УДК 621.438:534.835.46

## Моделирование тонального шума турбины низкого давления

#### Нигматуллин Р.З., Терентьева Л.В.

Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова, г. Москва e-mail: nigmaRZ@ciam.ru

На основе численного интегрирования системы нестационарных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса в трехмерной постановке определены тональные характеристики шума, генерируемого в выходном сечении двухступенчатой турбины низкого давления на разных режимах работы. Приведено сравнение результатов расчета с доступными экспериментальными данными.

Ключевые слова: тональный шум, турбина низкого давления, радиально-модальный анализ, URANS.

### Modeling of a low pressure turbine tonal noise

Nigmatullin R.Z., Terentyeva L.V. CIAM, Moscow

Numerical integration of the unsteady Reynolds-averaged three dimensional Navier – Stokes equations system is used to define tonal characteristics of the noise, which is generated in the exit of the two-stage low-pressure turbine in different operating modes. Comparison of the calculation results with the available experimental data is given.

Keywords: tonal noise, low pressure turbine, radial-modal analysis, URANS.

#### Введение

По оценкам ведущих производителей самолетов гражданской авиации компаний Boeing и Airbus прогнозируемый рост коммерческого авиационного трафика составляет 4...5% в год, что приведет к двукратному увеличению мирового парка гражданской авиации в ближайшие 15 лет. Увеличение шумовой нагрузки на жителей районов, прилегающих к аэропортам, заставляет международные организации ужесточать требования к уровням шума, производимого самолетами. Впервые ограничения по уровню шума ввели в 1971 г. в рамках Международного стандарта по нормированию шума, создаваемого на местности пассажирскими самолетами, и отечественного ГОСТ 17228-71.

Для оценки раздражающего воздействия авиационного шума применяются следующие критерии: уровни воспринимаемого шума PNL (PNдБ), учитывающие реакцию человека на шум разного частотного состава; эффективные уровни воспринимаемого шума EPNL (EPNдБ), дополнительно учитывающие продолжительность воздействия шума. Чаще всего эти критерии применяют при оценке шума в населенных пунктах, расположенных вблизи крупных аэропортов. Измерения шума самолета проводят в трех различных точках в районе взлетно-посадочной полосы: при разбеге на взлетном режиме работы двигателей, при наборе высоты и при посадке. Суммарный уровень замеренного шума не должен превышать заданной величины, зависящей от максимальной взлетной массы самолета. Предельно допустимые уровни шума дважды снижались на 10 ЕРNдБ (в 1977 г. и 2006 г.). Для новых самолетов, проходящих сертификацию после 31 декабря 2017 г. (для самолетов взлетной массой менее 55 т – после 31 декабря 2020 г.), вводятся требования, предполагающие снижение уровня воспринимаемого шума на 7 ЕРNдБ по сравнению с действующими нормами [1, 2].



**Рис. 1.** Основные источники шума самолета: *1* – вентилятор и компрессор; *2* – вентилятор, турбина и камера сгорания; *3* – струя; *4* – планер

Общий шум самолета складывается из нескольких составляющих (рис. 1), основной из которых является шум двигателя. Шум реактивного двигателя в свою очередь состоит из шума его различных компонентов. В переднюю полусферу излучается шум, генерируемый вентилятором и компрессором, в заднюю – шум от вентилятора, турбины, камеры сгорания и реактивной струи. Также создают шум различные элементы планера: шасси, устройства для создания подъемной силы (закрылки и предкрылки). Все эти источники имеют свою интенсивность, спектр и направленность и совместно создают шум всего самолета, который измеряется в заданной сертификационной точке.

В 1960-е годы, когда преобладали самолеты с турбореактивными двигателями, основным источником шума была реактивная струя. Переход авиации на двухконтурные турбовентиляторные двигатели привел к уменьшению скорости истечения реактивной струи из выходного сопла и снижению ее шума, при этом основным источником шума стал вентилятор.

Вклад различных источников шума воздушных судов в общий уровень излучаемой акустической мощности (PWL) при взлете и посадке показан на рис. 2. Эти данные типичны для современного магистрального самолета, оснащенного турбовентиляторным двигателем с высокой степенью двухконтурности. При взлете преобладает шум струи и вентилятора, при заходе на посадку – шум планера и вентилятора.

На режиме захода на посадку, когда двигатели работают на пониженных дроссельных режимах, значимое влияние на общий уровень шума самолета может оказывать акустическое излучение турбины. Это особенно заметно для самолетов с турбовентиляторными двигателями с высокой степенью двухконтурности, у которых отсутствуют звукопоглощающие материалы в выхлопном тракте газогенератора. В связи с этим изучение механизмов генерации шума турбиной представляет практический интерес.



Несмотря на то, что турбина не является доминирующим источником шума в двигателе, исследования шума турбины ведутся давно, хотя и не так интенсивно, как исследования шума вентилятора и компрессора. В 1969 г. в одной из первых работ Смита и Бушеля по исследованию шума турбин [4] было отмечено, что для турбовентиляторного двигателя со степенью двухконтурности З и выше шум турбины становится значительным и необходимы исследования по его подавлению. Был предложен эмпирический метод оценки шума на основе экспериментальных данных, полученных для модельной и полномасштабной турбин. В последующих работах на основе теоретических и экспериментальных исследований были разработаны различные полуэмпирические формулы и аналитические модели для оценки уровня шума. В 1975 г. в обзоре методов предсказания шума турбин [5] отмечалось, что в каждом конструкторском бюро, разрабатывающем авиационные двигатели, созданы собственные эмпирические модели для оценки шума турбины, учитывающие различные корреляционные параметры, такие как размер двигателя, температура и скорость газа в турбине, осевое расстояние между ротором и статором, производимая турбиной работа, число ступеней и другие. Однако результаты сравнения с экспериментальными данными показали, что ни одна из предложенных методик не является совершенной и требуются дальнейшие экспериментальные и аналитические исследования для разработки корреляционных параметров, более тесно связанных с физическими процессами генерации, распространения и излучения шума. Создание надежной модели, способной предсказывать шум турбины на стадии проектирования, по-прежнему остается актуальной задачей [6]. Современные тенденции в проектировании турбин предполагают уменьшение числа рабочих лопаток при одновременном повышении нагрузки на ступень, что делает вновь разрабатываемые турбины более шумными, чем их предшественники.



**Рис. 2.** Относительные уровни мощности различных источников шума самолета при взлете (*a*) и заходе на посадку (*b*) [3]: 1 – вентилятор; 2 – компрессор; 3 – камера сгорания; 4 – турбина; 5 – реактивная струя; 6 – двигатель в целом; 7 – планер; 8 – самолет в целом

Спектр шума ступени вентилятора, компрессора или турбины состоит из широкополосной составляющей, на которую наложены чистые тона, кратные скорости вращения вала Ω. Широкополосный шум является результатом действия на лопатку случайных сил, а чистые тона – периодических сил. Источником шума являются пульсации давления на поверхности лопаток рабочего колеса и соплового (направляющего) аппарата, когда они взаимодействуют с турбулентными следами за лопатками, расположенными выше по потоку. Такие пульсации создают тональный шум на частоте следования лопаток и ее гармониках.

За последние десятилетия разработано множество методов численного прогнозирования акустической эмиссии на частоте следования лопаток. Первый крупный вклад в аэроакустику турбомашин был сделан Тайлером и Софриным [7], которые изучили влияние трубы на излучаемое звуковое поле и определили связь между количеством лопаток, акустическими модами в канале и условием их распространения (условием отсечки мод). Краткий обзор ранних методов расчета интенсивности вращающихся мод, основанных на различных аналитических моделях, приведен в работе [8].

С развитием компьютерных технологий были разработаны линеаризованные по времени методы расчета, учитывающие реальную геометрию лопаток и неравномерный средний поток. Такие методы, изначально применявшиеся для оценки акустического отклика одного лопаточного венца, сейчас широко используются для оценки тонального шума вентилятора и компрессора. В качестве исходных уравнений используют как линеаризованные уравнения Эйлера LEE, так и линеаризованные уравнения Навье – Стокса LRANS, в которых нестационарные возмущения вычисляются относительно основного вязкого или невязкого потока. В ЦИАМе создан программный комплекс 3DAS (3-Dimensional Acoustics Solver), который успешно применяется для расчета тонального шума многоступенчатых турбомашин [9]. Линеаризованные методы используются также и для расчета тонального шума турбин [10-12]. Результаты этих работ позволяют предположить, что шум турбины может быть достаточно точно описан интегрированием линеаризованных уравнений Эйлера и Навье – Стокса с использованием вязкого основного течения.

Исследование сложного механизма генерации тонального шума можно проводить на основе решения нестационарных уравнений Навье – Стокса URANS [13]. Такой подход позволяет использовать программы численного анализа газодинамики турбомашин, однако требует существенно больших вычислительных затрат в связи с необходимостью применения подробных вычислительных сеток вследствие разного масштаба исследуемых явлений. Также необходимы специальные методы для корректного извлечения акустической информации из полученных данных. Сравнительный анализ результатов моделирования тонального шума турбины различными численными методами, в том числе LRANS и URANS, показал хорошее согласование результатов [14].

В статье представлены результаты исследования генерации тонального шума модельной двухступенчатой турбиной низкого давления (ТНД). Метод расчета основан на численном интегрировании системы нестационарных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса. Полученное в результате расчета трехмерное поле пульсаций давления преобразовано методами частотного, модального и радиального анализа. Собственные функции, описывающие распространение малых возмущений в цилиндрическом канале в случае неравномерного среднего потока, найдены численно. Амплитуды акустических мод определены методом согласования мод давления в трех плоскостях. Вопросы распространения шума по каналу от выходного сечения турбины до среза выходного сопла не рассматривались. Отметим, что данная турбина исследована также другими авторами [8, 15].

#### Численный метод аэродинамического расчета

Моделирование нестационарного турбулентного течения газа в проточной части ТНД выполнено на основе численного интегрирования нелинейных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса, записанных в консервативной форме в цилиндрических координатах. Используется конечно-разностная дискретизация исходных уравнений на структурированных сетках; невязкие потоки рассчитываются с помощью решения задачи Римана о распаде произвольного разрыва (метод Годунова повышенной точности), вязкие члены с использованием центральных разностей. Интегрирование по времени проводится с помощью неявной схемы повышенной точности [16], имеющей второй порядок аппроксимации по пространству и по времени. Для моделирования характеристик турбулентности потока применяется однопараметрическая дифференциальная модель Спаларта и Аллмараса [17].

Области статора и ротора рассматриваются в неподвижной и вращающейся системах координат соответственно. Сетки для соседних венцов стыкуются вдоль поверхностей, расположенных по середине осевого зазора между ними; в области скольжения сеток используется консервативная процедура передачи данных. Твердые стенки (поверхности лопаток, ограничивающие поверхности втулки и периферии) предполагаются адиабатическими. Радиальный зазор принимается равным нулю, при этом учитывается вращение бандажной полки на периферии. Во входном сечении задается однородный поток. При расчете нестационарного течения на выходе из расчетной области задаются безотражательные граничные условия, необходимая для этих условий информация определяется результатами соответствующих расчетов в стационарной постановке. Для стационарного расчета задаются стандартные граничные условия: полное давление, полная температура и углы потока на входе в расчетную область, статическое давление с условием радиального равновесия на выходе, условия периодичности на окружных границах и mixing plane интерфейс между статором и ротором.

Расчеты выполнены на сетках топологического Н-типа. Для снижения неравномерности сетки поперек сдвигового потока около обтекаемых поверхностей в условиях ограниченных вычислительных ресурсов использованы функции стенки в версии Райхардта [18]. Безразмерная толщина ячеек, примыкающих к твердым стенкам, составляла в среднем величину  $y^+ \approx 50...100$ . В пределах одного межлопаточного канала располагались по 30 ячеек в окружном и радиальном направлениях и 60...120 – в продольном направлении; общее количество ячеек сетки более  $2 \cdot 10^7$ . Фрагмент вычислительной сетки на среднем радиусе и расположение сечений, в которых проводилась запись результатов расчета, представлены на рис. 3.

Расчетная методика и программа расчета неоднократно верифицированы по экспериментальным данным применительно к проведению стационарных и нестационарных аэродинамических расчетов многоступенчатых турбин и компрессоров.

# Анализ результатов аэродинамического расчета

Распределение статического давления  $p(t, r, \theta)$  в осевом сечении на выходе из турбины, полученное в результате нестационарного расчета, исследовано с помощью частотного, модального и радиального анализа.

Анализ основан на разложении давления в ряд

$$p(t,x,r,\theta) = \sum_{k,m,n}^{+\infty} A_{mn} f_{mn}(r) e^{-i(m\theta - \omega_k t + k_{mn} x)}, \qquad (1)$$

где *т* и *n* – окружной и радиальный порядок моды (*m*, *n*);  $A_{mn}$  – комплексная амплитуда моды;  $f_{mn}(r)$  – собственные функции, описывающие акустические течения закрученного потока в канале;  $\omega_k$  – угловая частота колебаний, связанная с угловой скоростью вращения турбины  $\Omega$  и количеством лопаток роторов первой и второй ступени  $B_1$  и  $B_2$  соотношением  $\omega_k = \Omega(j_{1k}B_1 + j_{2k}B_2); k_{mn}$  – осевое волновое число.

Известно, что для однородного среднего потока распространение акустических возмущений в круговом канале описывается аналитически с помощью функций Бесселя первого и второго рода. В общем случае закрученного и обладающего осевым сдвигом среднего потока акустические и гидродинамические возмущения, распространяющиеся в канале, взаимодействуют между собой, и аналитического решения не существует. В этом случае собственные числа и собственные функции могут быть найдены численно, в настоящей работе для этого использован спектральный метод [19].

После определения собственных чисел  $k_{mn}$  и собственных функций  $f_{mn}(r)$  можно найти амплитуды  $A_{mn}$  на основе предложенного в работах Овендена и



Рис. 3. Фрагмент вычислительной сетки на среднем радиусе

Риенстры метода согласования мод давления [20]. Этот метод обеспечивает передачу акустических данных из областей аэродинамического расчета по полным уравнениям Навье – Стокса в содержащие только малые возмущения основного потока области, в которых возможен расчет по линеаризованным уравнениям. В качестве поверхности раздела между областями рассматривается либо одно поперечное сечение, либо область, содержащая несколько близких поперечных осевых сечений:  $x_0$ ,  $x_1$ ,  $x_2$  на рис. 3. В основе метода лежит модальное разложение полей параметров потока по базису собственных функций. Следует отметить, что в случае закрученного среднего потока такой базис не является ортогональным и амплитуды не определяются единственным образом.

Рассмотрим отдельную ( $\omega_k$ , *m*) компоненту давления  $P_{\omega m l}$  в плоскости  $x = x_l$ , полученную в результате разложения исходного поля возмущений в ряд Фурье по временным частотам и окружным модам. Равенство (1) без учета отраженных волн можно записать в виде

$$P_{\omega m}(x,r) = \sum_{n=0}^{N} A_{mn} f_{mn}(r) e^{-ik_{mn}x},$$
(2)

где *N* – число рассматриваемых радиальных мод.

После умножения обеих частей равенства (2) на комплексно сопряженные базисные функции  $f_{mk}^{*}(r)$  и интегрирования по радиусу от нижней стенки канала  $r = R_1$  до верхней  $r = R_2$  получим в плоскости  $x = x_0$ :

$$\sum_{n=0}^{N} A_{mn} e^{-ik_{mn}x_0} \int_{R_1}^{R_2} f_{mn}(r) f_{mk}^*(r) r dr = \int_{R_1}^{R_2} P_{\omega m0}(r) f_{mk}^*(r) r dr.$$
(3)

В матричной форме уравнение (3) имеет вид Ma = p, где компоненты матрицы M и векторов амплитуд a и значений p задаются следующим образом:

$$\{\mathbf{M}\}_{nk} = \int_{R_1}^{R_2} f_{mn}(r) f_{mk}^*(r) r dr;$$
  
$$\{a\}_n = A_{mn} e^{-ik_{mn}x_0}; \ \{p\}_k = \int_{R_1}^{R_2} P_{\omega m0}(r) f_{mk}^*(r) r dr.$$
(4)

Матричное уравнение для искомого вектора амплитуд решается стандартными методами.

Аналогичную процедуру нахождения амплитуд можно применить, если поля параметров известны в нескольких осевых сечениях. В этом случае в каждом сечении  $x = x_l$  можно воспользоваться собственными базисными функциями в виде

$$f_{mn}^{l}(r) = f_{mn}(r)e^{-ik_{mn}(x_{l}-x_{0})},$$

а к найденным векторам амплитуд применить метод наименьших квадратов для получения минимальной невязки, либо процедуру осреднения.

Поток, прошедший через вращающиеся и неподвижные лопаточные венцы, обладает значительной закруткой и содержит возмущения различной природы. В результате взаимодействия акустических и вихревых волн возникают возмущения, распространяющиеся вниз по потоку с почти конвективной скоростью и содержащие слабые колебания давления (так называемый псевдозвук [21]). В работе [22] предложен метод, учитывающий такие возмущения в акустическом анализе для более точного определения амплитуд акустических мод. Для моделирования распространения конвективных возмущений в осевом направлении вводится конвективное волновое число  $k_c^x = k^x / M$ , где k – волновое число в свободном потоке ( $k^x = \omega_k/a$ ); М – осевое число Маха однородного среднего потока. В качестве радиальной формы конвективных возмущений выбираются известные функции  $f_{mn}(r)$ . Поле давления конвективной компоненты записывается в виде:

$$p_c(t,x,r,\theta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn}^c f_{mn}(r) e^{-i(m\theta - \omega t + k_c^x x)}.$$

Для заданной частоты  $\omega_k$  и окружного порядка *m* поле давления представляет сумму акустических и конвективных компонент. Формула (2) приобретает вид:

$$P_{\omega m}(x,r) = \sum_{n=0}^{N} \left( A_{mn} e^{-ik_{mn}x} + A_{mn}^{c} e^{-ik_{x}^{c}x} \right) f_{mn}(r).$$
(5)

Амплитуды определяются согласно описанной выше процедуре.

#### Результаты расчета двухступенчатой ТНД

Изложенный метод применен для определения амплитуд тонального шума в выходном сечении модельной двухступенчатой неохлаждаемой ТНД. Число лопаток в первом венце – 64 сопловых и 68 рабочих, во втором - 112 сопловых и 88 рабочих. Соотношение чисел лопаток роторов и статоров турбины кратно 4, что позволяет сократить расчетную область в окружном направлении до π/2, выделив сектор периодичности. Расчетная область включает в себя 83 межлопаточных канала. Число шагов по времени на период следования лопатки равно 5600. Результаты расчетов сохранялись на каждом третьем временном шаге в четырех поперечных сечениях: одно – в осевом зазоре между сопловым аппаратом (СА) и рабочим колесом (РК) второй ступени (сечение 1); три – за выходной кромкой РК второй ступени (см. рис. 3). Координаты сечений относительно выходной кромки PK:  $x_0 = 5,1$  мм (сечение 2), *x*<sub>1</sub> = 19,1 мм, *x*<sub>2</sub> = 43,2 мм, что составляет 21, 77 и 178% длины хорды рабочей лопатки второй ступени.

Расчеты проведены для двух рабочих режимов: посадка (скорость вращения вала 2640 об/мин, перепад





*а* – периферия; б – середина; *в* – втулка; — – расчет; X , + – эксперимент

давления  $\pi = p_0^* / p_2 = 1,3$ ) и набор высоты (скорость вращения вала 3710 об/мин, перепад давления  $\pi = 1,8$ ). Для оценки точности аэродинамических расчетов выполнено сравнение расчетных и экспериментальных распределений давления на лопатках СА. Как видно из рис. 4, имеет место удовлетворительное согласование результатов.

Внутри осевых зазоров в поле течения наблюдаются значительные флуктуации скорости, давления, температуры. Эти колебания генерируют тональный шум при взаимодействии с лопатками роторов и статоров. Мгновенная картина распределений числа Маха и энтропийной функции  $100(s - s_0) / c_v (s_0 - энтропия в середине входного сечения СА1) на среднем радиусе представлена на рис. 5. Графики пульсаций давления в точке в середине межлопаточного канала на среднем радиусе в сечении 1 и сечении 2 (см. рис. 3) показаны на рис. 6.$ 



**Рис. 5.** Распределения числа Маха в абсолютной системе отсчета (*a*) и энтропийной функции 100 (*s* – *s*<sub>0</sub>) / *c*<sub>v</sub> (*б*) на среднем радиусе



**Рис. 6.** Пульсации статического давления на среднем радиусе в середине межлопаточного канала: *а* – в середине осевого зазора между СА2 и РК2 (сечение 1); *б* – на выходе из РК2 (сечение 2)







**Рис. 8.** Окружные моды на частоте следования лопаток PK1  $\omega_k = B_1 \Omega$  (*a*) и PK2  $\omega_k = B_2 \Omega$  (*б*):

Таблица. Наиболее значимые компоненть	и частотно-модального	спектра
---------------------------------------	-----------------------	---------

Обозначение моды	$\omega_k / \Omega$	m	Механизм генерации тонального шума
M1	$B_1 = 68$	$B_1 - V_1 = 4$	Взаимодействие РК1 и CA1
M2	$B_2 = 88$	$B_2 - V_2 = -24$	Взаимодействие РК2 и CA2
M3	$B_2 = 88$	$B_2 - V_1 = 24$	Взаимодействие РК2 и CA1
M4	$2B_1 = 136$	$2B_1 - 2V_1 = 8$	Взаимодействие PK1 и CA1 (первая гармоника)
M5	$2B_1 = 136$	$2B_1 - V_2 = 24$	Взаимодействие PK1 и CA2 (первая гармоника)
M6	$2B_2 - B_1 = 108$	$2B_2 - B_1 - V_2 = -4$	Комбинированное взаимодействие СА2 с РК1 и РК2

Применив преобразование Фурье к нестационарному распределению давления, получим частотный спектр (рис. 7), на котором отмечены частота следования первого ротора и ее гармоники  $(B_1, 2B_1$  и т.д.), частота следования второго ротора и ее гармоники (В2, 2В2 и т.д.), а также комбинированные частоты  $\omega_k / \Omega = j_{1k} B_1 + j_{2k} B_2$ . Уровень звукового давления (SPL) достаточно высок для большого количества частот, поэтому требуется подробный анализ компонент частотного спектра. Разложив отдельные компоненты спектра в ряд Фурье по окружной координате для каждого значения радиальной координаты r, получим радиальное распределение окружных мод заданной частоты в данном осевом сечении – компоненту давления P<sub>ото</sub> в формуле (3). Примеры модального разложения для частот B<sub>1</sub> и B<sub>2</sub> в сечении 1 и сечении 2 на среднем радиусе показаны на рис. 8. Моды  $m = B_1$ на частоте  $B_1$  и  $m = B_2$  на частоте  $B_2$  не являются акустическими, они отражают потенциальное поле ротора.

В соответствии с правилом Тайлера и Софрина [7] для одного лопаточного венца, состоящего из ротора и статора, порядок окружной моды m = jB - kV задается двумя целыми числами j и k. Для двухступенчатых лопаточных машин все возможные окружные моды  $m = (j_1B_1 + j_2B_2) - (k_1V_1 + k_2V_2)$  определяются набором четырех целых констант [15], где  $V_1$  и  $V_2$  – количество лопаток статоров первой и второй ступени. В данной работе исследованы только те моды, для которых известны результаты эксперимента, представленные компанией AVIO [8]. В таблице приведены наиболее значимые компоненты частотно-модального спектра с указанием соответствующего механизма генерации тонального шума. Для каждой заданной пары значений ( $\omega_k$ , *m*) численно найдены собственные решения и соответствующие им собственные числа, отвечающие акустическому течению в кольцевом канале с неравномерным по радиусу средним потоком. Для нахождения собственных акустических функций необходимо из большого числа найденных собственных значений и собственных векторов отобрать те, которые отвечают акустическим волнам. Акустические волны можно распознать



**Рис. 10.** Значения амплитуд различных компонент частотно-модального спектра на режиме посадки: \_\_\_\_\_\_ – расчет; \_\_\_\_\_\_ – эксперимент [8]



**Рис. 11.** Значения амплитуд различных компонент частотно-модального спектра на режиме набора высоты: — – расчет; — – эксперимент [8]



**Рис. 12.** Мгновенные картины распределений числа Маха в абсолютной системе отсчета (*a*), статического давления (б) и энтропии (в) в различных сечениях



—— – CFD; —— – TPP; —— – XTPP

по значительным колебаниям давления, направление их распространения определяется знаком мнимой части собственного числа. В качестве примера на рис. 9 показаны графики нормированных собственных функций  $f_{mn}(r)$  для моды М5, вычисленных для режима посадка. Радиальный порядок моды *n* определяется количеством нулей функции  $f_{mn}(r)$ .

Для режимов посадка и набор высоты найдены наборы базисных собственных функций для компонент частотно-модального спектра, и с помощью процедуры (2)–(4) определены амплитуды отдельных компонент акустического спектра в сечении 2 вблизи выходной кромки лопаток РК второй ступени. Сопоставление результатов моделирования с данными акустических измерений [8] показало, что имеет место расхождение результатов, которое на низших частотах в основном не превышает 10 дБ и возрастает с ростом частоты рассматриваемых компонент пульсаций давления (рис. 10 и рис. 11). Более подробное описание полученных результатов приведено в работе [23].

Поле течения, определенное численным интегрированием уравнений Навье – Стокса, содержит вихревые, энтропийные и акустические колебания, которые распространяются в потоке, взаимодействуя между собой. Как видно из рис. 12, мелкомасштабные флуктуации сохраняются в потоке на значительном удалении от источника их возникновения – лопаточных венцов. С увеличением осевого расстояния от кромки рабочей лопатки второй ступени уровень возмущений снижается, оставаясь при этом значительным.

Амплитуды акустических мод найдены методом согласования мод давления в трех плоскостях (ТРР) [20], а также его расширенной версией (ХТРР), в которой учитывается распространение конвективных возмущений [22]. На рис. 13 представлено радиальное распределение компонент частотно-модального спектра в сечении 2 ( $x = x_0$ ), полученное на основе различных подходов: преобразование Фурье по времени и по окружной координате результатов нестационарного расчета (CFD); восстановление по найденным амплитудам  $A_{mn}$  по формуле (2), метод TPP; восстановление по найденным амплитудам  $A_{mn}$  и  $A_{mn}^c$  по формуле (5), метод XTPP. В разложениях использованы первые 10 собственных функций  $f_{mn}(r)$ .

Методы ТРР и ХТРР дают вполне удовлетворительное совпадение с исходными данными. Однако целесообразность применения дополнительных процедур, повышающих точность определения акустических характеристик, в случае анализа шума турбин находится под вопросом. Используемые в методах ТРР и ХТРР собственные функции являются ортогональными, так как рассматривается однородный средний поток, что позволяет получить точное и согласованное разложение поля давления на акустические моды. В случае неравномерного среднего потока, когда собственные функции и собственные числа находятся численно, свойство базиса собственных функций аппроксимировать акустические моды не доказано. Важно определить, как использовать найденные численно собственные решения линеаризованных уравнений Эйлера для более точной аппроксимации результатов расчета по нестационарным уравнениям Навье – Стокса.

#### Заключение

Продемонстрирована возможность использования существующих программ аэродинамического расчета течений в турбомашинах для прямого моделирования тонального шума. Акустический расчет требует значительных вычислительных ресурсов, но позволяет подробно исследовать главный механизм генерации тонального шума – нестационарное взаимодействие лопаточных колес. Рассчитанное поле пульсаций давления содержит все возможные компоненты частотномодального спектра. Амплитуды тонов находятся путем разложения по радиальным собственным функциям, которые являются решениями волнового уравнения, описывающего распространение малых возмущений в цилиндрическом или кольцевом канале. В случае неравномерного по радиусу закрученного среднего потока нахождение собственных функций представляет собой отдельную весьма сложную задачу. Наличие закрутки приводит к взаимодействию и связыванию акустических, вихревых и энтропийных волн. Построение правильного базиса для радиально-модального разложения является ключевой задачей не только для определения амплитуд генерируемого тонального шума, но и для последующего расчета распространения акустических волн вниз по потоку до среза выходного сопла и постановки безотражательных трехмерных граничных условий.

### Литература / References

- Приложение 16 к Конвенции о международной гражданской авиации. Охрана окружающей среды. Том I. Авиационный шум. Издание седьмое. Июль, 2014.
   Prilozhenie 16 k Konventsii o mezhdunarodnoi grazhdanskoi aviatsii. [Annex 16 to the Convention on International Civil Aviation]. Okhrana okruzhaiushchei sredy [Environmental Protection]. Vol. 1. Aviatsionnyi shum [Aircraft Noise]. 7th edition. July, 2014.
- 2. Халецкий Ю.Д. ИКАО: новый стандарт на шум самолетов гражданской авиации. Двигатель, № 2(92). С. 8–11. Khaletskii Iu.D. IKAO: novyi standart na shum samoletov grazhdanskoi aviatsii [ICAO: New Noise Standard of Civil Aviation Aircraft]. Dvigatel'. No. 2(92). 2014. P. 8–11.
- 3. Batard H. Aircraft Noise Reduction: AIRBUS Industrial Needs in Terms of New Materials for Nacelle Liners // Journées scientifiques de l'ONERA. 2003.
- 4. Smith M.J.T., Bushell K.W. Turbine Noise It's Significance in the Civil Aircraft Noise Problem // ASME Publication No. 69-WA/GT-12. November, 1969.
- 5. Mathews D.C., Nagel R.T., Kester J.D. Review of Theory and Methods for Turbine Noise Prediction // AIAA Paper 1975-540. 1975.
- 6. Nesbitt E. Towards a Quieter Low Pressure Turbine: Design Characteristics and Prediction Needs // Int. J. of Aeroacoustics, 2011. Vol. 10. No. 1. P. 1–15.
- 7. Tyler J., Sofrin T. Axial Flow Compressor Noise Studie // Trans. Society of Automotive Engineers. 1962. Vol. 70. P. 309–332.
- 8. Pinelli L., Poli F., Marconcini M. et al. Validation of a 3D Linearized Method for Turbomachinery Tone Noise Analysis // IGTI ASME Turbo Expo, ASME paper GT2011-45886. 2011.
- 9. Nyukhtikov M.A., Rossikhin A.A. Numerical Method for Calculating Three Dimensional Fan Tonal Noise Due to Rotor-Stator Interaction // Proceedings of International Congress «Turbomachines: Aeroelasticity, Aeroacoustics, and Unsteady Aerodynamics». Moscow: TORUS PRESS Ltd., 2006. P. 268–280.
- 10. Kennepohl F., Kahl G., Heinig K. Turbine Blade/Vane Interaction Noise: Calculation with a 3D Time-Linearised Euler Method // AIAA paper 2001-2152. 2001.
- 11. Broszat D., Korte D., Tapken U., Moser M. Validation of Turbine Noise Prediction Tools with Acoustic Rig Measurements // 15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conf. (30th AIAA Aeroacoustics Conf.). AIAA paper 2009-3283. 2009.
- 12. Escribano A.G., Serrano A., de la Calzada P. Investigation on Numerical and Geometry Modelling Effects on the CFD Simulation of Interaction Noise in LP Turbines // 5th European Conference on Turbomachinery Fluid Dynamics and Thermodynamics. Prague, Czech Republic. March, 2002.

- 13. Van Zante D., Envia E. Simulation of Turbine Tone Noise Generation Using a Turbomachinery Aerodynamics Solver // 15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (30th AIAA Aeroacoustics Conference). AIAA paper 2009-3282. 2009.
- 14. Pinelli L. et al. On the Numerical Evaluation of Tone Noise Emissions Generated by a Turbine Stage: an In-Depth Comparison Among Different Computational Methods // ASME Paper GT2015-42376. 2015.
- 15. Осипов А.А., Россихин А.А. Метод расчета нестационарного аэродинамического взаимодействия решеток в многоступенчатой турбомашине // Ученые записки ЦАГИ, 2014. Т. 45. № 2. С. 50–62. Osipov A.A., Rossikhin A.A. Metod rascheta nestatsionarnogo aerodinamicheskogo vzaimodeistviia reshetok v mnogostupenchatoi turbomashine [Analysis Method of Nonstationary Aerodynamic Cascade Interaction in Multistage Turbomachine]. Uchenye zapiski TsAGI [TsAGI Science Journal]. 2014. Vol. 45. No. 2. P. 50–62.
- 16. Ivanov M.Ja., Nigmatullin R.Z. Mathematical Models of Gas Turbine Engines and Their Components // AGARD Lecture Series TCP 02\LS 198. 1994.
- 17. Spalart P.R., Allmaras S.R. A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows // AIAA Paper 92-0439. 1992.
- 18. Reichardt H. Die Grundlagen des Turbulent Warmeuberganges // Archives Gesamte Wärmetech. 1951. P. 129–142.
- Kenneth A. Kousen. Eigenmodes of Ducted Flows with Radialy-Dependent Axial and Swirl Velocity Component // NASA/CR-1999-208881. 1999.
- Ovenden N.C., Rienstra S.W. Mode-Matching Strategies in Slowly Varying Engine Ducts // AIAA Journal. 2004. Vol. 42. No. 9. P. 1832–1840.
- 21. Golubev V., Atassi H. Acoustic-Vorticity Waves in Swirling Flows // J. of Sound and Vibration. 1998. Vol. 209(2). P. 203–222.
- 22. Wohlbrandt A., Weckmüller C., Guérin S. A Robust Extension to the Triple Plane Pressure Mode Matching Method by Filtering Convective Perturbations // Int. J. of Aeroacoustics. 2016. Vol. 15. Issue 1–2. P. 41–58.
- 23. Nigmatullin R.Z., Terentyeva L.V. Analysis of Tonal Noise of LPT Based on Unsteady Gas Flow Calculations // 29th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences. St. Petersburg, Russia. 7-12 September, 2014.