материалам статьи [7]: противопоточная схема второго порядка и решатель AUSM (advection upstream splitting method). Схема дискретизации по времени изменена с явной на неявную схему Эйлера первого порядка. Все расчеты выполнены с использованием программного комплекса ANSYS Fluent (Customer ID: 1039481), функционал которого был расширен за счет пользовательских модулей, написанных на языке C/C++ и использующих макросы ANSYS Fluent.

Сходимость сеточного решения исследована численно на основе рассмотрения набора пространственных сеток: $N_x \times N_y = 480 \times 120$ (57 600 узлов, сетка № 1), 638×379 (241 802 узла, сетка № 2 [7]), 1280×360 (460 800 узлов, $h_x = h_y = 40$ мкм в горячей области, сетка № 3, базовая), 2319×620 ($\approx 1,438$ млн узлов, $h_x = h_y = 20$ мкм в горячей области, сетка № 4), 4641×1360 ($\approx 6,312$ млн узлов, $h_x = h_y = 10$ мкм в горячей области, сетка № 5). Для сравнения, средняя длина свободного пробега молекул в воздухе при стандартных условиях составляет порядка 0,07 мкм.

Результаты расчетов на самой грубой сетке № 1 существенно отличались от результатов расчетов на более подробных сетках, однако для сеток № 2–5 решения различались уже незначительно. Сравнение полей плотности ρ , давления p , температуры T и компоненты скорости V_x для момента времени $t = 100$ мкс для сеток № 2–5 приведено на рис. 5 – рис. 8: изображены область движения дуги и ее увеличенный фрагмент вблизи границы дуги. Для удобства изложения назовем малую область, в которой линии тока из бес-

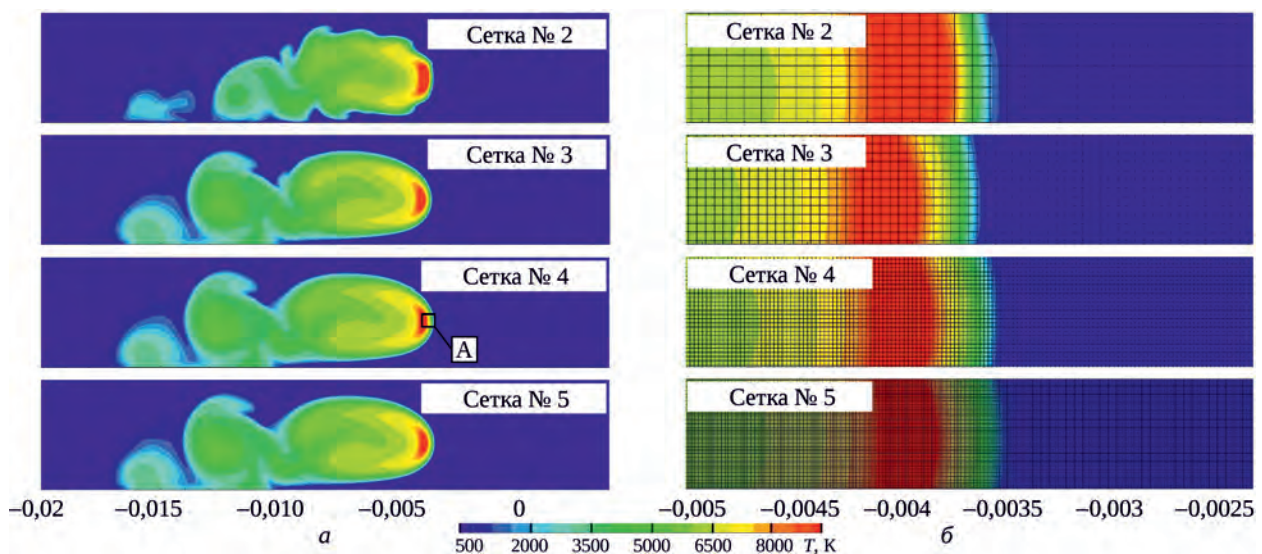


Рис. 5. Сравнение полей температуры в масштабе всей дуги (а) и на ее увеличенном фрагменте А (б) для $t = 100$ мкс (дуга движется слева направо)

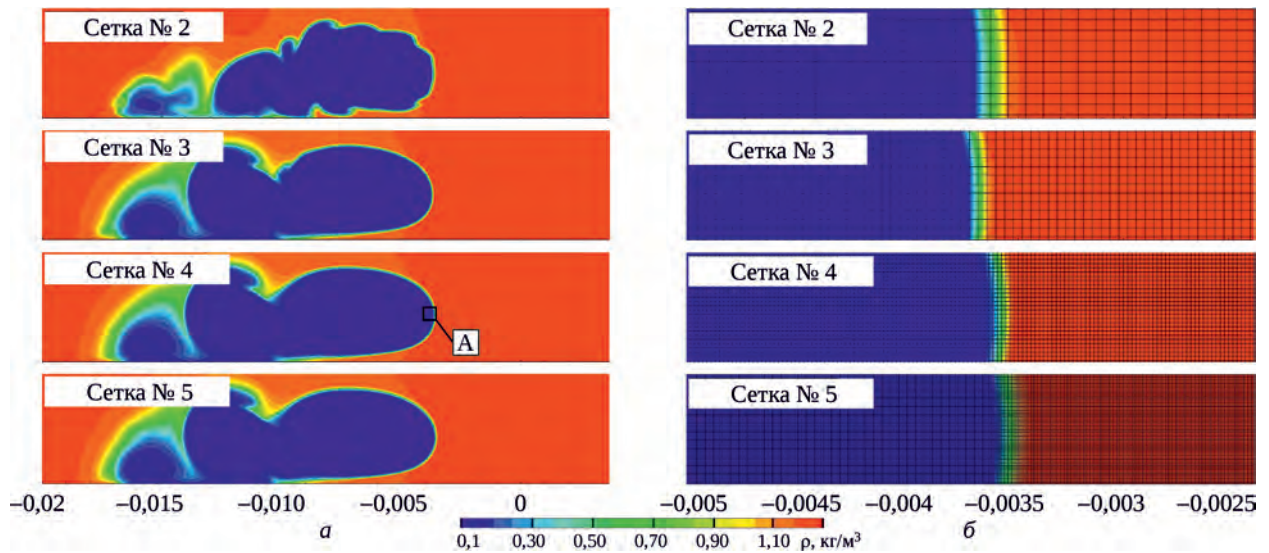


Рис. 6. Сравнение полей плотности в масштабе всей дуги (а) и на ее увеличенном фрагменте А (б) для $t = 100$ мкс

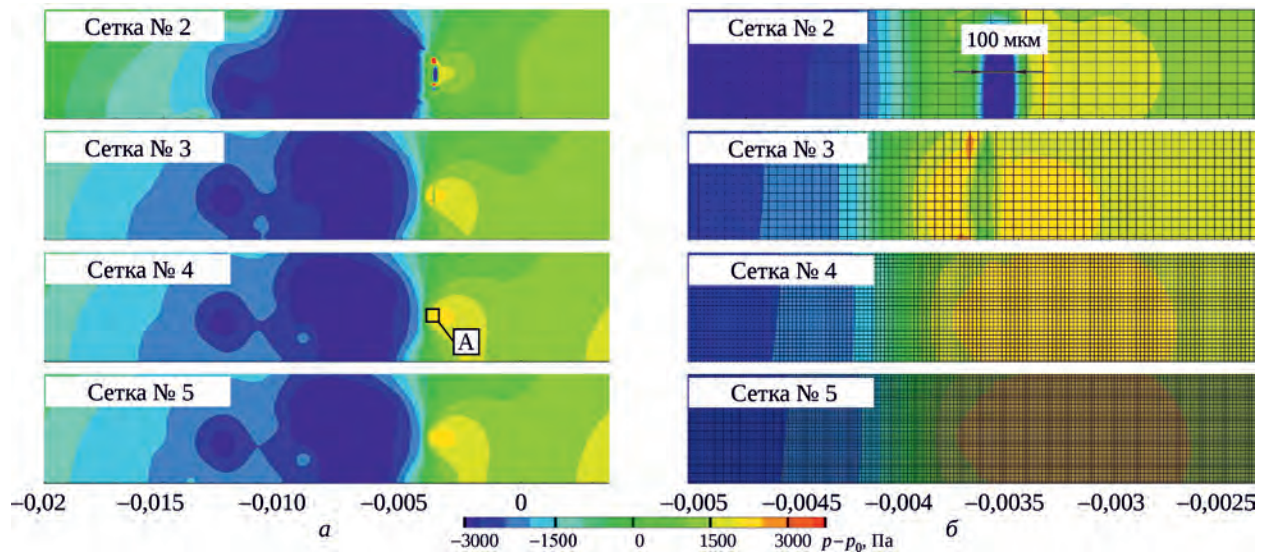


Рис. 7. Сравнение полей давления в масштабе всей дуги (а) и на ее увеличенном фрагменте А (б) для $t = 100$ мкс

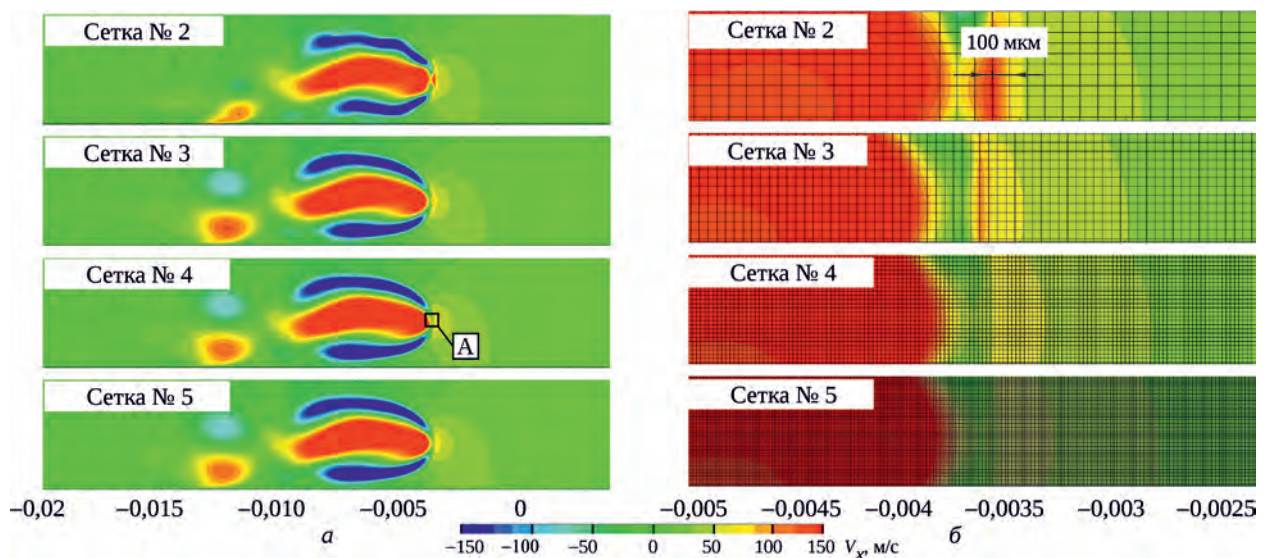


Рис. 8. Сравнение полей скорости в масштабе всей дуги (а) и на ее увеличенном фрагменте А (б) для $t = 100$ мкс

конечности при переходе через пограничный слой дуги практически не искривляются, областью разделения. На рисунках видно, что толщина динамического пограничного слоя дуги (по плотности) $\delta < 100$ мкм. Таким образом, пространственного разрешения сетки № 2 недостаточно для разрешения пограничного слоя, вследствие чего рассчитанные поля давления и скорости в области разделения (область А) имеют явную особенность, внутри которой наблюдается давление, сравнимое по величине с давлением в ядре дуги, и большие значения продольной скорости (см. рис. 7 и рис. 8).

Для всех рассмотренных сеток картина течения подобна – поток при натекании на горячую область разделяется на три части: на два сдвоенных вихря ниже и выше области разделения и поток, не вовлеченный в вихревые структуры. Верхняя вихревая область при этом более протяженная, чем нижняя.

Сходимость по временной сетке исследована для явного и неявного методов Эйлера. Для рассматриваемой задачи неявная схема обладает большей вычислительной эффективностью, так как позволяет для базовой сетки № 3 использовать шаги по времени вплоть до $\Delta t = 2 \cdot 10^{-7}$ с без потери устойчивости счета. Указанное ограничение на шаг Δt связано уже не с устойчивостью самого метода (он *L*-устойчив), а с физической скоростью распространения малых возмущений в рассматриваемой задаче. Большинство расчетов проведено с шагом $\Delta t = 1 \cdot 10^{-7}$ с. Также были выполнены расчеты с шагом $\Delta t = 1 \cdot 10^{-8}$; $5 \cdot 10^{-8}$; $2 \cdot 10^{-7}$ с: существенных различий в результатах для тестового момента времени $t = 100$ мкс при всех вариантах шага Δt не обнаружено.

Результаты моделирования

Результаты предварительных расчетов (15 серий на грубой сетке) с небольшой вариацией начальных условий p_1 , T_1 в «горячем» пятне и уровня отсечки изоперфораций абсолютных значений $\sigma(p, T)$ для интегрирования (в базовом варианте граница области задана как $\sigma(p, T) = 0,1$ См/м) показали, что эти изменения мало влияют на характер эволюции горячей области.

Сравнение результатов расчетов на базовой сетке с данными эксперимента по скорости движения горячей области и напряженности электрического поля для $t < 130$ мкс представлено на рис. 9. На рисунке также приведены результаты расчетов без источникового члена в уравнении энергии, описывающего потери на излучение, и результаты расчетов других авторов.

На рис. 9,а изображены зависимости абсциссы точки максимальной температуры от времени для интервала, соответствующего одному пульсу тока; для экспериментальных измерений приведены диапазоны погрешности. Видно, что все расчетные результаты

хорошо соответствуют экспериментальным. Расхождение между результатами расчета [7] и расчета без излучения, выполненного в настоящей работе, проявляется при $t > 60 \dots 80$ мкс. В то же время результаты расчета без излучения совпадают с точностью до погрешности измерений с экспериментальными данными для всего приведенного интервала времени. Различие между результатами расчета с излучением и без излучения не превышает 15% и становится значимым только для второго полупериода. Скорость движения точки с максимальной температурой в течение периода тока остается практически постоянной и равной ~ 90 м/с.

На рис. 9,б приведено сравнение расчетных и экспериментальных данных по напряженности электрического поля. Следует отметить, что в эксперименте напряженность не являлась напрямую измеряемой величиной, поэтому приведенные экспериментальные данные следует рассматривать только качественно. Из трех расчетных кривых наименьшее отклонение от экспериментальной кривой имеет расчет с излучением, выполненный в настоящей работе. При этом средний уровень напряженности в эксперименте ~ 15 кВ/м, в расчете с излучением ~ 10 кВ/м.

Рассмотрим более подробно структуру течения вблизи движущейся дуги (рис. 10). В момент времени $t = 40$ мкс отчетливо видна ударная волна, вызванная начальным пробоем и образованием дуги. Уже для этого момента времени все данные показывают асимметрию горячей области, которая имеет вытянутую эллипти-

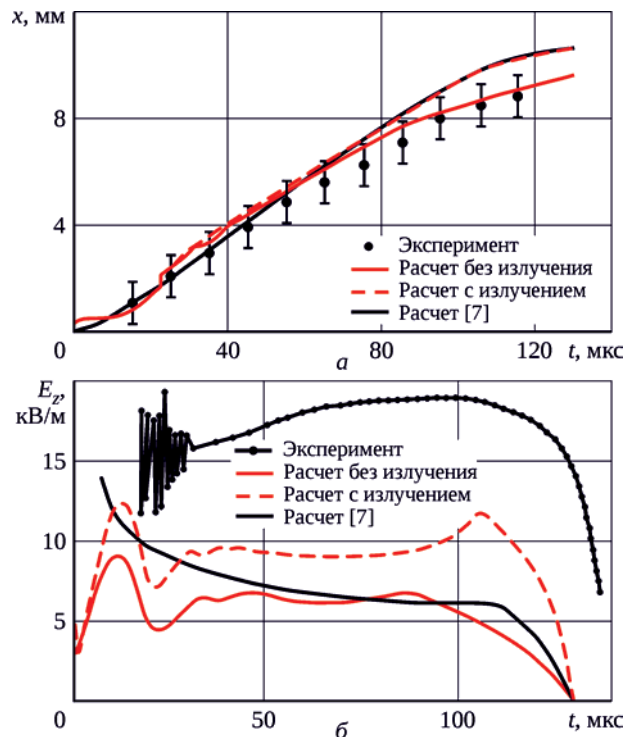


Рис. 9. Сравнение движения горячей области (а) и напряженности (б) для $t < 130$ мкс

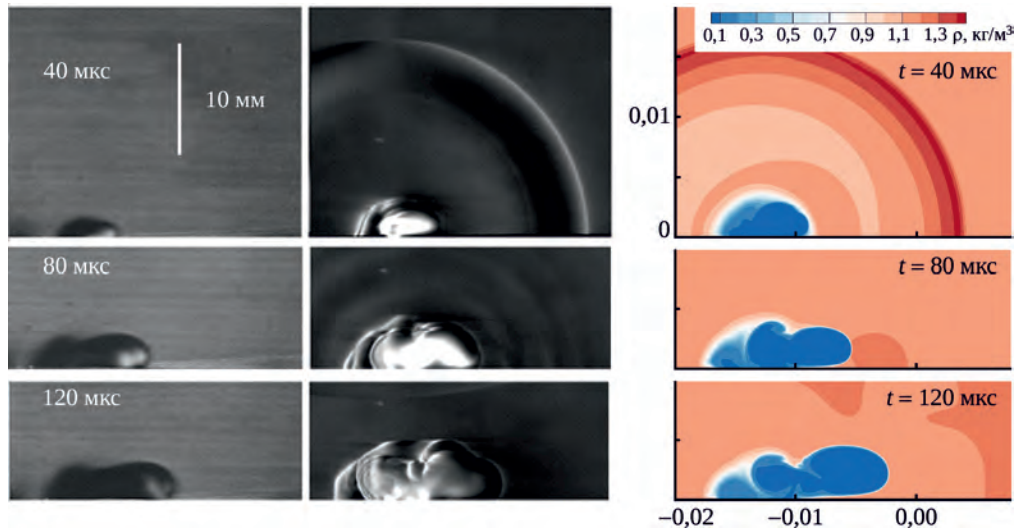


Рис. 10. Сравнение структуры течения в моменты времени $t = 40; 80; 120$ мкс: осредненные фотографии засеянного потока PIV [1] (левый столбец); шлирен фотографии [1] (средний столбец); расчетные поля плотности (правый столбец)

ческую в поперечном разрезе форму, в пристеночной области образуется система вихрей. В целом полученная расчетами структура соответствует наблюдаемой в экспериментах. Течение за головной частью горячей области подобно течению за плохо обтекаемым телом.

Картина обтекания головной части при $t = 100$ мкс показана на рис. 11 в виде полей температуры (для двух вариантов граничных условий для температуры на стенке) с наложенными линиями тока. Отчетливо видно, что за парными головными вихрями образуется еще один вихрь, причем его происхождение не связано со сходом вихрей, как можно было бы ожидать по аналогии с обтеканием цилиндра. Этот вихрь образуется при взаимодействии горячей области со стенкой в начальные моменты времени. Еще один пристеночный вихрь, который можно наблюдать в следе за горячей областью на рис. 11, также образован из-за наличия стенки в начальный период расширения горячей области.

Недостатками рассматриваемой модели являются: необходимость сеточного разрешения области движе-

ния дуги и дополнительные вычислительные затраты, связанные с отдельной процедурой расчета напряженности во всей области. Эта процедура имеет асимптотическую сложность по времени $O(CN)$, где C – константа, определяемая количеством операций для каждой ячейки, N – число ячеек, что приведет к увеличению вычислительной сложности в трехмерном случае.

Один из вариантов обобщения математической модели на трехмерный случай, исключающий указанные выше недостатки, заключается в аппроксимации источников, описывающих силу Ампера и нагрев Джоуля – Ленца, заранее откалиброванными по двумерным расчетам функциями или готовыми табулированными источниками в предположении, что в направлении Oz все параметры внутри горячей области не меняются, а влияние потока на течение в горячей области мало. Такой вариант организации вычислительной процедуры позволяет избежать расчета интеграла проводимости. Также ясно, что если заменить $\mathbf{J} \times \mathbf{B} = f(\mathbf{r}, t): \quad \forall \alpha = (\mathbf{r}, t) \in \omega_{ht}, \quad \mathbf{J}(\alpha) \times \mathbf{B}(\alpha) = f(\alpha),$

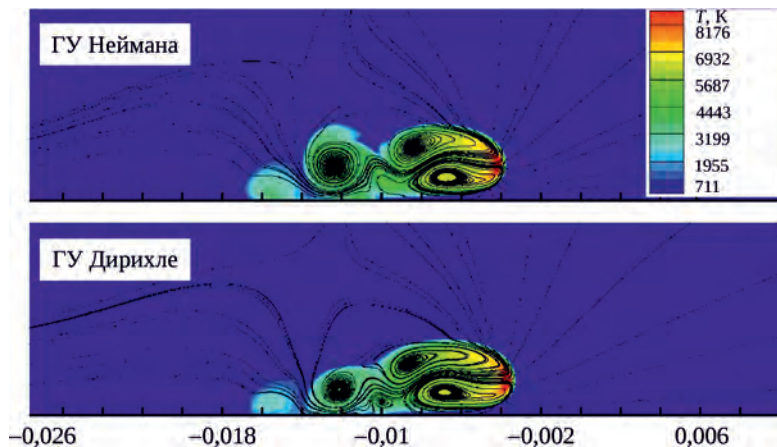


Рис. 11. Поля температуры в момент времени $t = 100$ мкс для двух вариантов постановки граничных условий для T

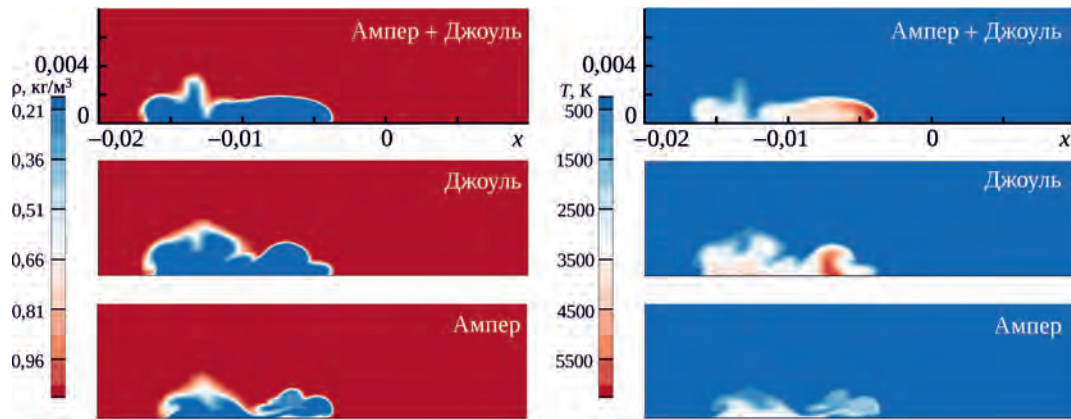


Рис. 12. Сравнение структуры течения при $t = 100$ мкс для моделей с источниками в уравнениях энергии и импульса (верхний ряд), только в уравнении энергии (средний ряд), только в уравнении импульса (нижний ряд)

то решение начально-краевой задачи, если оно существует, не изменится. Вводя сеточную функцию $f(\mathbf{r}, t)$ и аналогично сеточную функцию $\phi(\mathbf{r}, t)$ (для источников в уравнении энергии), можно получить решение без вычисления интеграла проводимости. Одним из наиболее простых способов аппроксимации сеточных функций $f(\mathbf{r}, t)$ и $\phi(\mathbf{r}, t)$ является обобщение полей источников из двухмерного расчета. Например, в виде гауссовой функции с максимальным значением, приближенно соответствующим полученному при расчетах по полной модели:

$$f(\mathbf{r}, t) = B I_{0z} \sin\left(\frac{\pi t}{\tau}\right) \exp\left[-\frac{4 \log 2}{R_0^2} (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0 - \mathbf{u}_0)^2\right]; \quad (13)$$

$$\phi(\mathbf{r}, t) = A I_{0z} \sin\left(\frac{\pi t}{\tau}\right) \exp\left[-\frac{4 \log 2}{R_0^2} (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0 - \mathbf{u}_0)^2\right]; \quad (14)$$

$$\mathbf{u}_0 = (u_0 t, 0)^T. \quad (15)$$

Здесь $A = 7000 \text{ В}/(\text{м}^3 \cdot \text{с})$; $u_0 = 90 \text{ м/с}$ – заданная заранее скорость движения горячей области. Этот подход соответствует широко распространенному подходу с представлением объемной силы в виде аналитических зависимостей, полученных из эксперимента [13–15].

Некоторые результаты расчетов с использованием аппроксимаций (13)–(15) приведены на рис. 12 в виде полей плотности и температуры при $t = 100$ мкс с учетом разных механизмов взаимодействия плазменного образования и несущего потока. Верхний ряд соответствует учету и силы Ампера, и джоулева тепловыделения, средний ряд – учету только джоулева тепловыделения, нижний ряд – учету только силы Ампера. Видно, что оба механизма взаимодействия значимы для формирования корректной структуры течения. В отсутствие силы Ампера не происходит формирования вихрей в следе за горячей областью, в то время как учет только силы Ампера приводит к чрезмерно быстрому понижению температуры в головной части горячей области.

Таким образом, для рассматриваемого типа разряда необходим учет обоих механизмов взаимодействия для корректного описания структуры течения и его динамики.

Параметры аппроксимаций (13)–(15) могут быть уточнены, однако в трехмерных расчетах также могут быть использованы и табулированные источники для уравнений энергии и импульса, полученные при расчетах по полной модели. Для переноса на грубую сетку в пограничном слое многомерного газодинамического расчета может быть использована интерполяция, а «активный» объем, в котором и осуществляется воздействие дуги на несущий поток, может быть выбран из условия на проводимость: $\sigma < 0,1 \text{ См/м}$.

Заключение

Результаты двухмерного численного моделирования движения горячей области, имитирующей дуговой разряд, под воздействием электромагнитного поля хорошо соответствуют экспериментальным данным по скорости движения горячей области. Оценка вклада излучения, моделируемого источниковым членом в уравнении энергии, в интегральные характеристики дуги показала, что этот вклад не превышает 15% скорости движения дуги для интервала времени $t = 130$ мкс и не более 50% напряженности электрического поля. В отношении рассматриваемого типа разряда для корректного описания структуры и эволюции течения необходим учет как силы Ампера, так и джоулева тепловыделения в проводящей горячей области.

Для обобщения результатов двухмерных расчетов с целью их использования в трехмерных газодинамических расчетах в областях сложной формы возможно следующее: введение аналитических аппроксимационных формул для источниковых членов в уравнениях импульса и энергии или прямое использование результатов двухмерных расчетов и процедур интерполяции.

Литература / References

1. Moreau E. Airflow Control by Non-Thermal Plasma Actuators // J. of Physics D: Applied Physics. 2007. Vol. 40, nr 3. P. 605–636.
2. Soetomo F. The Influence of High Voltage Discharge on Flat Plate Drag at Low Reynolds Number Air Flow: a thesis... master of science. Iowa State University, 1992. xxii, 184 p.
3. Soldati A., Banerjee S. Turbulence Modification by Large Scale Organized Electrohydrodynamic Flows // Physics of Fluids. 1998. Vol. 10, nr 7. P. 1742–1756.
4. Colver G., El-Khabiry S. Modeling of DC Coronadischarge Along an Electrically Conductive Flat Plate with Gasflow // IEEE Trans. on Industry Applications. 1999. Vol. 35, nr 2. P. 387–394.
5. Mendes R.V., Dente J.A. Boundary Layer Control by Electric Fields // J. of Fluids Engineering. 1998. Vol. 120, iss. 3. P. 626–629.
6. Moreau E., Leger L., Touchard G. Three-Phase Traveling Wave Surface Discharge Along an Insulating Flat Plate in Air: Application to Electrohydrodynamically Airflow Control // 2002 Annual Report Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena, October 20–24, 2002, Cancun, Quintana Roo, Mexico. P. 272–278.
7. Magnetically Driven Arc as a Vortex Generator for the Boundary Layer Control Applications / I. Moralev, V. Bityurin, A. Bocharov, P. Kazansky, A. Kotvitskii, P. Semenev // Proceedings of AIAA Scitech 2020 Forum, 6–10 January 2020, Orlando, FL. eISBN: 978-1-62410-595-1.
8. Thermodynamic and Transport Properties in Equilibrium Air Plasmas in a Wide Pressure and Temperature Range / A. D'Angola, G. Colonna, C. Gorse and M. Capitelli // The European Physical Journal D. 2008. Vol. 46, nr 1. P. 129–150. DOI 10.1140/epjd/e2007-00305-4.
9. Coufal O., Živný O. Composition and Thermodynamic Properties of Thermal Plasma with Condensed Phases // The European Physical Journal D. 2011. Vol. 61, nr 1. P. 131–151. DOI 10.1140/epjd/e2010-10211-3.
10. Thermodynamic and Transport Properties of Real Air Plasma in Wide Range of Temperature and Pressure / W. Chunlin, W. Yi, C. Zhexin et al. // Plasma Science and Technology. 2016. Vol. 18, nr 7. P. 732–739.
11. Оптические свойства горячего воздуха / И.В. Авилова, Л.М. Биберман, В.С. Воробьев и др. М.: Наука, 1970. Opticheskie svoistva goriachego vozdukh [Optical Properties of Hot Air]. I.V. Avilova, L.M. Biberman, V.S. Vorob'ev et al. Moscow: Nauka, 1970.
12. Электронный справочник по свойствам веществ, используемых в теплоэнергетике (ОИВТ РАН): интерактив. интернет-справ. НИУ МЭИ, 2019. URL: www.twt.mpei.ac.ru/TTHB/2/OIVT/OIVT.html. Elektronnyi spravochnik po svoistvam veshchestv, ispol'zuemykh v teploenergetike (OIVT RAN): interaktivnyi internet-spravochnik NIU MEI [Electronic Handbook on Properties of Substances Used in Thermal Power Engineering (Joint Institute for High Temperatures of the Russian Academy of Sciences): interactive online reference book of National Research University “Moscow Power Engineering Institute”], 2019. URL: www.twt.mpei.ac.ru/TTHB/2/OIVT/OIVT.html.
13. Singh K.P., Roy S. Force Approximation for a Plasma Actuator Operating in Atmospheric Air // J. of Applied Physics. 2008. Vol. 103, nr 1. Art. 013305.
14. Semenev P.A., Pudovikov D.E., Toktaliev P.D. Numerical Simulation of Interaction Process between Dielectric Barrier Discharge and Duct Flow // ECCOMAS Congress 2016: Proc. of the VII Europ. Congr. on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering: held in Crete, Greece, 5–10 June 2016. Athens: Inst. of Structural Analysis and Antiseismic Research, Nat. Techn. Univ. of Athens, 2016. Vol. 1. P. 844–856.
15. Semenev P.A., Pudovikov D.E. Dielectric Barrier Discharge Numerical Simulation and Analysis of its Flow Control Application Effectiveness. 2015. (6th European Conference for Aeronautics and Space Sciences (EUCASS)).

Материалы получены редакцией 05.02.2020