УДК 539.375:539.26

Определение упругих постоянных для расчета остаточных напряжений по результатам измерений рентгеновским методом

Розанов М.А.
Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова, г. Москва
e-mail: rozanov@rtc.ciam.ru

Рассмотрена задача определения упругих постоянных для жаропрочных никелевых сплавов с целью последующего расчета величин остаточных напряжений по результатам измерений рентгеновским методом. По результатам испытаний (на одноосное растяжение с определением модуля упругости при температуре 20°С) образцов с монокристаллической структурой трех аксиальных ориентаций [001], [011], [111] рассчитаны величины упругих податливостей и определены рентгеновские упругие постоянные для сплава ЖС36.

Ключевые слова: остаточные напряжения, рентгеноструктурный анализ, упругая податливость, рентгеновские упругие постоянные, монокристаллический никелевый сплав.

Determination of the elastic constants for the residual stresses calculation from the X-ray method measurement results

Rosanov M.A.
CIAM, Moscow

A task of determination of elastic constants used for calculating the magnitude of residual stress measured by X-ray method has been evaluated for nickel based super alloys. Values of elastic response and X-ray elastic constants were calculated by using experimental data obtained by testing specimens with monocrystalline structure of three axial orientations [001], [011], [111]. Testing was done for uniaxial stretching with determination of elastic module at a temperature of 20°C.

Keywords: residual stress, X-ray analysis, elastic response, X-ray elastic constants, monocrystalline nickel based super alloy.

Введение

В монографии И.А. Биргера [1] подробно изучено состояние вопроса о роли остаточных напряжений, приведены примеры расчета их величины и методы измерения, соответствующие уровню технического развития того времени. Теория и основные формулы, изложенные в монографии, сохранили свою актуальность и поныне, но уровень измерительной техники изменился кардинально. В настоящее время в мире изготавливаются роботизированные аппараты для определения остаточных напряжений методом рентгеноструктурного анализа, обладающие широкими возможностями относительно съемки в труднодоступных местах и чувствительности регистрирующих устройств. Эти аппараты решили вопрос быстродействия, считавшийся одним из камней преткновения при использовании этого метода.

В заключении главы об измерении остаточных напряжений рентгеновским методом Исаак Аронович написал: «Два основных вопроса нуждаются в дальнейшем исследовании: определение действительных значений упругих постоянных при осреднении деформации различных кристаллов и учет пластических деформаций». Рассмотрению первого основного вопроса посвящена эта статья.

Неправильный выбор упругих постоянных при вычислении значений остаточных напряжений по результатам рентгенодифракционного анализа может привести к ошибкам до 40% от истинной величины [2].

Рентгенодифракционный метод определения остаточных напряжений

Рентгенографический метод определения макронапряжений (напряжений, подчиняющихся закону Гука и уравновешенных в объеме всего изделия или большей его части) основан на точном измерении периодов решетки. Так как остаточные напряжения характеризуются однородным сжатием или растяжением решетки (деформацией в упругой области), то они приводят к однородному изменению межплоскостных расстояний на величину Δd_{hkl}, и, следовательно, к смещению рентгеновской линии на угол $\Delta\theta_{hkl}$. Величина этого смещения определяется при дифференцировании левой части уравнения Вульфа – Брэггов [3]:

$$2d\sin\theta = N\lambda,$$

где d – межплоскостное расстояние; θ – угол падения рентгеновских лучей; N – целое число (порядок отражения); λ – длина волны характеристического рентгеновского излучения.

Основой рентгеноструктурного метода определения макронапряжений является факт, что все атомные плоскости во всех кристаллитах материала, одинаково ориентированные по отношению к действующим упругим силам, однородно меняют свои межплоскостные расстояния, т.е. отношение $\Delta d/d$ остается постоянным по величине и по знаку [4]. Это означает, что согласно формуле Вульфа – Брэггов увеличение или уменьшение величины межплоскостных расстояний приведет к уменьшению или увеличению угла θ и повлечет

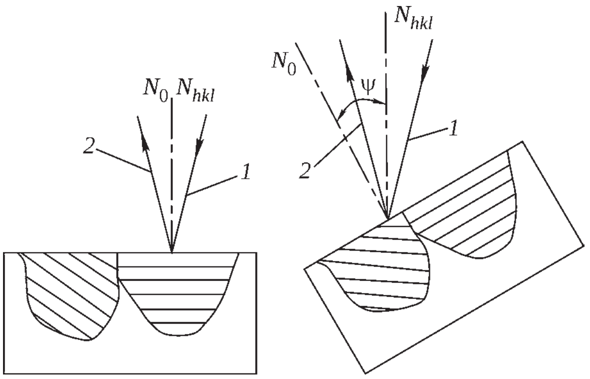

Рис. 1. Схема отражения рентгеновских лучей от различно ориентированных кристаллов при съемке методом $\sin^2\psi$: *1* – падающий луч; *2* – отраженный луч; N_0 – нормаль к поверхности образца; N_{hkl} – нормаль к отражающим плоскостям (hkl); ψ – угол между нормалями N_0 и N_{hkl}

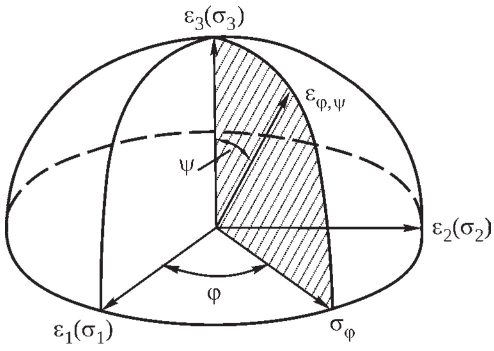

Рис. 2. Эллипсоид деформации двухосного напряженного состояния поверхности

за собой смещение измеряемой рентгеновской линии на рентгенограмме, полученной с образца, в котором наведены остаточные напряжения, по отношению к образцу в исходном состоянии. Для измерения остаточных напряжений нужно получить отражение от одних и тех же плоскостей (hkl), но расположенных под разными углами к действующим напряжениям, и, вследствие этого, имеющих разные значения величины межплоскостных расстояний (рис. 1).

Угол между падающим рентгеновским лучом и нормалью к поверхности съемки обозначается ψ, угол в азимутальном направлении обозначается φ (рис. 2).

Если измерено расстояние между кристаллографическими плоскостями d, то, зная величину этого расстояния d_0 при отсутствии напряжений, можно вычислить деформацию кристаллической решетки

$$\varepsilon = (d - d_0)/d_0.$$

Эту деформацию при некотором выборе значений упругих постоянных материала можно отождествить с обычной (макроскопической) деформацией.

Принимая для простоты обычные значения упругих постоянных, получим:

$$\varepsilon = (-\nu/E)(\sigma_1 + \sigma_2),$$

где E – модуль упругости; ν – коэффициент Пуассона.

Таким образом, при съемке при $\psi = 0$ справедливо выражение

$$\sigma_1 + \sigma_2 = -E(d - d_0)/\nu d_0.$$

При рентгенографическом измерении напряжений измеренные деформации решетки идентичны деформациям, определяемым на основании связи тензоров напряжения и деформации из линейной теории упругости.

Напряженное состояние образца определяется тремя главными нормальными напряжениями σ_1, σ_2 и σ_3. Направление σ_3 перпендикулярно поверхности образца, а σ_1 и σ_2 действуют в плоскости образца. Рентгеновские лучи проникают в образец на глубину порядка десяти микрометров, т.е. на малую часть его толщины, и с достаточной точностью можно считать, что в этом тонком поверхностном слое $\sigma_3 \cong 0$, а напряженное состояние определяется суммой главных напряжений $\sigma_1 + \sigma_2$, действующих в плоскости образца.

Тогда деформации в главных направлениях выражаются в виде:

$$\varepsilon_1 = (\sigma_1 - \nu\sigma_2)/E; \tag{1}$$

$$\varepsilon_2 = (\sigma_2 - \nu\sigma_1)/E; \tag{2}$$

$$\varepsilon_3 = \nu(\sigma_1 + \sigma_2)/E. \tag{3}$$

Деформация в направлении, заданном углами ψ и φ:

$$\varepsilon_{\varphi,\psi} = \varepsilon_1 l^2 + \varepsilon_2 m^2 + \varepsilon_3 n^2, \tag{4}$$

где *l*, *m*, *n* – направляющие косинусы между выбранным направлением и осями координат.

После подстановки (1) – (3) в (4) и упрощения выражения получим:

$$\varepsilon_{\varphi,\psi} = \frac{(1+\nu)\sigma_\varphi}{E}\sin^2\psi - \frac{\nu(\sigma_1+\sigma_2)}{E}. \tag{5}$$

Соответственно:

$$\frac{d_{\varphi,\psi} - d_0}{d_0} = \frac{(1+\nu)\sigma_\varphi}{E}\sin^2\psi - \frac{\nu(\sigma_1+\sigma_2)}{E}. \tag{6}$$

Уравнение (6) является основным для рентгенографического метода измерения напряжений. При каждом значении φ оно представляет собой сечение эллипсоида деформации двухосного напряженного состояния. Уравнение показывает, что при двухосном напряженном состоянии величина деформации решетки независимо от выбора измеряемых плоскостей линейно зависит от $\sin^2\psi$ (рис. 3) и определяется величиной σ_φ и упругими константами *E* и ν. Отрезок ординаты, отсекаемый прямой, определяется суммой главных напряжений и упругими константами независимо от плоскостей, выбранных для измерений.

Для измерения величины напряжений в плоскости образца в заданном направлении σ_φ угловое положение одной и той же рентгеновской линии измеряют, наклоняя образец относительно падающего на него луча на угол ψ (см. рис. 1).

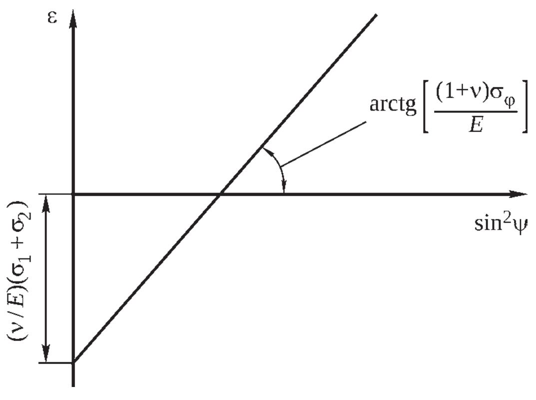

Рис. 3. Зависимость $\varepsilon_{\varphi,\psi}$ от $\sin^2\psi$ под азимутом φ в сечении эллипсоида деформации двухосного напряженного состояния поверхности

Особенности метода

В пределах даже одного кристаллита кубические кристаллы упруго анизотропные и, например, для монокристаллов ряда сплавов на основе никеля отношение E_{111}/E_{100} примерно равно 2. Упругая анизотропия приводит к тому, что для различным образом ориентированных соседних кристаллов одинаковые тензоры напряжений и деформаций во внешнем базисе оказываются несовместимыми. Упругая аккомодация таких кристаллов друг к другу приводит к возникновению локальных микронапряжений. Величины *E* и ν зависят, таким образом, от индексов отражения *hkl* и от взаимной ориентации кристаллов. При этом вводится понятие «рентгеновские упругие постоянные», которые в монокристаллах могут отличаться до 40% от справочных значений для материала образца.

Достоинствами рентгеновского метода определения остаточных напряжений являются:

– высокая локальность, определяемая «освещаемой» рентгеновским лучом площадкой и глубиной проникновения рентгеновского излучения, на которых происходит усреднение деформации;

– возможность определения напряжения на поверхности без знания межплоскостного расстояния исходного материала и в произвольном направлении φ благодаря тому, что деформация определяется не параллельно поверхности, а под некоторым углом $\psi = 0\ldots60°$ к нормали;

– возможность определения полного тензора деформаций в случае, когда известны точные значения периодов решетки в ненапряженном состоянии.

К недостаткам метода следует отнести снижение точности в случае:

– существования неоднородности напряженного состояния по глубине слоя проникновения рентгеновских лучей;

– наличия ярко выраженной кристаллографической текстуры;

– использования изотропных упругих постоянных (*E*, ν), так как в создании дифракционной картины участвуют лишь определенным образом ориентированные кристаллы, обладающие упругой анизотропией.

Для учета эффекта влияния анизотропии материала при съемке от определенных кристаллографических плоскостей (*hkl*) при вычислении остаточных напряжений необходимо вместо изотропных упругих постоянных *E* и ν использовать рентгеновские постоянные E_{hkl} и ν_{hkl}, определяемые следующими способами:

– используя методику съемки нагруженного образца по схеме четырехточечного нагружения;

– проводя механические испытания на растяжение и кручение монокристаллических образцов с ориентациями в основных кристаллографических направлениях;

– по методике с использованием измерений частот собственных колебаний образцов с различными кристаллографическими ориентациями;

– по результатам определения скорости прохождения ультразвука в зависимости от кристаллографической ориентации;

– по результатам вычисления компонент матрицы упругих податливостей на основании испытаний образов с различной кристаллографической ориентацией на одноосное растяжение.

Последний способ является наиболее удобным с точки зрения проведения эксперимента или использования уже имеющихся данных, но имеет ряд ограничений. Его можно применять для материалов с кубической структурой при возможности изготовить образцы с заданной кристаллографической ориентацией, например, для жаропрочных сплавов на основе никеля, используемых при отливке лопаток турбины современных ГТД. Для других материалов необходимо использовать альтернативные методы.

Расчет рентгеновских упругих постоянных для сплава ЖС36

Рассмотрим методику определения рентгеновских упругих постоянных E_{hkl} и ν_{hkl} для материалов с кубической решеткой на примере никелевого сплава ЖС36. С точки зрения кристаллографии упругие свойства таких материалов однозначно описываются компонентами матрицы упругих податливостей S_{11}, S_{12} и S_{44} [5, 6].

Для монокристаллов с кубической решеткой, которой обладают сплавы на основе никеля, рентгеновские упругие постоянные определяются соотношениями [7]:

$$E_{hkl} = 1/[S_{11} - 2(S_{11} - S_{12} - S_{44}/2)F]; \tag{7}$$

$$\nu_{hkl} = \frac{[S_{12} + (S_{11} - S_{12} - S_{44}/2)F]}{[S_{11} - 2(S_{11} - S_{12} - S_{44}/2)F]}, \tag{8}$$

где $F = (l^2m^2 + n^2m^2 + l^2n^2)$ – ориентационный фактор; l, m, n – направляющие косинусы между направлениями x, y, z и кубическими осями кристалла, S_{11}, S_{12}, S_{44} – компоненты матрицы упругих податливостей в кристаллографической системе координат.

Для расчета ориентационных зависимостей E_{hkl} и ν_{hkl} необходимо знать направляющие косинусы осей x, y, z относительно кристаллографической системы координат и зависимость обратных величин E_{hkl} от ориентационного фактора F.

Для раздельного определения S_{12} и S_{44} воспользуемся дополнительными соображениями. Физической оценкой анизотропии упругих свойств кубических кристаллов обычно служит выражение [8]:

$$A = 2(S_{11} - S_{12})/S_{44}. \tag{9}$$

В то же время, отношение модулей упругости кристаллов различной ориентации также может служить относительным показателем степени анизотропии. Очевидно, что между значением $K = E_{111}/E_{100}$ и величиной A должна существовать зависимость. Такая зависимость, построенная по экспериментальным данным для чистого никеля [9], приведена на рис. 4. Предполагая, что для монокристаллов никелевого сплава ЖС36 зависимость $A(K)$ совпадает с зависимостью для чистого никеля, можно по величине K вычислить значение A и получить недостающее уравнение для определения S_{12} и S_{44}.

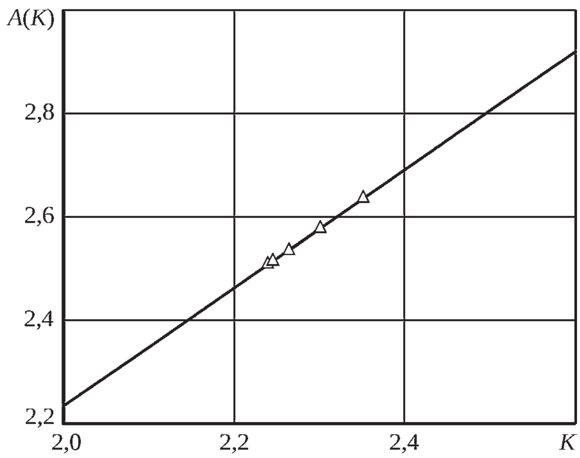

Рис. 4. График зависимости $A(K)$ для чистого никеля [9]

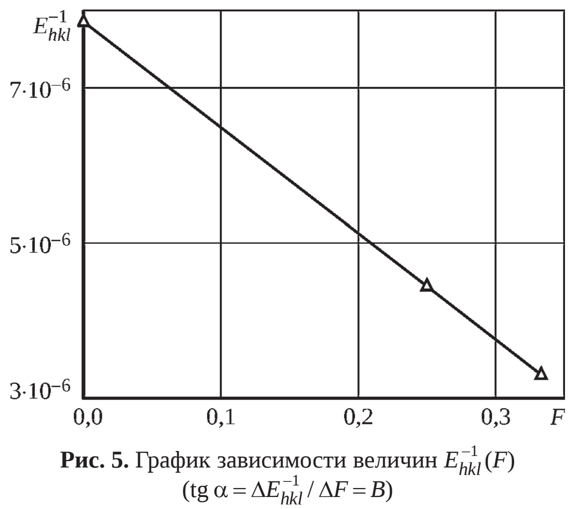

Рис. 5. График зависимости величин $E_{hkl}^{-1}(F)$ ($\mathrm{tg}\,\alpha = \Delta E_{hkl}^{-1}/\Delta F = B$)

Для расчетно-экспериментального определения величин упругих податливостей испытаны образцы из сплава ЖС36 с монокристаллической структурой трех аксиальных ориентаций [001], [011], [111]. Испытание цилиндрических образцов проведено на одноосное растяжение с определением модуля упругости при температуре 20°С. В результате получена зависимость $E_x^{-1}(F)$. Линейная аппроксимация этой зависимости методом наименьших квадратов (рис. 5) позволила определить тангенс угла наклона прямой $E_{hkl}^{-1}(F)$, равный величине B. При этом B представляет собой комбинацию упругих податливостей:

$$B = 2(S_{11} - S_{12} - S_{44} / 2). \quad (10)$$

Из выражений (9), (10), учитывая $S_{11} = 1 / E_{001}$, можно определить значения S_{12} и S_{44}:

$$S_{44} = B / (A - 1);$$

$$S_{12} = S_{11} - A S_{44} / 2.$$

Подставляя значения упругих податливостей S_{11}, S_{12} и S_{44} в формулы (7) и (8), можно определить значения упругих постоянных E_{hkl} и ν_{hkl} для последующего расчета величины остаточных напряжений для соответствующих плоскостей (*hkl*), выбираемых исходя из условий съемки дифрактограмм, и длины волны используемого характеристического рентгеновского излучения.

Результаты расчета рентгеновских упругих постоянных для сплава ЖС36 для линии съемки (420) приведены ниже.

$E_{001} = 124{,}6$ ГПа; $E_{011} = 226{,}5$ ГПа; $E_{111} = 310{,}7$ ГПа;
$B = 1{,}44 \cdot 10^{-5}$; $K = 2{,}493$; $A = 2{,}797$; $F = 0{,}16$;
$S_{11} = 8{,}023 \cdot 10^{-6}$; $S_{12} = -3{,}207 \cdot 10^{-6}$; $S_{44} = 8{,}01 \cdot 10^{-6}$;
$\boldsymbol{E_{420} = 173}$ **ГПа;** $\boldsymbol{\nu_{420} = 0{,}349}$**;**
$E_{420} / (1 + \nu_{420}) = 131$ ГПа; $(-1 / \nu_{420}) = -2{,}865$.

Расчеты проведены с учетом точности определения кристаллографической ориентации осей образцов в пределах 10°. Рассмотривались максимальные и минимальные значения модулей упругости. Сравнение результатов показало, что ошибка измерения конечной величины E_{420} составила ± 2 ГПа или 1,15%.

Отметим, что рассчитанные значения упругих податливостей S_{11}, S_{12} и S_{44} не существенно отличаются от величин, полученных экспериментально для никелевых сплавов [10].

Заключение

Предложенный метод расчета рентгеновских упругих постоянных, основанный на экспериментальном определении модуля упругости образцов с монокристаллической структурой трех аксиальных ориентаций [001], [011], [111], может быть использован при определении величин остаточных напряжений по результатам рентгенографического исследования. Область применения метода – определение упругих податливостей и рентгеновских упругих постоянных для жаропрочных никелевых сплавов. На примере сплава ЖС36 показана высокая степень достоверности результатов.

Литература / References

1. Биргер И.А. Остаточные напряжения. М.: МАШГИЗ, 1963. 230 с.
   Birger I.A. Ostatochnye napriazheniia. [Residual Stresses]. Moscow: MAShGIZ, 1963. 230 p.
2. Европейский стандарт EN15305:2008(E) «Метод неразрушающего контроля. Определение остаточных напряжений с помощью рентгеноструктурного анализа». 2008. 88 с.
   Metod nerazrushaiushchego kontrolia. Opredelenie ostatochnykh napriazhenii s pomoshch'iu rentgenostrukturnogo analiza. [BRITISH STANDARD BS EN 15305:2008 Non-Destructive Testing. Test Method for Residual Stress Analysis by X-ray Diffraction], 2008. 88 p.
3. Горелик С.С., Скаков Ю.А., Расторгуев Л.Н. Рентгенографический и электронно-оптический анализ: учеб. пособие для вузов. 3-е перераб. и доп. издание. М.: МИСиС, 1994. 328 с.
   Gorelik S.S., Skakov Iu.A., Rastorguev L.N. Rentgenograficheskii i elektronno-opticheskii analiz. [X-ray and Electron-Optical Analysis]. University Manual. Moscow: MISiS, 1994. 328 p.
4. Баррет Ч.С. Структура металлов. М.: Металлургиздат, 1948. 677 с.
   Barret Ch.S. Struktura metallov [Structure of Metals]. Moscow: Metallurgisdat, 1948. 677 p.
5. Шалин Р.Е., Светлов И.Л., Качанов Е.Б. и др. Монокристаллы никелевых жаропрочных сплавов. М.: Машиностроение, 1997. 333 с.
   Shalin R.E., Svetlov I.L., Kachanov E.B. et al. Monokristally nikelevykh zharoprochnykh splavov [Monocrystalls of Nickel Superalloys]. Moscow: Mashinostoenie, 1997. 333 p.

6. Кривко А.И. и др. Упругие свойства монокристаллов никелевых сплавов // Проблемы прочности, 1988. № 2. С. 68–75.
Krivko A.I. et al. Uprugie svoistva monokristallov nikelevykh splavov [Elastic Properties of Monocrystall Superalloys]. Moscow: Problemy prochnosti, 1988. No. 2. P. 68–75.
7. Най Дж. Физические свойства кристаллов. М.: Мир, 1967. 385 с.
Nai Dzh. Fizicheskie svoistva kristallov [Physical Properties Crystals]. Moscow: Mir, 1967. 385 p.
8. Келли А., Гровс Г. Кристаллография и дефекты в кристаллах. М.: Мир, 1974. 504 с.
Kelli A., Grovs G. Kristallografiia i defekty v kristallakh [Crystallography and Crystal Defects]. Moscow: Mir, 1974. 504 p.
9. Simmons G., Wang H. Single Crystal Elastic Constants and Calculated Aggregate Properties // A handbook, 2nd. ed. London, M.I.S. Press, 1984. 1370 p.
10. Yang S.W. Elastic Constants of a Monocrystalline Nickel-base Superalloy // Metallurgical. Trans. 16A. 1985. Issue 4. P. 661–685.