# Оценка энергоэффективности плазменного актуатора на основе дугового разряда в воздухе при воздействии внешнего магнитного поля

## Семенёв П.А., Токталиев П.Д., Моралев И.А.

Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова, г. Москва e-mail: pasemenev@ciam.ru

В работе проведено обобщение на трехмерный случай ранее предложенной математической модели движения плазменного образования в постоянном поперечном магнитном поле. Полная система одножидкостного магнитогазодинамического приближения уравнений гидродинамического метода описания плазмы в условиях локального термодинамического равновесия упрощена в электромагнитной части. Вместо решения полной системы уравнений Максвелла используется интегральный закон Ома, применяемый к проводящей области. Проведено сравнение результатов моделирования с использованием трехмерной, двухмерной модели и экспериментальных данных. Оценена энергоэффективность предложенного актуатора как доля вложенной энергии, преобразуемая в продольный импульс масс газа.

Ключевые слова: дуговой разряд, плазменный актуатор, закон Ома.

# Evaluation of the energy efficiency of a plasma actuator based on an arc discharge in air under the influence of an external magnetic field

Semenev P.A., Toktaliev P.D., Moralev I.A. CIAM, Moscow

The paper generalizes the previously proposed two-dimensional mathematical model of a plasma formation's motion in a constant transverse magnetic field for a three-dimensional case. The complete system of single-fluid magnetogasdynamic approximation of the equations of the hydrodynamic method for describing plasma under conditions of local thermodynamic equilibrium is simplified in the electromagnetic part. Instead of solving the complete system of Maxwell's equations, Ohm's integral law is applied to the conducting region. Comparison of simulation results is carried out using three-dimensional and two-dimensional models, as well as experimental data. Energy efficiency of the proposed actuator is estimated as a fraction of the input energy converted into a longitudinal momentum of the gas masses.

Keywords: arc discharge, plasma actuator, Ohm law.

### Введение

Ранее, в работах [1; 2], были проведены экспериментальные и расчетные исследования плазменного актуатора, использующего подвижную электрическую дугу во внешнем магнитном поле в воздухе при атмосферном давлении для управления течением в пограничном слое. Там же были построены различные математические модели течения, основанные на источниковом подходе и двухмерном термически равновесном магнитогазодинамическом (МГД) приближении с упрощенным учетом электромагнитного поля в виде закона Ома. Глобальной целью этих работ была разработка эффективных плазменных актуаторов, которые могли бы использоваться для управления течением в пограничном слое, в том числе в авиационных двигателях, в широком диапазоне скоростей потока. Примененный в [1; 2] расчетный подход, однако, имеет ряд принципиальных ограничений и не является универсальным. Поэтому в настоящей работе предпринята попытка усовершенствовать математическую модель, описывающую плазменное образование, обобщить ее на трехмерный случай и провести валидацию модели с использованием уже полученных результатов. Более подробное описание экспериментальных данных, методик измерения, а также постановки задачи о движении дуги можно найти в [1; 2].

Теме моделирования подвижной электрической дуги посвящено множество исследований, в частности [3–7]. В данных работах, как и во многих других, используются различные формы уравнений Максвелла для моделирования дуги. Применение таких уравнений, даже в редуцированной форме, сопряжено с необходимостью описания приэлектродных слоев, механизмов присоединения/переприсоединения дуги к электродам и многих других явлений. Во многом эти задачи могут быть успешно решены, однако не всегда для конкретного класса задач оправданно усложнение вычислительной модели. В связи с этим предложенная ранее модель является компромиссом, сочетающим простоту и достаточную точность для рассматриваемых приложений, к которым в первую очередь относятся плазменные актуаторы. Дополнительные данные об используемых в рассматриваемой области моделях и хронологии их разработки приведены в [1; 2] и других работах.

Материал в настоящей статье изложен следующим образом. Сформулирована математическая модель процесса движения дуги, основанная на МГД-приближении. При этом предполагается, что основные допущения применимости МГД-приближения для рассматриваемой задачи выполнены. Затем изложены способы обобщения ранее разработанной модели на трехмерный случай. Данные о теплофизических свойствах воздуха в приближении локального термодинамического равновесия, используемые в настоящей работе, могут быть найдены в [1], характерный уровень температур в дуге при рассматриваемых условиях *T* ≈ 12 000 К (по данным эксперимента и 2D-расчетов). Далее приведены результаты расчетов с использованием разработанной модели, их сравнение с экспериментальными данными и проведено их обсуждение.

#### Определяющие уравнения

Газодинамическая часть системы уравнений МГД-приближения. Наиболее строгий вывод уравнений МГД-приближения для описания плазмы основывается на кинетических уравнениях Больцмана для каждого сорта частиц. Получающаяся система уравнений МГД-приближения квазилинейна и имеет вырожденный параболический тип. При этом вторые производные в системе, ответственные за параболичность, описывают диссипативные явления – теплопроводность, вязкость и конечную проводимость. Система уравнений также может быть получена как обобщение уравнений Навье – Стокса для проводящей среды в электромагнитном поле. В этом случае в уравнении импульса появляется источниковый член, описывающий силу Ампера, действующую на проводящую область, а в уравнении энергии – источниковый член, описывающий джоуль-ленцев нагрев проводящей области. Тогда газодинамическая часть системы уравнений МГД-приближения в консервативной форме имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho u) = 0; \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \nabla (\rho u \otimes u) = -\nabla p + \nabla \tau + J \times B; \qquad (2)$$

$$\frac{\partial \rho e_0}{\partial t} + \nabla (\rho e_0 u) = \nabla (\lambda \nabla T) - \nabla (p u) + \nabla (u \tau) + \chi_{\text{eff}} \sigma_{\text{SB}} T^4 + J \cdot E, \qquad (3)$$

Здесь u = u(r,t) – поле скорости;  $r \in \Omega$ ;  $t \in [0, \tau]$ ;  $\Omega$  – расчетная область;  $[0, \tau]$  – временной интервал интегрирования системы (1)–(3);  $p, \rho > 0$  – давление и плотность среды;  $e_0 = e + u^2/2$  – удельная полная энергия;  $\lambda = \lambda(p,T)$  – коэффициент теплопроводности; J – вектор плотности тока; B – вектор магнитной индукции; E – вектор напряженности электрического поля;  $\chi_{\rm eff} = \chi_{\rm eff}(p,T)$  – коэффициент абсорбции;  $\sigma_{\rm SB}$  – постоянная Стефана – Больцмана;  $\tau$  – тензор вязких напряжений, включающий динамическую вязкость  $\mu = \mu(p,T)$ .

Для замыкания системы (1)–(3), помимо соотношений для E и J, следует добавить уравнение состояния – в настоящей работе это уравнение состояния идеального газа  $p = \rho RT/M$ , где R – универсальная газовая постоянная; M – молярная масса смеси. Потери на излучение учитываются в уравнении энергии с помощью источникового члена. При выводе уравнений (1)–(3) используется большое количество различных допущений, достаточно полный список которых может быть найден, например, в [8]. Обратим здесь внимание только на предположение изотропности диссипативных процессов, которое позволяет для коэффициентов переноса использовать скалярные, а не тензорные величины.

Электромагнитная часть системы уравнений МГДприближения. Оценки магнитного числа Рейнольдса показывают, что для лабораторных масштабов длины и модуля вектора плотности тока собственным магнитным полем, генерируемым зарядами в расчетной области, можно пренебречь. Таким образом, при записи уравнений Максвелла в форме потенциалов можно рассматривать только эллиптическое уравнение относительно скалярного электрического потенциала. Ранее, в двухмерной постановке, к рассматриваемой задаче в электромагнитной части был применен ряд упрощающих допущений:  $B \perp J$ , |B| = const,  $E \uparrow \uparrow J$ ,  $|E| = E_{\perp} = E(t)$ , *B* – вектор магнитной индукции;  $E_{\perp}$  – компонента напряженности, перпендикулярная рассматриваемой плоскости. Единственные ненулевые проекции векторов *E* и *J* могут быть получены из экспериментальных данных с привлечением дифференциальной формы закона Ома для проводящего объема:

$$I(t) = \int_{S} J_{\perp} dS = E_{\perp} \int_{S} \sigma dS, \qquad (4)$$

здесь  $\sigma = \sigma(p,T)$  – скалярная электрическая проводимость среды. Вид функции *I*(*t*) может быть определен из эксперимента. Для режима и условий из [1; 2]

$$I(t) = I_0 \sin(\pi t / \tau),$$

где  $I_0 = 47$  А – амплитуда пульса тока;  $\tau = 130$  мкс – продолжительность;  $I(t > \tau) = 0$ ;  $|\mathbf{B}| = 0,33$  Тл. При этом для двухмерного случая  $|\mathbf{E}| = \mathbf{E}(t)$  не зависит от координат. Таким образом, одним из возможных вариантов распространения модели на трехмерный случай является обобщение интеграла в правой части (4). При этом неявно предполагается, что проводящая область сохраняет односвязность.

Расчет напряженности. Введем систему координат так, что ее ось Oz сонаправлена векторам J и E, а поперечное сечение дуги лежит в плоскости хОу (рис. 1). Для расчета проводимости (сопротивления) используется интеграл по поверхности для двумерной постановки (плоской области). Границу горячей проводящей области при этом можно определить условием  $\sigma(x,y) > \sigma_0$ , здесь  $\sigma_0$  – малая величина, так, например, изоповерхность температуры T = 2000 K при p = 1 ата соответствует для воздуха в локальном термодинамическом равновесии  $\sigma = 1,06 \cdot 10^{-6}$  См/м. То есть область интегрирования можно определить как  $\Pi^3 = \{(x,y,z):$  $\sigma > \sigma_0$ }. Построим набор параллельных плоскостей  $P_i || xOy$ , здесь  $i = 1...N_z$ ,  $N_z$  – количество плоскостей. Определим двухмерные сечения горячей области  $\Pi_i = \Pi^3 \cap P_i$ , очевидно для каждого из них  $\Pi_i = \{(x, y, z):$  $\sigma > \sigma_0$ }. Пусть также длина дуги (горячей области) в направлении Oz равна L.

Рассмотрим возможные способы представления обобщения интеграла *S* =  $\iint \sigma dS$  на трехмерный случай:



Рис. 1. Схема сечений горячей области (дуги)

– квазиплоский вариант. Предполагая, что проводимость не изменяется вдоль Oz, значение интеграла S не зависит от положения сечения. И в любом сечении  $P_i || xOy$  интеграл S можно получить из соотношения:

$$V = \iiint_{\Pi^3} \sigma dV = \iiint_{\Pi^3} \sigma dz dS = \int_{z_a}^{z_a+L} dz \iint_{\Pi^2} \sigma dS = L \iint_{\Pi^2} \sigma dS = LS,$$
  
$$S = \frac{1}{L} \iiint_{\Pi^3} \sigma dV; \tag{5}$$

– интегрирование по сечениям. Если предположить, что  $\sigma$  зависит от z, то для каждого сечения значение интеграла может не совпадать,  $E_z = E_z(z)$ . В этом случае для перехода от поверхностного интеграла к объемному можно взять достаточно тонкий слой, внутри которого можно считать, что  $\sigma$  не зависит от z. При этом следует, что если область  $\Omega$  дискретизована для численного интегрирования (1)–(3), то в качестве слоев удобно брать множества элементов разбиения  $\{E_j\}, E_j \cap P_i \neq \emptyset$ . Тогда вычисление интеграла сводится к набору для каждого слоя j элементов выражений квазиплоского варианта, т.е. интеграл  $S_j$ , или электрическую проводимость слоя, можно представить в виде:

$$S_{j} = \frac{1}{\Delta z_{j}} \iiint_{\Pi^{3}} \sigma(x_{j}, y_{j}, z_{j}) dV \approx$$
$$\approx \frac{1}{\Delta z_{j}} \sum_{i} \sigma(x_{i,j}, y_{i,j}, z_{i,j}) V_{j}.$$
(6)

Здесь  $\Delta z_j$  – толщина слоя *j* в направлении *Oz*; *i* – индекс элемента  $E_i \in \Pi_j$ ;  $V_i$  – объем элемента  $E_i$ . По значению интеграла  $S_j$  в каждом слое вычисляется  $E_{z,i}$  при условии постоянства модуля вектора плотности тока в каждом сечении. Оценим, насколько различаются значения *S* и, как следствие, напряженности при расчете по формулам (5) и (6):

$$S = \frac{1}{L} \sum_{j} \iiint_{i} \sigma dV_{j} = \frac{1}{L} \sum_{j} S_{j} \Delta z_{j},$$

если толщины слоев выбраны постоянными  $\Delta z_i = l = {
m const}$  (где  $l - {
m paзмер}$  ячеек), то

$$S = \frac{1}{L} \sum_{j} S_{j},$$

т.е. напряженности при расчете по (5) и (6) соотносятся как

$$\frac{E_{z0}}{E_{zj}} = \frac{S_j}{S} = \frac{L}{l} \frac{S_j}{\sum_j S_j} = N_z \frac{S_j}{\sum_j S_j} = \frac{S_j}{\overline{S}}, \text{ rge } \overline{S} = \sum_j S_j / N_z.$$

Таким образом, если все  $S_j$  равны, то  $E_{z0}/E_{zj} = 1$  и при неравномерном распределении  $\sigma(z)$  в области всегда будут присутствовать сечения и, соотвественно, ячейки, в которых  $E_{zj} < E_{z0}$  и  $E_{zj} > E_{z0}$ .

Рассмотрим определение напряженности на двух последовательных временных слоях, соответствущих  $t_n$  и  $t_{n+1}$ , вблизи границы области  $\Pi^3$ . Так как заданное начальное распределение температуры негладкое, то в пограничных ячейках области и прилегающих слоях ячеек будут реализовываться разрывные значения р и Т. Таким образом, на границе области можно формулировать задачу Римана о распаде разрыва. Если поток энергии через общую грань двух соседних элементов  $E_i$  и  $E_k \neq k$  невелик и при этом  $T_{i,n} > T_{k,n}$ , то  $T_{i,n+1} > T_{k,n+1}$ и, следовательно,  $\sigma_{i,n} > \sigma_{k,n}$  и  $\sigma_{i,n+1} > \sigma_{k,n+1}$ , так как  $\sigma(T)$  в рассматриваемом диапазоне температур монотонно возрастающая функция. Продолжая далее цепочку, имеем: если соседние ячейки находятся в одном слое, то при  $\sigma_{i,n+1} > \sigma_{k,n}$  интеграл  $S_{i,n+1}$  может быть как больше *S*<sub>*i*,*n*</sub>, так и меньше. Однако если элементы *E*<sub>*i*</sub> и  $E_{i+1}$  располагаются в двух соседних сечениях j и j+1на границе области, то из  $\sigma_{i+1} \approx 0$ ,  $\sigma_i > 0$  следует

$$\left(\iint_{\Pi_{j}} \sigma_{j} dS\right)_{n+1} < \left(\iint_{\Pi_{j+1}} \sigma_{j+1} dS\right)_{n+1}, \tag{7}$$

из чего непосредственно следует, что  $(E_j)_{n+1} < (E_{j+1})_{n+1}$ . То есть в направлении перпендикулярном к плоскостям  $P_j$  в граничных ячейках будет наблюдаться скачкообразный рост  $E_z$  от нулевых значений до значений  $\sim (S_{j,n})^{-1}$  независимо от величины шага по времени. Этот скачок связан с разрывными начальными условиями (определением при t=0 горячей области) и алгебраическим соотношением для напряженности. Чтобы нивелировать этот недостаток расчета напряженности, был реализован ограничитель, основанный на (7): на каждом временном слое в пограничных слоях ячеек была осуществлена проверка условий, и при выполнении условия (7) принималось  $S_{j,n+1} = 0$ , т.е. в направлении, перпендикулярном к сечениям  $\{P\}$ , дуга могла распространяться только при условиях  $T_{i,n} > T_{k,n}$ ,  $T_{i,n+1} < T_{k,n+1}$ .

**Расчетная область и граничные условия.** Расчетная область представляла собой прямоугольный параллеленипед:

$$\Omega^3: \{(x, y, z) \mid -H \le x \le H, \ 0 \le y \le H, \ 0 \le z \le 0, 5H\},\$$

здесь H = 0,04 м. Схема расчетной области и направления основных векторных величин приведены на рис. 2. Изначально область заполнена неподвижным воздухом при атмосферных условиях. В экспериментах постоянное магнитное поле создается постоянным магнитом, помещенным под поверхность с электродами, направление индукции магнитного поля **B** указано на рис. 2. Предполагается, что до момента времени t = 0 между параллельными электродами  $E_1, E_2$ , смонтированными на нижней поверхности, создается разность напряжений и организуется пробой. При этом в момент времени



Рис. 2. Схема расчетной области (масштабы не соблюдены)

*t* = 0 горячий канал после пробоя сформирован и имеет форму цилиндра. Далее под действием силы Ампера, *F*<sub>A</sub>, проводящая область движется в положительном направлении оси *x*.

Для решения начально-краевой задачи для уравнений (1)–(3) задавались начальные условия горячей области (канала), т.е. положение дуги сразу после пробоя промежутка между электродами:

$$u(\mathbf{r},0) = 0, \quad \mathbf{r} \in \Omega;$$
  

$$p(\mathbf{r},0) = \begin{cases} p_1, & |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| \le R_0; \\ p_0, & |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| > R_0; \end{cases}$$
  

$$T(\mathbf{r},0) = \begin{cases} T_1, & |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| \le R_0; \\ T_0, & |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| > R_0. \end{cases}$$

Здесь  $r_0 = (-0,013, 0,00025, z); R_0 = 0,00025 м;$  $<math>p_0 = 101 325 \ {\rm Па}, \ p_1 = 30 p_0; \ T_0 = 293 \ {\rm K}; \ T_1 = 7000 \ {\rm K} \ {\rm M}$  граничные условия Дирихле для давления p и скорости u и Неймана – для температуры (T):

$$p(\mathbf{r},t) = p_0, \quad \mathbf{r} \in \Omega \setminus \Gamma;$$
  
$$u(\mathbf{r},t) = 0, \quad \mathbf{r} \in \Gamma;$$
  
$$T = T_0, \quad \mathbf{r} \in \Gamma.$$

#### Результаты моделирования

Расчеты в трехмерной постановке были проведены для того же режима, что и в [1; 2], т.е. режима с  $I_0 = 47$  A, т = 130 мкс. На рис. 3 приведена эволюция продольной координаты наиболее горячей точки горячего канала и напряженность – данные 2D- и 3D-расчета и эксперимента. В трехмерной постановке с квазиплоским интегрированием подводимая энергия «нагревает» пятно более эффективно, с точки зрения образования малого, наиболее горячего объема, чем в двухмерной. Это ведет при том же энергоподводе к большой скорости движения горячей области, расчет с квазиплоским интегрированием имеет наибольшую, значительно превышающую результаты экспериментальных измерений, скорость движения горячей области. В то же время интегрирование по сечениям позволяет существенно снизить скорость движения горячей области. Для 3D-расчета приведены только результаты варианта с интегрированием по сечениям. 3D-расчет немного завышает значение координаты для второй половины пульса тока как относительно экспериментальных данных, так и относительно данных 2D-расчета. Что, скорее всего, связано с используемым допущением о постоянстве направления вектора напряженности во всех сечениях. В то же время трехмерные расчеты дают сравнимые с двухмерными расчетами значения напряженности.

В работе [2] проведен анализ сеточной сходимости для двухмерной задачи и показано, что, начиная с размера ячеек *l* = 60...70 мкм, при прочих равных условиях и параметрах расчета (противопоточная схема второго порядка по пространству и т.д.) локальные характеристики течения меняются мало. Для достижения подобного разрешения в трехмерном случае была использована сетка с ~20 млн ячеек и *l* = 70 мкм (вычислительные затраты для одного режима ~25 000 ядрочасов, при производительности ядра ~80 Гфлопс LINPACK). Расчеты на более грубых сетках показывают достаточно большую зависимость локальных параметров течения от размера ячейки. Однако интегральные характеристики течения, например скорость движения наиболее горячей точки, с хорошей точностью, до 15%, могут быть получены на более грубых сетках, с l = 100...110 мкм.

Для сравнения расчетов с использованием двух- и трехмерной моделей на рис. 4 приведены поля плотности для моментов времени t = 10, 70, 130 мкс. Для трехмерного случая поле показано в средней плоскости, что наиболее близко соответствует 2D-расчету. Поля демонстрируют фазы эволюции течения: первую фазу симметричного расширения первоначального горячего канала,  $t/\tau < 0,04$ ; вторую фазу растяжения симметричной горячей области и формирования из-за взаимодействия со стенкой вихрей, которые после удаления от стенки приводят к формированию рециркуляционных зон в головной части плазменного образования,  $0,04 < t/\tau < 0,40$ ; третью фазу развитого течения с продольным движением горячей области,  $0,40 < t/\tau < 1,3$ . Как видно на рисунке, структура

течения в следе за проводящей областью внутри тепловой каверны для двухмерной и трехмерной постановки отличается уже для *t* = 70 мкс, а для *t* = 130 мкс течение в следе для трехмерной модели имеет гораздо более сложную структуру. В то же время сравнение структуры течения с экспериментальными теневыми и шлирен-снимками, проведенное в [2], показывает, что 2D-расчет с бо́льшей точностью воспроизводит форму тепловой каверны. При этом сход слоя смешения с проводящей области не приводит к такой существенной перестройке следа, которая наблюдается в 3D-расчете для второго полупериода пульса тока. Это отличие трехмерного расчета может быть объяснено присутствием возмущений вдоль поперечной оси, принципиально не описываемых в рамках двухмерной модели, а также недостаточным сеточным разрешением слоя смешения.

Рассмотрим энергетический баланс плазменного актуатора. Вся подведенная извне посредством электромагнитного поля энергия (E) идет на работу силы Ампера ( $A_{\text{Амп}}$ ), работу теплового расширения ( $A_{\text{р}}$ ) и на увеличение теплосодержания газа внутри тепловой каверны ( $\Delta Q$ ). В расчетах полная вложенная энергия рассчитывалась как суммарная мощность источников в уравнениях (1)–(3):

$$Q = Q_0 + \int_{0}^{\tau} \int_{\Omega} (j \times \mathbf{B}) u d\Omega dt + \int_{0}^{\tau} \int_{\Omega} j E d\Omega dt .$$
 (8)

Здесь  $Q_0 = 0,087$  Дж — энергия, запасенная при t = 0в горячем канале, оцененная как энергия, необходимая для изохорического нагрева области пробоя до начальной температуры дуги. Работе силы Ампера соответствует второе слагаемое в правой части (8), суммарной работе теплового расширения и увеличению теплосодержания — третье. Работа теплового расширения может быть оценена по формуле [9]:

dm



Рис. 3. Продольная координата наиболее горячей точки дуги (*a*) и напряженность (средняя) (*б*) в зависимости от времени: ● и —— – эксперимент [2]; —— – 2D-расчет [2]; — — – 3D-расчет



**Рис. 4.** Сравнение мгновенных полей плотности для двухмерной (*a*) и трехмерной (средня плоскость) (*б*) модели; *t* = 10, 70, 130 мкс

где dV – изменение объема тепловой каверны, в двухмерном случае на единицу поперечной длины дуги, dV = dS; dm – изменение массы внутри выбранной изоповерхности температуры. Формула получена в предположении постоянства давления в тепловой каверне, второе слагаемое в формуле учитывает обмен массой между тепловой каверной и окружающим холодным газом. В таблице приведены все составляющие вложенной энергии для 2D- и 3D-расчетов.

Как видно из таблицы, лишь незначительная часть вложенной энергии расходуется на полезную работу силы Ампера, доля которой на момент окончания пульса тока не превышает 0,5% как для двухмерного, так и для трехмерного расчета. Бо́льшая часть всей вложенной энергии расходуется на рост теплосодержания масс газа в тепловой каверне, эта доля превышает 80%, и, наконец, около 15% приходится на тепловое расширение. Как показывают расчеты, схема течения внутри тепловой каверны при изменении длины и амплитуды пульса тока сохраняет свой общий вид с двумя головными вихрями и следовым течением, при этом скорость движения дуги меняется слабо. Таким образом, основ-

Таблица.	Распределение	вложенной	энергии
----------	---------------	-----------	---------

Модель	Е, Дж	А <sub>Амп</sub> , Дж	А <sub>р</sub> , Дж	∆ <i>Q</i> , Дж
2D	2,558 (100%)	0,008 (0,3%)	0,364 (14,2%)	2,186 (85,5%)
3D	3,058 (100%)	0,013 (0,4%)	0,521 (17,0%)	2,524 (82,6%)

ным варьируемым фактором для потенциального увеличения эффективности плазменного актуатора может стать оптимизация формы и параметров пульса тока без изменения структуры течения.

Работа сил Ампера приводит к увеличению суммарного осевого импульса пристеночных объемов газа, эта величина может быть получена из выражения

$$P = \int p u d\Omega$$

и при t = 130 мкс для двухмерных расчетов составляет 0,0108 кг·м/с на погонный метр дуги, бо́льшую его часть составляет *у*-компонента импульса, связанная с отошедшей ударной волной, – 0,0106 кг·м/с (> 98%) (ударную волну можно заметить на рис. 4 при t = 70 мкс), а меньшую часть составляет полезная *х*-компонента для горячей области  $T_1 > 350$  K – 0,00012 кг·м/с (< 2%). При этом следует отметить, что, за исключением ударной волны, практически весь импульс течения сосредоточен внутри тепловой каверны.

#### Заключение

В работе предложено обобщение на трехмерный случай упрощенной математической модели движения плазменного образования в постоянном поперечном магнитном поле [1; 2; 9]. Результаты 3D-моделирования и их сравнение с ранее полученными двухмерным расчетом и экспериментом показывают, что по интегральным характеристикам, таким как скорость движения дуги (элементарного объема с максимальной температурой) и напряженность, предложенное обобщение имеет сравнимую с двухмерными расчетами погрешность. В то же время трехмерные расчеты завышают скорость движения дуги относительно экспериментальных измерений. При этом локальная структура проводящей области для всех вариантов расчета подобна.

Показано, что, в связи с использованием алгебраического соотношения для напряженности и разрывных начальных данных, при расчетах в трехмерной постановке могут возникать скачкообразные изменения параметров течения, связанные с пространственной неизотропностью, вносимой способом интегрирования соотношения для электрической проводимости горячего слоя. Анализ эффективности предложенной схемы актуатора показывает, что лишь незначительная доля подводимой энергии расходуется на «полезную» работу сил Ампера, менее 0,5%, большая часть расходуется на увеличение теплосодержания масс газа, более 80%. При этом суммарный продольный импульс масс газа в пристеночном слое к концу пульса тока составляет около 0,01 кг·м/с на погонный метр дуги.

Дальнейшим развитием предложенной модели может стать учет пространственной неоднородности направлений элементарных векторов плотности тока по длине и в каждом сечении дуги. Также одним из направлений развития настоящей работы может стать оптимизация схемных и режимных параметров актуатора для достижения максимальной энергоэффективности.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-31-20059.

### Литература

- Magnetically driven arc as a vortex generator for the boundary layer control applications / I. Moralev, V. Bityurin, A. Bocharov, P. Kazansky, A. Kotvitskii, P. Semenev // Proceedings of AIAA Scitech 2020 Forum, 6–10 January 2020, Orlando, FL. eISBN: 978-1-62410-595-1.
- Численное моделирование дугового разряда в воздухе при воздействии внешнего магнитного поля в магнитогазодинамическом приближении / Семенёв П.А., Токталиев П.Д., Моралев И.А., Казанский П.Н., Битюрин В.А., Бочаров А.Н. // Авиационные двигатели. 2020. № 2 (7). С. 35–44.
- 3. Karetta F., Lindmayer M. Simulation of the gasdynamic and electromagnetic processes in low voltage switching arcs // IEEE Transactions on Components, Packaging, and Manufacturing Technology: Part A. 1998. Vol. 21, nr 1. P. 96–103.
- The process of arc splitting between metal plates in low voltage arc chutes / M. Lindmayer, E. Marzahn, A. Mutzke, T. Ruther, M. Springstubbe // IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies. 2006. Vol. 29, nr 2. P. 310–317.
- 5. Advances in low-voltage circuit breaker modelling / B. Swierczynski, J.J. Gonzalez, P. Teulet, P. Freton, A. Gleizes // Journal of Physics D: Applied Physics. 2004. Vol. 37, nr 4. P. 595–609.
- 6. Quemeneur J. Etude des forces à l'origine du déplacement d'un arc électrique dans un disjoncteur basse-tension: thèse ... doctorat de l'Université de Toulouse. 2016. 165 p.
- 7. Lisnyak M. Theoretical, numerical and experimental study of DC and AC electric arcs: Modeling and experimental investigations of default arcs propagating along the electric bus-bars for aeronautical applications: thesis ... doctor of the University of Orléans. 2018. 208 p.
- 8. Goedbloed J.P., Poedts S. Principles of magnetohydrodynamics: With applications to laboratory and astrophysical plasmas. Cambridge: Cambridge University Press, 2004. xvi, 613 p.
- Gas dynamics of the pulsed electric arc in the transversal magnetic field / I. Moralev, P. Kazanskii, V. Bityurin, A. Bocharov, A. Firsov, E. Dolgov, S. Leonov // Journal of Physics D: Applied Physics. 2020. Vol. 53, nr 42. Art. 425203.

# References

- Magnetically driven arc as a vortex generator for the boundary layer control applications / I. Moralev, V. Bityurin, A. Bocharov, P. Kazansky, A. Kotvitskii, P. Semenev // Proceedings of AIAA Scitech 2020 Forum, 6–10 January 2020, Orlando, FL. eISBN: 978-1-62410-595-1.
- 2. Chislennoe modelirovanie dugovogo razriada v vozdukhe pri vozdeistvii vneshnego magnitnogo polia v magnitogazodinamicheskom priblizhenii [Numerical modeling of arc discharge in air under external magnetic field

in magnetogasdynamic approximation]. Semenev P.A., Toktaliev P.D., Moralev I.A., Kazanskii P.N., Bitiurin V.A., Bocharov A.N. Aviation Engines. 2020. No. 2 (7). P. 35–44.

- 3. Karetta F., Lindmayer M. Simulation of the gasdynamic and electromagnetic processes in low voltage switching arcs // IEEE Transactions on Components, Packaging, and Manufacturing Technology: Part A. 1998. Vol. 21, nr 1. P. 96–103.
- The process of arc splitting between metal plates in low voltage arc chutes / M. Lindmayer, E. Marzahn, A. Mutzke, T. Ruther, M. Springstubbe // IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies. 2006. Vol. 29, nr 2. P. 310–317.
- 5. Advances in low-voltage circuit breaker modelling / B. Swierczynski, J.J. Gonzalez, P. Teulet, P. Freton, A. Gleizes // Journal of Physics D: Applied Physics. 2004. Vol. 37, nr 4. P. 595–609.
- 6. Quemeneur J. Etude des forces à l'origine du déplacement d'un arc électrique dans un disjoncteur basse-tension: thèse ... doctorat de l'Université de Toulouse. 2016. 165 p.
- 7. Lisnyak M. Theoretical, numerical and experimental study of DC and AC electric arcs: Modeling and experimental investigations of default arcs propagating along the electric bus-bars for aeronautical applications: thesis ... doctor of the University of Orléans. 2018. 208 p.
- 8. Goedbloed J.P., Poedts S. Principles of magnetohydrodynamics: With applications to laboratory and astrophysical plasmas. Cambridge: Cambridge University Press, 2004. xvi, 613 p.
- 9. Gas dynamics of the pulsed electric arc in the transversal magnetic field / I. Moralev, P. Kazanskii, V. Bityurin, A. Bocharov, A. Firsov, E. Dolgov, S. Leonov // Journal of Physics D: Applied Physics. 2020. Vol. 53, nr 42. Art. 425203.

Материалы получены редакцией 03.08.2020