

# Математическое моделирование образования дефектов в деталях, полученных методом диффузионной сварки

Темис Ю.М.<sup>1,2</sup>, Худяков А.П.<sup>1</sup>, Худякова А.Д.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова, г. Москва

<sup>2</sup> Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, г. Москва

e-mail: ymtemis@ciam.ru

Выполнен обзор подходов к математическому моделированию закрытия пор при диффузионной сварке. На основе модели Гармонга и Пейтона проведено моделирование кинетики закрытия пор для различных параметров технологического процесса и качества обработки заготовки. Выполнено конечно-элементное моделирование закрытия поры с использованием модели сверхпластичности материала. Приведены расчетные усталостные диаграммы для цепочек пор радиальной и поперечной ориентации, которые могут возникнуть в сварных швах полых лопатки.

**Ключевые слова:** диффузионная сварка, сверхпластичность, математическое моделирование, закрытие пор

## Mathematical simulation of defect formation in parts produced by diffusion bonding

Temis Yu.M.<sup>1,2</sup>, Khudyakov A.P.<sup>1</sup>, Khudyakova A.D.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> CIAM, Moscow

<sup>2</sup> BMSTU, Moscow

A review of approaches to mathematical simulation of void closure during diffusion bonding is carried out. Kinetics of void closure are simulated for different parameters of technological process and quality of workpiece processing. Finite element simulation of void closure is carried out using the material superplasticity model. Fatigue plots are presented for void chains of radial and longitudinal orientation, which can occur in bond seams of a hollow blade.

**Keywords:** diffusion bonding, superplasticity, mathematical simulation, void closure

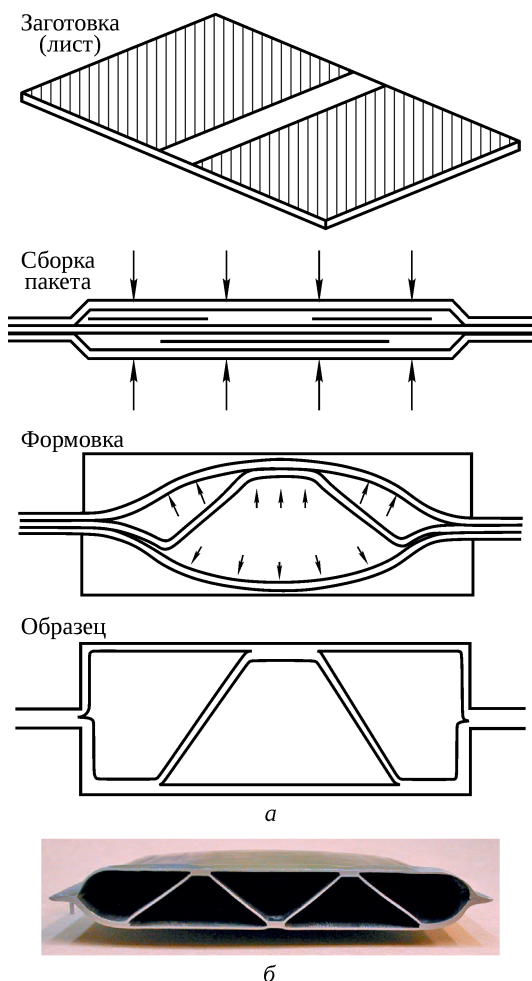
### Введение

Одним из эффективных методов снижения массы авиационных газотурбинных двигателей является использование полых и тонкостенных деталей [1]. Такие детали имеют низкие показатели технологичности из-за сложной формы поверхностей, наличия внутренних полостей, применения труднообрабатываемых материалов. Поэтому при их изготовлении применяют технологические процессы, включающие в себя операции диффузионной сварки, изотермической штамповки и сверхпластической формовки [2; 3].

Использование перечисленных выше операций позволяет получать тонкостенные детали со сложной формой поверхности и полые детали с внутренним

силовым набором, в том числе из труднообрабатываемых титановых сплавов. При этом возможно возникновение неустраняемого брака, вызванного дефектами сварки, отклонением формы поверхностей, размеров и других геометрических параметров изделий от требуемых, что оказывает влияние на эксплуатационные показатели и прочность изделий. Причинами возникновения таких дефектов являются как специфика технологических процессов, так и некорректно выбранные параметры формообразующих операций.

Представляют интерес влияние дефектов диффузионной сварки на долговечность готовых изделий и разработка технологических процессов, минимизирующих явления технологической наследственности. Формирование требований к заготовкам листов, из которых изго-



**Рис. 1.** Получение детали с внутренним силовым набором методом диффузионной сварки и сверхпластической формовки [2; 5]:  
 а – этапы диффузионной сварки (схема);  
 б – пример трехслойной конструкции

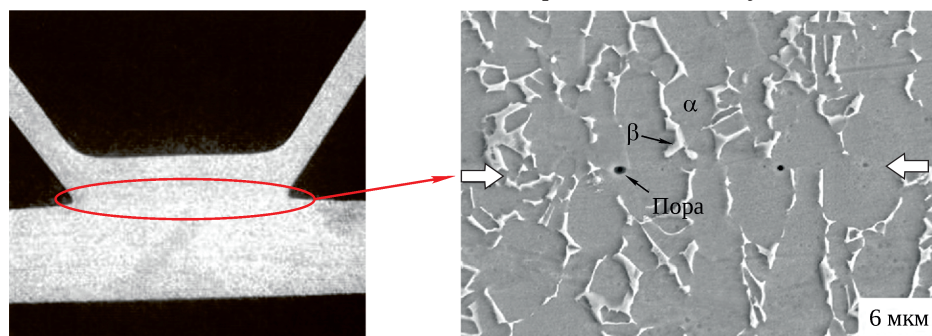
тавливают деталь, и определение оптимальных параметров операций диффузионной сварки могут быть выполнены на основе математического моделирования технологических операций и методов вычислительного эксперимента. Такой подход существенно снижает стоимость настройки технологических процессов и испытаний готовых деталей.

## Метод диффузионной сварки

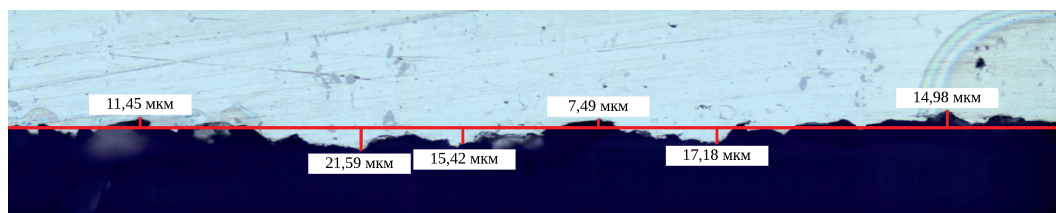
Для получения деталей с внутренним силовым набором используют двух-, трех- или четырехлистовые заготовки [2], наружные листы которых формируют наружные поверхности детали, а внутренние – внутренний силовой набор [4]. Для соединения листов применяют диффузионную сварку, соединяя листы давлением при высокой температуре, соответствующей условиям изотермической штамповки. За определенное время происходит взаимная диффузия поверхностных слоев контактирующих листов. Далее заготовке придают форму путем деформирования ее в условиях сверхпластичности [2]. Путем чередования сваренных и несваренных участков формируют профиль силового набора [2–5]. В зонах, где сварка не требуется, наносят защитное покрытие stop off [2; 5] (рис. 1).

Наиболее часто встречающимся дефектом диффузионной сварки являются поры – дефект сварного соединения, который заключается в остающихся в месте сварки полостях, содержащих рабочий газ сварочной установки [5; 6] (рис. 2).

Диффузионная сварка позволяет получить соединение с прочностью на разрыв порядка 95...99% соответствующих показателей исходного материала [1]. Однако вопросы обеспечения усталостной долговечности дета-



**Рис. 2.** Дефект сварного соединения (изолированные поры)



**Рис. 3.** Профиль шероховатости



лей с порами в условиях сложного напряженно-деформированного состояния при циклическом нагружении требуют детального изучения. При этом важно определить влияние на долговечность деталей размеров пор и их расположения относительно поля действующих напряжений.

На кинетику закрытия пор оказывают влияние как параметры технологического процесса (температура и давление), так и параметры заготовки (свойства материала и качество обработки поверхности). На рис. 3 представлена фотография профиля поверхности листа, предназначенного для соединения сваркой давлением. Чем грубее обработка, тем более крупные поры будут образовываться и тем больше времени потребуется на их закрытие.

### Математическое моделирование порообразования при диффузионной сварке

В зависимости от чистоты обработки поверхностей и этапа технологического процесса можно выделить различные действующие механизмы закрытия полостей [7; 8]: ползучесть, сверхпластичность или пластичес-



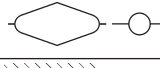

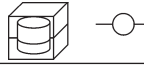
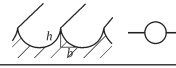
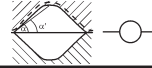
кое течение, диффузия контактирующих материалов поверхностей в сварном шве, диффузия материала с поверхности поры в зону сварного шва, связанная с изменением кривизны поверхности поры.

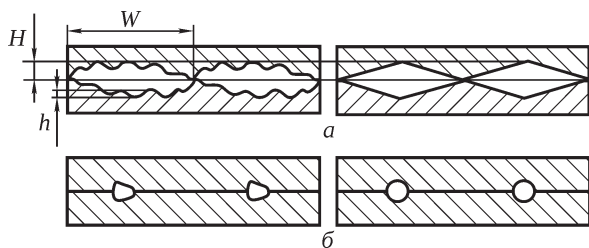
Учет размера зерна при моделировании можно произвести с помощью включения количества слагаемых, соответствующих среднему количеству зерен на границе поры, в уравнение диффузии [9–11]. Параметры диффузии двухфазных материалов получают путем линейной комбинации параметров каждой из фаз согласно количественному соотношению фаз [9; 10]. Основные подходы к моделированию были предложены в работах [7–13], использованные в них механизмы и особенности моделей приведены в таблице.

В основе современных моделей [14–19] лежат, как правило, варианты соотношений Гармонга и Пейтона [13], Дерби и Валлача [7] или Пиллинга [10]. В работах [20; 21] предложены соотношения на основе модели Пиллинга, учитывающие стохастическую природу формирования профиля шероховатости.

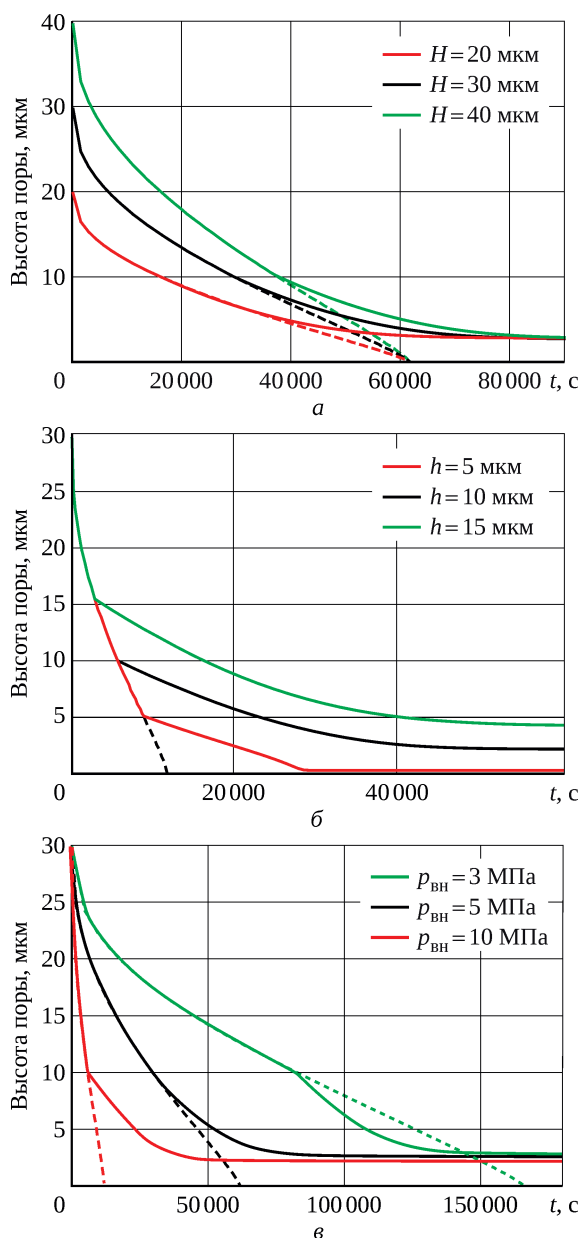
Модели сверхпластичности или пластического течения используют на первом этапе – при закрытии протяженных полостей, – во время которого вершины

**Таблица.** Механизмы закрытия пор и особенности существующих моделей

Подходы к моделированию (по времени создания)	Механизмы			
	Ползучесть	Пластичность	Диффузия с поверхности поры на шейку шва	Взаимная диффузия
Гамильтон [12]	Нет	Пластическое течение	Нет	Нет
Гармонг, Пейтон [13]	Да	Сверхпластичность	Нет	Да
Дерби, Валлач [7]	Да	Пластическое течение	Да	Да
Гуо, Ридли [9]	Да	Пластическое течение	Да	Да
Пиллинг [10]	Да	Сверхпластичность	Нет	Да
Хилл [8]	Да	Пластическое течение	Да	Да
Оран [11]	Да	Пластическое течение	Да	Да
Подходы к моделированию (по времени создания)	Особенности моделей			
	Учет размера зерна	Учет соотношения фаз	Форма поры или профиль шероховатости	Конденсация металла на шейку
Гамильтон [12]	Нет	Нет		Нет
Гармонг, Пейтон [13]	Нет	Нет		Нет
Дерби, Валлач [7]	Нет	Нет		Да
Гуо, Ридли [9]	Да	Да		Нет
Пиллинг [10]	Да	Да		Да
Хилл [8]	Да	Нет		Нет
Оран [11]	Да	Нет		Нет



**Рис. 4.** Расчетная модель закрытия пор:  
 а – первый этап (сверхпластичность);  
 б – второй этап (ползучесть + диффузия)



**Рис. 5.** Результаты моделирования закрытия поры:  
 сплошные линии – расчет по модели (1)–(3);  
 штриховые линии – расчет по модели (1) и (2);  
 а –  $h = 10$  мкм,  $p = 5$  МПа;  
 б –  $H = 30$  мкм,  $p = 10$  МПа;  
 в –  $H = 30$  мкм,  $h = 10$  мкм

шероховатостей входят в контакт друг с другом (рис. 4). На втором этапе, когда поры можно считать изолированными, переходят к модели ползучести в сочетании с моделью диффузии. Такая схема расчета впервые была описана в работе [13].

В ряде работ [7–9; 11; 14; 16–19] также выделяют этап, на котором пору еще нельзя считать сферической или цилиндрической. В этом случае подключают механизм переноса материала с поверхности поры на сварной шов, который при достижении поверхностью поры постоянной кривизны прекращает свою работу. Такой подход требует выбора формы поры. Роль этого механизма, согласно расчетам [19; 20], невелика.

Уравнение для определения кинетики размера поры на первом этапе можно представить в виде [13]

$$\frac{du(t)}{dt} = K_1(p_{\text{вн}} - u(t)\sigma_0) + K_2u(t)\left(\frac{p_{\text{вн}}}{u(t)}\right)^m, \quad (1)$$

где  $u(t) = w(t)/W$ ;  $w(t)$  – ширина слоя;  $W$  – первоначальная длина полости;  $p_{\text{вн}}$  – внешнее давление на поверхность;  $t$  – время;  $K_1, K_2, \sigma_0$  и  $m$  – параметры сверхпластичности материала:

$$\dot{\varepsilon} = K_1(\sigma - \sigma_0) + K_2\sigma^m. \quad (2)$$

Неровность разбивается на слои, для каждого из которых решается уравнение (1) со своим начальным условием. Начальное условие для верхнего слоя  $u(0) = 0$ , для нижнего –  $u(0) = 1$ . Начальные условия для промежуточных слоев определяются выбранной геометрией протяженной полости. Из расчетов видно, что выбор геометрии на первом этапе незначительно влияет на время перехода ко второму этапу.

Смена первого этапа на второй происходит в тот момент, когда высота модельной поры достигает  $h$  – средней высоты неровности (отклонения от профиля). На втором этапе уравнение для изменения радиуса микропоры [13] принимает вид

$$\frac{da(t)}{dt} = -\frac{3}{4}K_1a(t)\left(2\sigma_0 \ln \frac{b}{a(t)} + \frac{2\gamma}{a(t)} + p_{\text{вн}} - p_{\text{внут}}\right) - \frac{D\Omega}{kTa(t)}\left(\frac{2\gamma}{a(t)} + p_{\text{вн}}\right); \quad a(0) = h, \quad (3)$$

где  $a(t)$  – радиус микропоры;  $b$  – расстояние между соседними микропорами;  $\gamma$  – поверхностная энергия материала стенки поры;  $p_{\text{внут}} = p_0h^3/a(t)^3$  – внутреннее давление газа на стенки поры;  $p_0$  – внутреннее давление в начале второго этапа;  $D$  – коэффициент диффузии;  $\Omega$  – объем вакансии;  $T$  – температура;  $k$  – постоянная Больцмана. Первое слагаемое отвечает за механизм ползучести, второе – за механизм диффузии.

На рис. 5 приведены результаты расчета кинетики закрытия поры (см. рис. 4) для различных значений высоты изначальных протяженных пор  $H = 20, 30, 40$  мкм

(рис. 5,а), средней высоты неровности  $h = 5, 10, 15$  мкм (рис. 5,б) и приложенного давления  $p_{\text{вн}} = 3, 5, 10$  МПа. Ширина изначальных протяженных пор ( $W$ ) во всех случаях составляла  $W = 2H$ . Используемый сплав – ВТ6, параметры модели сверхпластичности приведены в [22], температура процесса  $923^\circ\text{C}$ . Сплошными линиями на рис. 5 обозначен расчет по двухэтапной модели (1)–(3), штриховыми – по модели (1) и (2).

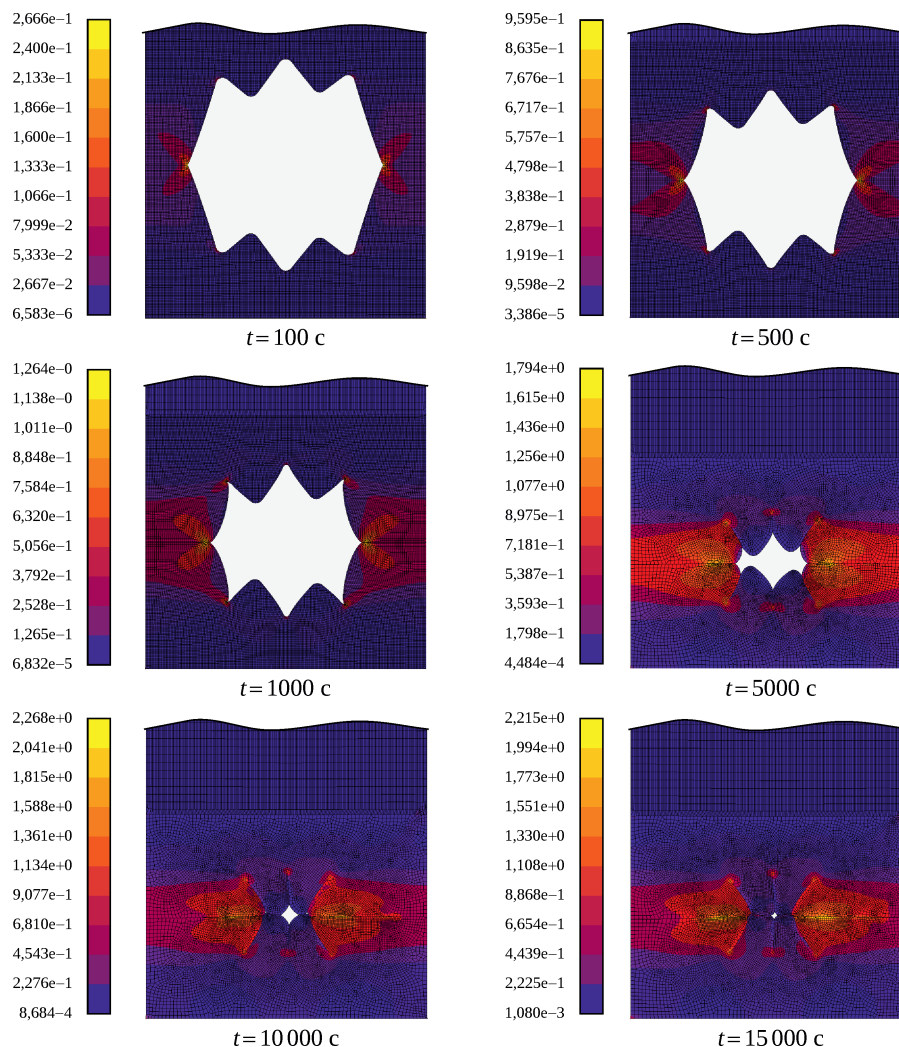
По результатам расчета изменение  $H$  в рамках двухэтапной модели несущественно влияет на время закрытия и не влияет на размер незакрытой поры (рис. 5,а, сплошные линии). При расчете только по модели сверхпластичности поры закрываются полностью, изменение  $H$  (при неизменном соотношении  $H$  и  $W$ ) на время закрытия не влияет (рис. 5,а, штриховые линии).

Изменение средней высоты неровности (чистоты обработки) при расчете по двухэтапной модели влияет на время закрытия поры: с уменьшением  $h$  время закрытия сокращается (рис. 5,б, сплошные линии). При этом пора не закрывается полностью: для рассмотрен-

ных случаев при средней высоте неровности 5, 10, 15 мкм высота неустранимого дефекта составила около 0,3; 2,1; 4,3 мкм соответственно.

Изменение приложенного давления ( $p$ ) значительно влияет на расчетное время закрытия пор: с увеличением  $p$  время закрытия сокращается, но не оказывает существенного влияния на размер неустранимого дефекта (рис. 5,в).

Также выполнено конечно-элементное моделирование процесса закрытия пор. Так как представленный на рис. 3 профиль шероховатости образован с помощью режущего инструмента, создающего микронеровности, распространяющиеся в некотором направлении к срезу, то моделирование закрытия пор можно рассматривать в плоской постановке. По нижней поверхности конечно-элементной модели узлы элементов были закреплены от перемещений во всех направлениях. По краям (слева и справа) к узлам были применены ограничения перемещений вдоль горизонтальной оси. Давление на верхнюю границу модели варьировалось в диапазоне



**Рис. 6.** Моделирование закрытия поры: деформированное состояние и поля распределения эквивалентных пластических деформаций

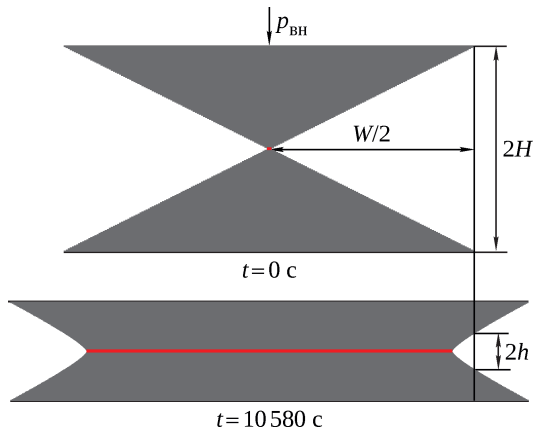


Рис. 7. Моделирование закрытия поры на основе уравнений (1)–(3): форма модельного профиля шероховатости перед началом первого ( $t = 0$  с) и второго ( $t = 10\,580$  с) этапов

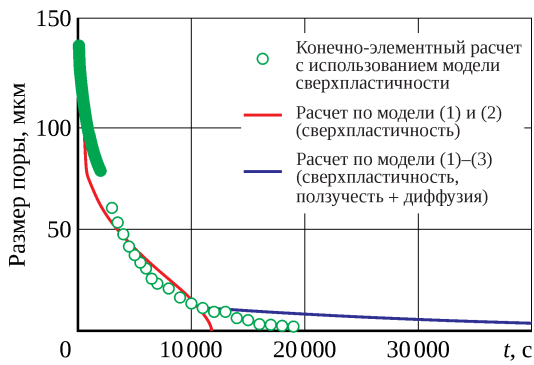


Рис. 8. Кинетика закрытия поры

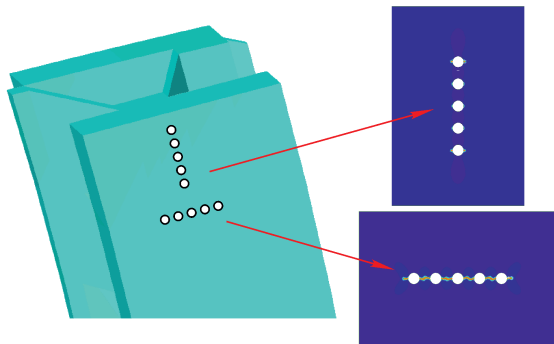


Рис. 9. Развитие трещины малоциклового усталости в цепочке пор радиальной и поперечной ориентации

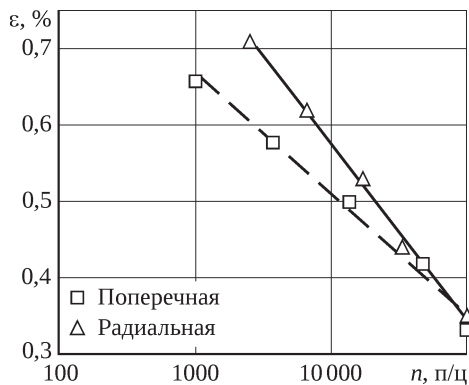


Рис. 10. Расчетные усталостные диаграммы

0,1...10 МПа и подбиралось автоматически в ходе моделирования так, чтобы средняя скорость деформирования соответствовала условию  $\dot{\epsilon}_{\text{ср}} = 0,0002 \text{ с}^{-1}$ . В ходе расчетов сетка автоматически перестраивалась. Расчеты проводились с использованием модели сверхпластичности материала.

На рис. 6 приведены распределения пластических деформаций, полученные в моменты времени  $t = 100, 500, 1000, 5000, 10\,000, 15\,000$  с от начала воздействия внешнего давления  $p_{\text{вн}} = 10$  МПа,  $W = 2H = 280$  мкм,  $h = 24$  мкм.

Аналогичный процесс был промоделирован с помощью уравнений (1)–(3) на упрощенной расчетной модели. На рис. 7 показана форма профиля перед началом первого и второго этапов.

На рис. 8 приведены графики изменения размера поры в зависимости от времени. Варианты расчетов по модели сверхпластичности без учета диффузии демонстрируют похожую кинетику изменения размера поры, при этом поры закрываются полностью в пределах пяти часов воздействия давлением. Добавление расчета по модели диффузии с учетом внутреннего давления газа в поре (3) приводит к тому, что пора не закрывается полностью и, несмотря на существенное увеличение времени воздействия, остается дефект с характерным размером  $\sim 3$  мкм, что соответствует экспериментальным наблюдениям [6; 9; 12].

### Влияние дефектов на малоцикловую усталость

В работе [23] была проведена оценка циклической долговечности цепочки пор, возникновение которой возможно в полой лопатке (рис. 9), с использованием модели малоциклового усталости и метода «отмирающих» элементов [24–26].

На рис. 9 приведена расчетная модель и показаны направления развития трещины в системе пор радиальной и поперечной ориентации. Максимальные напряжения в зоне сварного шва действуют в радиальном направлении.

Расчетные усталостные диаграммы до начала развития трещины для цепочек пор приведены на рис. 10. Согласно результатам расчета, циклическая долговечность соединения существенно зависит от расположения цепочки микропор и ее протяженности. При одинаковых размахах деформаций цепочка пор поперечной ориентации имеет меньшую циклическую долговечность.

### Заключение

Описанный в работе подход позволяет проводить расчет времени уменьшения характерного размера пор,



---

возникающих при диффузионной сварке, для различных параметров технологического процесса и чистоты обработки поверхности заготовки. На основе предложенных моделей могут быть оценены характерные размеры неустраняемых дефектов сварного шва. Таким образом, разработанный метод позволяет на основе

математического моделирования выбирать оптимальные параметры технологического процесса. Использование предложенного подхода в совокупности с моделями малоциклового усталости и метода «отмирающих» элементов позволяет проводить оценку усталостной долговечности деталей с порами.

## Литература / References

1. Serra D. Superplastic forming applications on aero engines. A review of ITP manufacturing processes. 2008. 10, [1] p. (6th EUROSPF Conference, Carcassonne, France from 3–5 September 2008 ; hal-00359685).
2. Сафиуллин Р.В. Сверхпластическая формовка и сварка давлением многослойных полых конструкций. Часть I. Международный опыт // Письма о материалах. 2012. Т. 2, № 1 (5). С. 32–35.  
Safiullin R.V. Sverkhplasticheskaia formovka i svarka davleniem mnogoslnoykh polykh konstruktssii. Chast' I. Mezhdunarodnyi opyt [Superplastic forming and pressure welding of multilayer hollow structures. Part I. International experience]. Pis'ma o materialakh [Letters on Materials]. 2012. Vol. 2, no. 1 (5). P. 32–35.
3. Сафиуллин Р.В. Сверхпластическая формовка и сварка давлением многослойных полых конструкций. Часть II. Опыт ИПСМ РАН // Письма о материалах. 2012. Т. 2, № 1 (5). С. 36–39.  
Safiullin R.V. Sverkhplasticheskaia formovka i svarka davleniem mnogoslnoykh polykh konstruktssii. Chast' II. Opyt IPSM RAN [Superplastic forming and pressure welding of multilayer hollow structures. Part II. Experience of IMSP RAS]. Pis'ma o materialakh [Letters on Materials]. 2012. Vol. 2, no. 1 (5). P. 36–39.
4. Сверхпластическая формовка конструкционных сплавов : докл. конф., Сан-Диего, Калифорния, 21–24 июня 1982 г. / под ред. Н.Е. Пейтона, К.Х. Гамильтона ; пер. с англ. А.А. Алалякина и др. ; под ред. И.И. Новикова. М. : Металлургия, 1985. 312 с.  
Sverkhplasticheskaia formovka konstruktssionnykh splavov [Superplastic forming of structural alloys]: conference proceedings, San Diego, California, 21–24 June 1982. Edited by N.E. Paton, C.H. Hamilton; translation from English by A.A. Alalykin et al. Edited by I.I. Novikov. Moscow: Metallurgiya [Metallurgy], 1985. 312 p.
5. Jackson M. Superplastic forming and diffusion bonding of titanium alloys // Superplastic forming and diffusion bonding of titanium alloys. 2011. P. 227–246.
6. Li H., Li M.Q., Kang P.J. Void shrinking process and mechanisms of diffusion bonded Ti-6Al-4V alloy with different surface roughness // Applied Physics A: Materials Science & Processing. 2016. Vol. 122, iss. 1. Art. 18. 8 p.
7. Derby B., Wallach E.R. Diffusion bonding: development of theoretical model // Metall Science. 1984. Vol. 18, iss. 9. P. 427–431.
8. Hill A., Wallach E.R. Modeling solid-state diffusion bonding // Acta Metallurgica. 1989. Vol. 37, iss. 9. P. 2425–2437.
9. Guo Z.X., Ridley N. Modelling of diffusion bonding of metals // Material Science and Technology. 1987. Vol. 3, iss. 11. P. 945–953.
10. Pilling J. The kinetics of isostatic diffusion bonding in superplastic materials // Materials Science and Engineering. 1988. Vol. 100. P. 137–144.
11. Orhan N., Aksoy M., Eroglu M. A new model for diffusion bonding and its application to duplex alloys // Materials Science and Engineering A. 1999. Vol. 271, iss. 1/2. P. 458–468.
12. Hamilton C.H. Pressure requirements for diffusion bonding titanium // Titanium Science and Technology / ed. by R.I. Jaffee and H.M. Burte. New York : Springer Science+Business Media, 1973. P. 625–648.
13. Garmong G., Paton N.E., Argon A.S. Attainment of full interfacial contact during diffusion bonding // Metallurgical and Material Transactions A. 1975. Vol. 6, iss. 6. P. 1269–1279.
14. Takahashi Y., Inoue K. Recent void shrinkage models and their applicability to diffusion bonding // Material Science and Technology. 1992. Vol. 8, iss. 11. P. 953–964.
15. Application of diffusion bonding model to superplastic  $\gamma$ -TiAl alloys / X.F. Wang, Z.C. Luo, G.S. Yu, J.G. Lin // Material Science and Technology. 2006. Vol 22, iss. 2. P. 186–192.
16. Modeling of void closure in diffusion bonding process based on dynamic conditions / R.F. Ma, M.Q. Li, H. Li, W.X. Yu // Science China. Technological Sciences. 2012. Vol. 55, iss. 9. P. 2420–2431.
17. Modeling void closure in solid-state diffusion bonding of TC4 alloy / L. Yuan, J. Xiong, Y. Peng, Zh. Li, J. Li // Vacuum. 2020. Vol. 173. Art. 109120. 9 p.

- 
18. Diffusion bonding criterion based on real surface asperities: modeling and validation / H. Wu, W. Yang, H. Peng, X. Li, J. Chen // *Journal of Manufacturing Processes*. 2020. Vol. 57. P. 477–487.
  19. Ferguson R., Ramulu M. Surface tracking of diffusion bonding void closure and its application to titanium alloys // *International Journal of Material Forming*. 2020. Vol. 13, iss. 4. P. 517–531.
  20. Li Sh.-X., Tu Sh.-T, Xuan F.-Zh. A probabilistic model for prediction of bonding time in diffusion bonding // *Materials Science and Engineering A*. 2005. Vol. 407, iss. 1/2. P. 250–255.
  21. Kulkarni N., Ramulu M., Sanders D.G. Modeling of diffusion bonding time in dissimilar titanium alloys: preliminary results // *Journal of Manufacturing Science & Engineering*. 2016. Vol. 138, iss. 12. Art. 121010. 9 p.
  22. Темис Ю.М., Худяков А.П., Чередниченко А.В. Определение оптимальных параметров заготовок и параметров операций сверхпластической формовки и изотермической штамповки при изготовлении тонкостенных деталей ГТД // *Известия МГТУ «МАМИ»*. 2015. Т. 4, № 3 (25). С. 16–25.  
Temis Yu.M., Khudiakov A.P., Cherednichenko A.V. Opredelenie optimal'nykh parametrov zagotovok i parametrov operatsii sverkhplasticheskoi formovki i izotermicheskoi shtampovki pri izgotovlenii tonkostennykh detalei [Definition of optimum parameters of workpieces and superplastic forming and isothermal stamping operations for the manufacturing of thin-walled details of gas-turbine engines]. *Izvestiia MGTU MAMI*. 2015. Vol. 4, no. 3 (25). P. 16–25.
  23. Темис Ю.М., Азметов Х.Х., Тимофеев Д.С. Моделирование влияния дефектов диффузионной сварки на малоцикловую усталость неоднородных материалов // *Известия Тульского государственного университета. Естественные науки*. 2012. Вып. 2. С. 145–156.  
Temis Yu.M., Azmetov Kh.Kh., Timofeev D.S. Modelirovanie vliianiia defektov diffuzionnoi svarki na malotsiklovuiu ustalost' neodnorodnykh materialov [Simulation of influence of diffusion bonding defects on low-cycle fatigue of inhomogeneous materials]. *Izvestiia Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Estestvennyye nauki* [Izvestiya of Tula State University. Natural Sciences]. 2012. Iss. 2. P. 145–156.
  24. Темис Ю.М. Моделирование процессов неизотермического упругопластического деформирования в деталях энергосиловых установок // *Машиностроение : энциклопедия. Разд. I. Инженерные методы расчетов. Т. I-3. Динамика и прочность машин. Теория механизмов и машин. Кн. 1 / ред.-сост. и отв. ред. К.С. Колесников. М. : Машиностроение, 1994. § 4.6.3. С. 262–268.*  
Temis Yu.M. Modelirovanie protsessov neizotermicheskogo uprugoplasticheskogo deformirovaniia v detaliakh energosilovykh ustanovok [Modeling of processes of non-isothermal elastoplastic deformation in power plant parts]. *Mashinostroenie: entsiklopediia* [Mechanical engineering: encyclopedia]. Section I. Inzhenernye metody raschetov [Engineering calculation methods]. Vol. 1-3. Dinamika i prochnost' mashin. Teoriia mekhanizmov i mashin [Dynamics and strength of machines. Theory of mechanisms and machines]. Book 1. Editor-in-chief K.S. Kolesnikov. Moscow: Mashinostroenie [Mechanical Engineering], 1994. § 4.6.3. P. 262–268.
  25. Temis J.M., Azmetov Kh.Kh., Zuzina V.M. Low-cycle fatigue simulation and life-time prediction of high stressed structures // *Solid State Phenomena*. 2009. Vol. 147/149. P. 333–338.
  26. Temis Yu.M. Mathematical simulation of low cycle fatigue of high-loaded engine parts // *Propulsion and Power Research*. Vol. 7, iss. 4. P. 277–287.

*Материалы получены редакцией 10.02.2021*