

Оценка возможности применения одномерных численных расчетных методов для моделирования радиальных перемещений деталей ротора ГТД в составе математической модели системы активного управления радиальными зазорами

Самойленко Н.А., Кашин Н.Н.

АО «ОДК-Авиадвигатель», г. Пермь

e-mail: samoylenko-an@avid.ru

Поставлена задача создания нетребовательных к вычислительным ресурсам одномерных методов расчета теплового состояния и радиальных перемещений деталей ротора ГТД для их применения в динамических САУРЗ, основанных на математическом моделировании. Разработаны одномерные модели теплового состояния и радиальных перемещений диска и лопатки турбины ГТД. Проведено сравнение результатов моделирования теплового состояния и радиальных перемещений дисков и лопаток турбины низкого давления наземной ГТУ и турбины высокого давления авиадвигателя с результатами, полученными с помощью верифицированных по экспериментальным данным методик. Проведена оценка возможности применения разработанных программ в модели САУРЗ, интегрированной в САУ ГТД. Время расчета нестационарных процессов и занимаемая программами вычислительная память говорят о возможности их применения для моделирования теплового состояния и радиальных перемещений в режиме реального времени.

Ключевые слова: тепловое состояние, радиальные перемещения, радиальный зазор, одномерные модели, система активного управления радиальными зазорами, ротор турбины

Evaluation of possibility of integrating one-dimensional numerical computational methods for modeling radial displacements of GTE rotor parts into the mathematical model of active clearance control system

Samoylenko N.A., Kashin N.N.

UEC-Aviadvigatel joint stock company, Perm

The problem is established to create one-dimensional methods for calculating the thermal state and radial displacements of GTE rotor parts that are not demanding on computational resources for their use in dynamic ACCS based on mathematical modeling. One-dimensional models of the thermal state and radial displacements of a GTE turbine's disk and blade have been developed. The results of modeling the thermal state and radial displacements of disks and blades of a low-pressure turbine of a ground-based GTU and a high-pressure turbine of an aircraft engine are compared to the results obtained using experimentally validated methods. An assessment was carried out to see if it would be possible to use the developed programs in the ACCS model, which is integrated into the GTE ACCS. The computational memory occupied by the programs and the calculation time of non-stationary processes indicate that they could be used to model the thermal state and radial displacements in real time.

Keywords: thermal state, radial displacements, tip clearance, one-dimensional models, active clearance control system, turbine rotor

Введение

Развитие ГТД связано с постоянным интенсивным поиском резервов дальнейшего повышения эффективности рабочего процесса с целью повышения их экономичности. Одним из таких резервов является сокращение потерь, связанных с перетеканием рабочего тела в зазор между ротором и статором [1].

В радиальном зазоре утечки газа теряют свой потенциал по давлению и сохраняют свою энергию, не превращая ее в полезную работу турбины [2], кроме того изменяется структура течения в межлопаточном канале [3].

Радиальный зазор имеет значительное влияние на удельный расход топлива. Так, например, в работе [4] приведены сведения о том, что увеличение относительного радиального зазора в турбине высокого давления (ТВД) на 1% приводит к относительному снижению КПД двигателя примерно на 3% и перерасходу топлива почти на 10%. В зарубежных работах [5; 6] приводятся данные о том, что уменьшение радиального зазора на 0,01 дюйма (~0,25%) приводит к снижению удельного расхода топлива на 0,8...1%, также сокращается эмиссия вредных веществ и снижается температура за турбиной приблизительно на 10°C. Однако снижать монтажные зазоры не представляется возможным, так как существует опасность врезания ротора в статор. При врезании торца рабочей лопатки в статор происходит ее повреждение и износ (рис. 1), что приводит к снижению КПД узла турбины и росту удельного расхода топлива.

Для минимизации негативных последствий раскрытия радиальных зазоров применяют систему активного управления радиальными зазорами (САУРЗ) (active clearance control, ACC). Задачей системы является устранение/минимизация рассогласования радиальных перемещений ротора и статора. Радиальный зазор является функцией тепловой инерционности ротора и статора [8], однако в серийных тепловых САУРЗ для управления радиальным зазором производится регулирование только тепловой инерционности статора [5]. Одним

из путей развития серийных САУРЗ является разработка логики управления, основанной на математическом моделировании, для динамического регулирования радиального зазора на всех режимах работы. Основной проблемой для подобных САУРЗ является создание нетребовательных к вычислительным ресурсам методик, интегрированных в систему автоматического управления (САУ), которые определяют величину зазора с достаточной точностью.

Целью данной статьи является оценка возможности применения одномерных расчетных методов в модели САУРЗ, интегрированной в САУ ГТД, на примере моделей теплового состояния и радиальных перемещений деталей ротора. Критериями оценки будут требовательность моделей к вычислительным ресурсам и необходимая точность расчета. Для удовлетворительной интеграции моделей в САУ расчет нестационарных процессов должен производиться в рамках одной секунды (с минимальным использованием вычислительной памяти), обеспечивая при этом уровень погрешности до 10% от значений, полученных с помощью верифицированных методик расчета.

Предпосылки применения одномерных расчетных методов для моделирования теплового состояния и радиальных перемещений деталей ГТД

Известны САУРЗ, логика которых построена на математическом моделировании. Так, в двигателе CFM56-7B [5] на основании математической модели происходит управление температурой воздуха, обдувающего корпус турбины, посредством смешения воздуха из-за девятой и четвертой ступеней компрессора высокого давления (КВД) (рис. 2). Регулирование радиального зазора в ТВД основано на отклике модели на текущий, рассчитанный на основании полуэмпирических моделей зазор.

Математическая модель радиального зазора, представленная на рис. 2, определяет температурные дефор-

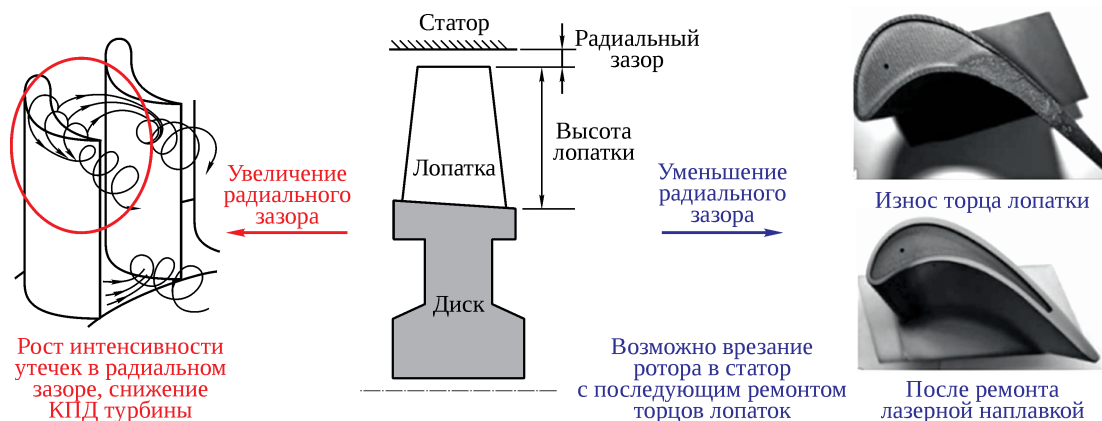


Рис. 1. Радиальный зазор и последствия его отклонения от расчетного значения [7]

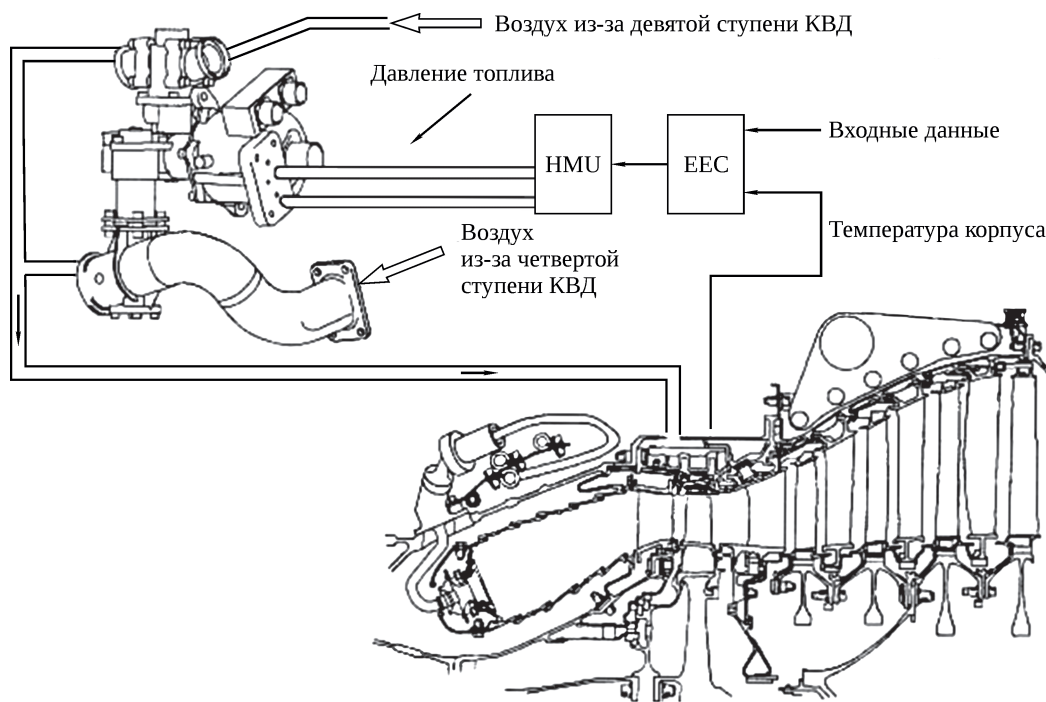


Рис. 2. Схема программной САУРЗ ТВД двигателя CFM56-7B [5]

(ЕЕС – electronic engine control – электронная САУ двигателя; НМУ – hydromechanical unit – гидравлический привод)

мации статора на основании замера температуры корпуса турбины, а температурные деформации ротора с помощью полиномов на основании постоянных времени, что требует предварительных расчетов стационарных режимов работы двигателя.

Для динамических расчетов на нетиповых режимах работы предпочтительнее модель, основанная на прямых вычислениях, то есть на прямом решении уравнения теплопроводности, так как упрощенные модели, основанные на полумпирическом вычислении постоянных времени, могут давать некорректный результат на нестандартных режимах (например, облет грозового фронта или смена эшелона). При этом температуры деталей с малой тепловой инерционностью, таких как лопатки, могут быть определены на основании параметров режима, так как изменение температур происходит почти мгновенно [6]. После вычисления температур модель должна производить вычисления перемещений на основании полученных температур и центробежных сил (для ротора) и давления (для статора).

Для создания логики САУРЗ, основанной на математическом моделировании, управляющая математическая модель должна быть встроена в САУ. Модели, интегрированные в САУ, должны быть нетребовательными к вычислительным ресурсам для проведения расчетов с высокой скоростью. Как правило, в проектировании авиационных двигателей при определении теплового и напряженно-деформированного состояния используются двумерные методики, с предварительным одномерным гидравлическим расчетом граничных

условий [9]. Также для уточнения используются трехмерные расчеты, которые являются наиболее достоверными [10]. Однако данные методики не удовлетворяют требованиям к моделям, интегрированным в САУ, а именно к скорости вычислений и затратам вычислительных ресурсов. Также для создания полностью динамической системы необходимо вычислять все расчетные величины на основании режима работы двигателя, т.е. коэффициенты теплоотдачи, контурные нагрузки, характеристики материала должны вычисляться динамически на основании параметров режима, доступных в САУ.

С учетом вышеперечисленных критериев модель термомеханического состояния деталей турбины для динамической модели САУРЗ должна быть одномерной, тепловое состояние должно определяться численным решением уравнения теплопроводности, все расчетные величины должны быть динамическими и зависеть от режима работы.

Оценка точности одномерных вычислительных методов при моделировании теплового состояния и перемещений деталей турбины

Оценка возможности применения одномерных моделей для расчета температур и перемещений деталей турбин производилась на основании одномерных термомеханических моделей роторных деталей натуральных двигателей (диск, лопатка). Расчетные программы были реализованы на языке программирования C++.

Тепловое состояние диска по одномерной модели рассчитано для дисков турбин высокого и низкого давления на режимах типового цикла. В расчете решается нестационарное уравнение теплопроводности в цилиндрических координатах с переменными теплофизическими свойствами:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{Q}{V}, \quad (1)$$

где ρ – плотность; c – теплоемкость; T – температура; τ – время; λ – коэффициент теплопроводности; r – радиус; Q – количество теплоты; V – объем. Данное уравнение также можно записать в операторном виде как

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} = \nabla(\nabla T) + \frac{Q}{V}. \quad (2)$$

Расчет производится методом контрольных объемов, которые представляют собой концентрические кольцевые слои (рис. 3). Основным преобразованием метода контрольных объемов является переход от интеграла по объему к интегралу по площади с помощью теоремы Остроградского – Гаусса. Левая часть уравнения (1) интегрируется по объему, первое слагаемое правой части заменяется интегралом по площади, который представляет собой сумму тепловых потоков через границы контрольного объема:

$$\int_V \nabla(\lambda \nabla T) dV = \int_F (\lambda \nabla T) dF = (\lambda \nabla T)_{n+1} F_{n+1} + (\lambda \nabla T)_{n-1} F_{n-1}, \quad (3)$$

где F – площадь; $n + 1$ – индекс обозначающий тепловой поток через верхнюю границу контрольного объема; $n - 1$ – тепловой поток через нижнюю границу контрольного объема. Второе слагаемое правой части (1) также интегрируется по контрольному объему.

Дифференциалы заменяются конечными разностями (ниже пример для производной по времени):

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{T_n^{i+1} - T_n^i}{t}, \quad (4)$$

где t – шаг по времени; нижний индекс n – принадлежность к n -му контрольному объему; верхний индекс i – номер шага по времени.

Граничные условия задаются динамически в процессе работы программы. Температуры и давления в полостях зависят от режима работы, коэффициенты теплоотдачи на поверхности каждого контрольного объема рассчитываются по критериальным уравнениям [11] вида

$$Nu = f(Re, Gr, Pr). \quad (5)$$

Второе слагаемое правой части уравнения (1)

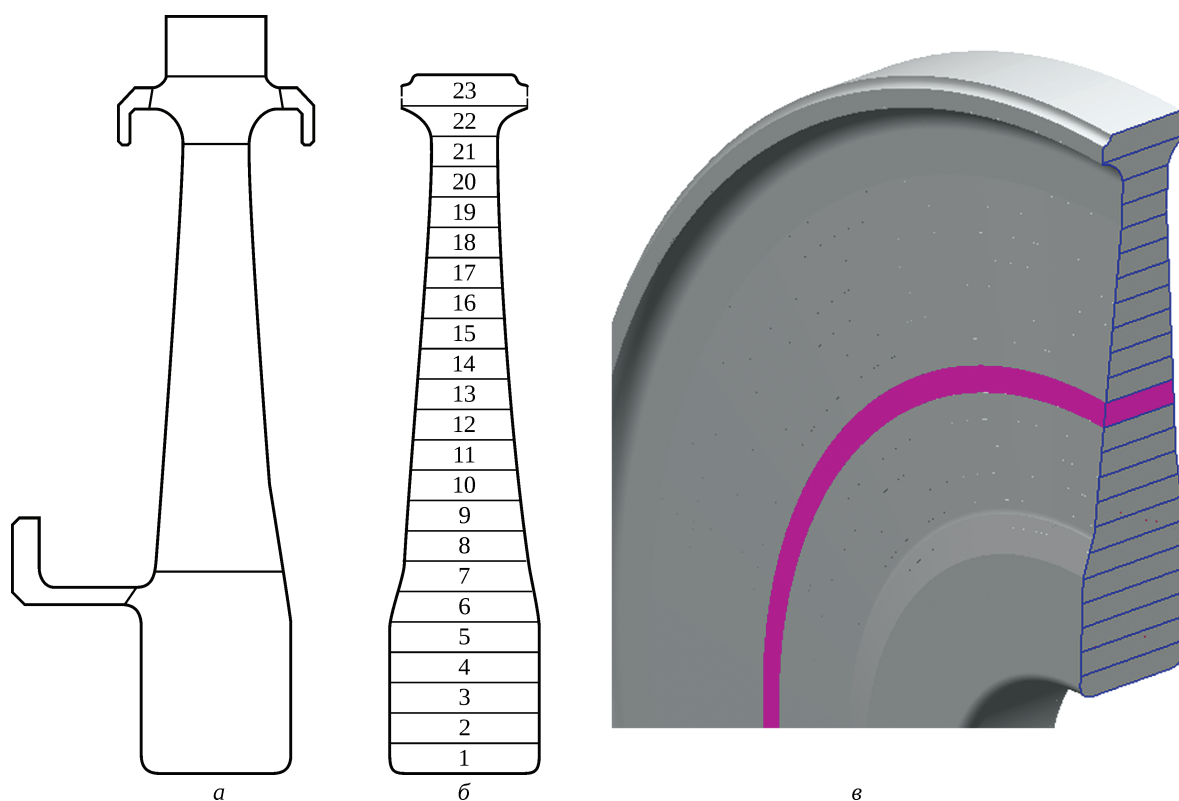


Рис. 3. Геометрическая модель диска:
 а – исходный профиль; б – упрощенный профиль;
 в – разбиение упрощенной геометрии на контрольные объемы

в классической постановке задачи представляет собой внутренний объемный источник теплоты, однако в предлагаемом методе это слагаемое заменяется на тепло, подведенное через боковые стороны контрольных объемов, для учета теплообмена с системой вторичных потоков по полотну диска. Замена происходит по закону Ньютона – Рихмана:

$$Q_n = \alpha_n(\text{Nu}, \text{Gr}, \text{Pr})(T_n^e - T_n)F_n, \quad (6)$$

где нижний индекс n – принадлежность к n -му контрольному объему; верхний индекс e – температура внешней среды для выбранной поверхности теплообмена.

В модели учтена зависимость теплофизических свойств от температуры, так как во многих работах, например [12; 13], отмечено, что зависимости параметров от температуры играют существенную роль. Так, в работе [13] было установлено, что в задаче нагрева стержня выход на установившийся температурный режим с переменными теплофизическими параметрами происходит раньше, нежели при допущении постоянства

этих параметров. Теплофизические свойства материалов в настоящей работе задаются в виде массивов на основании экспериментальных данных.

Быстродействие представленного метода сравнивалось со скоростью расчета методом конечных разностей (явная и неявная схема), метод контрольных объемов показал аналогичное быстродействие при возможности учета конвективного теплообмена с системой вторичных потоков по полотну диска.

На рис. 4 и рис. 5 представлено сравнение результатов моделирования нестационарного теплового состояния диска по приведенной одномерной модели и по двумерной осесимметричной модели, верифицированной по результатам эксперимента на натурном двигателе. Также на рисунках приведены погрешности моделирования теплового состояния при выходе на стационарный режим. Температуры в контрольных объемах в одномерной модели сравнивались со средними температурами по сечению, проходящему через центр контрольного объема, в осесимметричной модели.

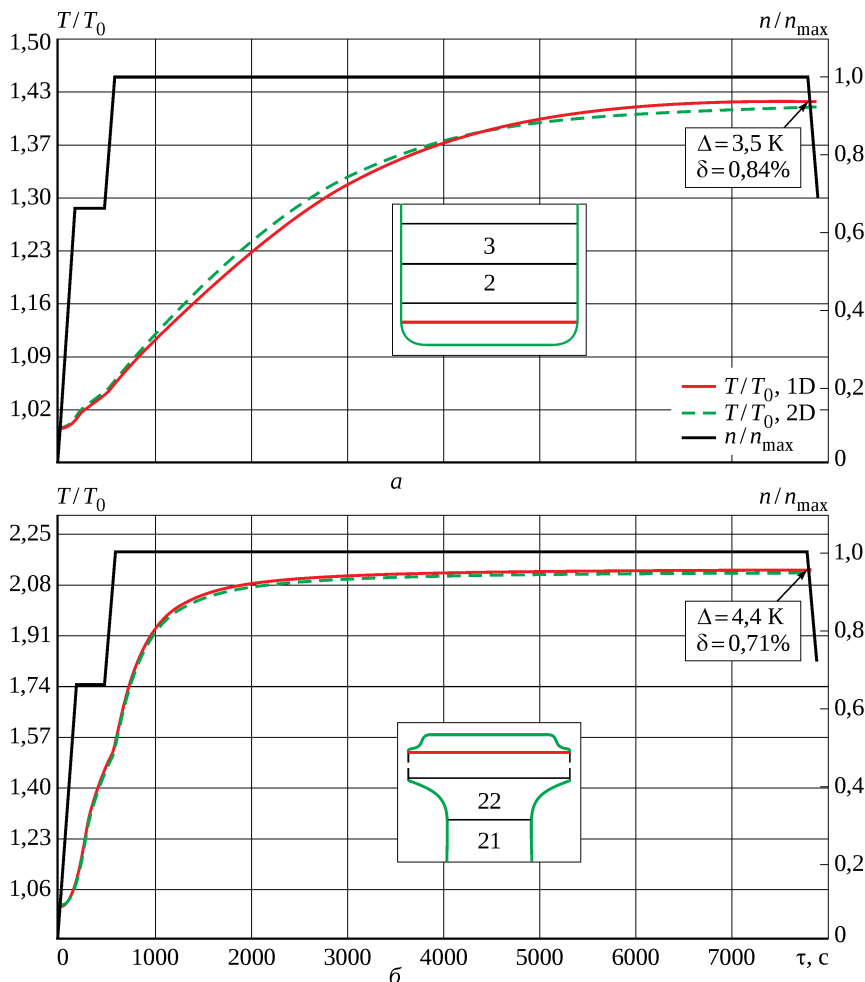


Рис. 4. Расчет нестационарного теплового состояния диска ТНД наземной ГТУ по одномерной модели (температура контрольного объема) и двумерной осесимметричной верифицированной модели (средняя температура по сечению, проходящему через центр контрольного объема): а – ступица диска; б – обод диска

В случае ТНД точность моделирования выше как на переходных режимах, так и при выходе на стационарный режим. Меньшая точность моделирования температур дисков ТВД обусловлена большими, чем в дисках ТНД, осевыми температурными градиентами в сечениях ($r = \text{const}$, на рис. 4 и рис. 5 сечения отмечены красными линиями, проходящими через середины контрольных объемов). В случае малых осевых температурных градиентов локальные значения температур по сечению незначительно отличаются от среднего значения, сопоставляемого с одномерной моделью.

Большие осевые градиенты температур в сечениях дисков ТВД обусловлены более интенсивным нагревом, а также различием в температурах охлаждающего воздуха по разные стороны диска, так как на его передней стороне, под дефлектором, как правило, течет воздух из-за КВД, в то время как с задней стороны и на ступице диска течет воздух с меньшим давлением и температурой. В целом результаты моделирования по разрабатываемой одномерной модели имеют низкую погрешность

по сравнению с верифицированными по результатам экспериментов двумерными осесимметричными моделями, где также верифицированы значения температур, расходов и давлений в системе вторичных потоков.

Изначально точность одномерной методики расчета теплового состояния проверялась на стационарных режимах, в результате чего были получены относительные погрешности менее 0,5% значений, полученных с помощью верифицированной осесимметричной модели.

Радиальные перемещения диска определялись на основании одномерной осесимметричной модели с постоянными по сечению напряжениями [14]. В данной методике используется интегрирование уравнения равновесия элементарного объема диска методом последовательных приближений, методика удобно реализуется с помощью языка программирования C++.

Расчетные сечения принимались по центру контрольных объемов из расчета температур, с введением дополнительных сечений в местах резких изменений толщины диска. Отброшенные лопатка и замковая часть учтены

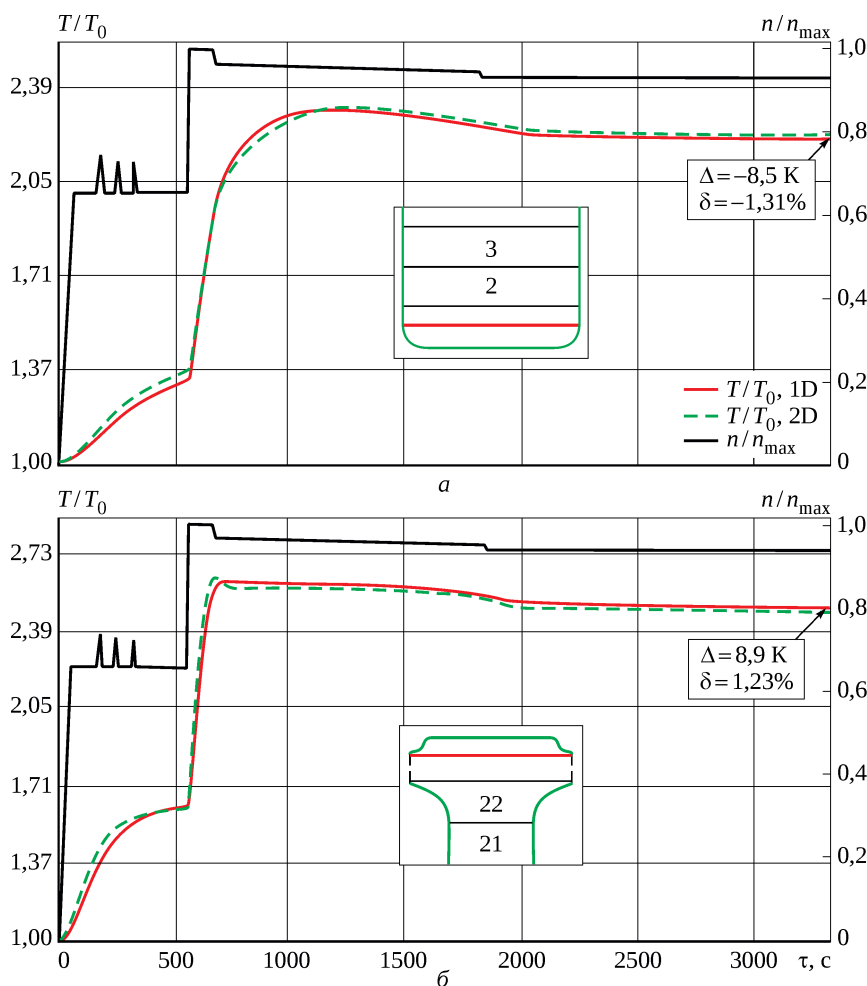


Рис. 5. Расчет нестационарного теплового состояния диска ТВД авиационного ГТД большой тяги по одномерной модели (температура контрольного объема) и двумерной осесимметричной верифицированной модели (средняя температура по сечению, проходящему через центр контрольного объема):
а – ступица диска; б – обод диска

в виде контурной нагрузки. Механические свойства в расчетной модели, такие как модуль Юнга, коэффициент линейного расширения и коэффициент Пуассона, зависят от температур, полученных из теплового расчета. Радиальные перемещения рассчитываются в конце каждого шага по времени программы нестационарного теплового состояния на основании полученных температур.

На рис. 6 показаны результаты моделирования радиальных перемещений обода диска на основании температур, полученных по одномерной модели, в сравнении со средними перемещениями обода, рассчитанными по трехмерной модели на основании температур, полученных по двумерной осесимметричной верифицированной модели. Также показана погрешность моделирования при выходе на стационарный режим. В целом графики одномерных и трехмерных моделей схожи, идентично отзываются на изменение частоты вращения ротора и изменение температур, показанное на рис. 4 и рис. 5. При моделировании радиальных перемещений обода диска ТВД погрешность больше,

чем для обода диска ТНД, что связано с большей погрешностью моделирования нестационарного теплового состояния, описанной ранее. Также большая погрешность для диска ТВД обусловлена его сложной формой: модель с постоянными по сечениям напряжениями подразумевает симметричность диска, что выполняется для диска ТНД наземной ГТУ, а диск ТВД в силу барабанно-дисковой конструкции ротора не является симметричным.

Максимальные погрешности моделирования теплового состояния и радиальных перемещений достигаются на переходных режимах, так максимальная относительная погрешность температур диска ТНД по типовому циклу составила 0,9% ($\Delta = 3,5$ К), максимальная погрешность перемещений диска – 4,5% ($\Delta = 0,018$ мм), для диска ТВД максимальная погрешность определения температур составила 5,1% ($\Delta = 19,4$ К), перемещений – 6,9% ($\Delta = 0,15$ мм). В целом погрешности находятся в рамках 10%, динамика нестационарных процессов имеет схожий характер.

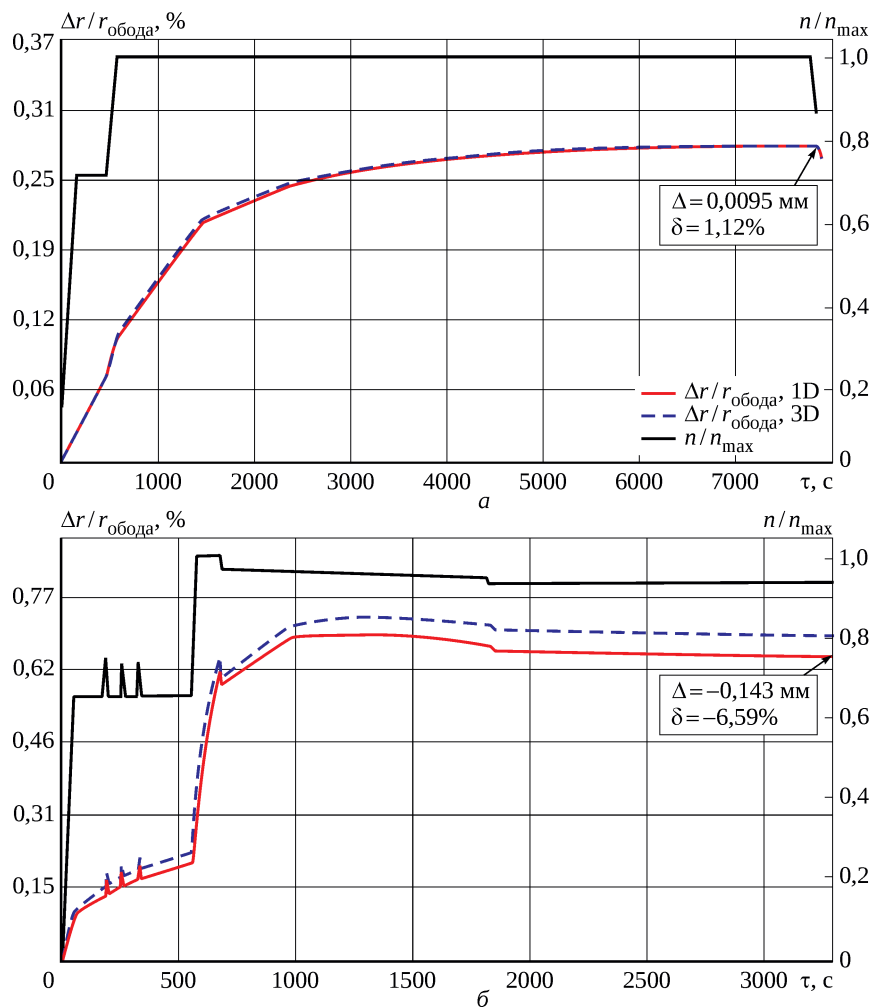


Рис. 6. Расчет перемещений обода диска по одномерной и трехмерной (среднее значение по поверхности обода) моделям: а – диск ТНД наземной ГТУ; б – диск ТВД авиационного ГТД большой тяги

Тепловое состояние и радиальные перемещения лопатки. Температура сечений лопатки определялась на основании эффективности охлаждения (θ) [15], предварительно рассчитанной по результатам верифицированного трехмерного сопряженного газодинамического расчета:

$$\theta = (T_g - T_l) / (T_g - T_b), \quad (7)$$

где T_g – температура газа; T_l – температура металла лопатки (в рассматриваемом сечении); T_b – температура охлаждающего воздуха.

Радиальные перемещения определялись на основании тепловых деформаций и центробежных сил, рассчитанных по одномерной стержневой модели, путем интегрирования. По принципу суперпозиции для стержневой модели

$$\varepsilon = \varepsilon_p + \varepsilon_T, \quad (8)$$

где ε_p – деформация растяжения от центробежных сил; ε_T – тепловая деформация. Тепловые деформации рассчитываются по экспериментально определенным для материала коэффициентам теплового расширения. Напряжения, а следовательно, и деформации от центробежных сил рассчитываются по уравнению

$$\sigma = \rho \omega^2 \frac{1}{F(r)} \int_r^{R_2} F(r) r dr, \quad (9)$$

где ρ – плотность; ω – угловая скорость; F – площадь сечения; r – радиус текущего сечения; R_2 – радиус концевой сечения. Данное интегральное уравнение в расчетной программе решается методом трапеций.

На рис. 7 представлены графики перемещений, рассчитанных по одномерной модели (температуры определены по эффективности охлаждения) и по верифицированной трехмерной модели (температуры определены на основании верифицированного трехмерного сопряженного газодинамического расчета) на максимальном

режиме в конце ресурса для лопатки ТНД наземной ГТУ и на взлетном режиме для лопатки ТВД авиадвигателя, а также погрешность одномерных моделей относительно трехмерных для периферийного сечения лопатки.

Более высокая погрешность для лопатки ТВД обусловлена более высокими температурами и сложной формой внутренних полостей охлаждения. В результате интенсивного конвективно-пленочного охлаждения лопатки ТВД возникает значительная неравномерность температур в сечениях. В лопатке ТНД наземной ГТУ охлаждение отсутствует, в результате чего минимальные и максимальные значения температур в сечениях отличаются от средних значений незначительно.

В целом погрешность моделирования перемещений лопатки является приемлемой. Для регулирования и верификации перемещений всего ротора вводятся поправочные коэффициенты на теплоотдачу в зонах диска, а также коэффициент, учитывающий выборку зазоров в замковом соединении.

Оценка возможности интеграции расчетных одномерных моделей в САУ ГТД

Требованию по точности одномерная модель удовлетворяет, однако для интеграции в САУ математические модели должны отвечать требованиям по скорости вычисления при низких затратах вычислительных ресурсов.

В таблице представлена скорость расчета и занимаемая вычислительная память для моделирования теплового состояния и радиальных перемещений деталей ротора на участке цикла наземной ГТУ продолжительностью 8000 с (см. рис. 4). Расчетные программы реализованы на языке программирования C++.

Для моделирования теплового состояния диск представлен 23 контрольными объемами, для определения его радиальных перемещений использовались 26 сечений. Для моделирования теплового состояния и ради-

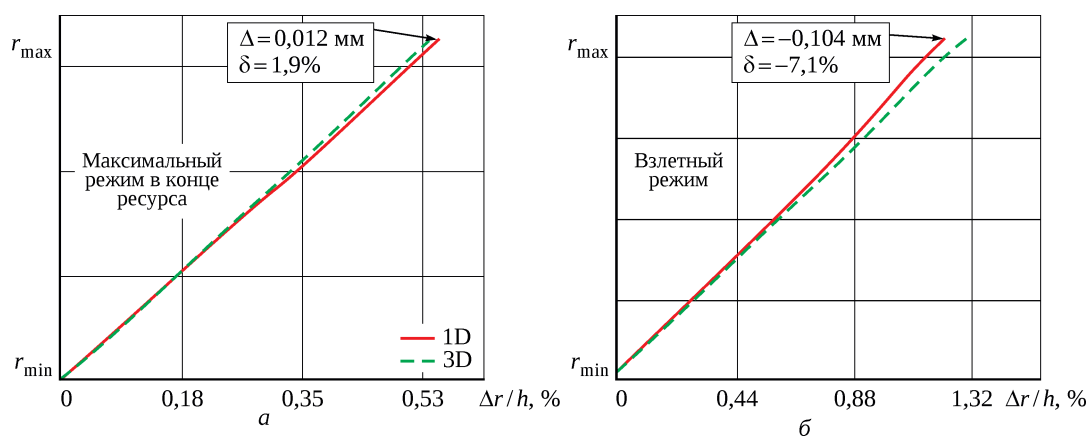


Рис. 7. Расчет перемещений лопатки по одномерной и трехмерной (среднее по сечению значение перемещения в радиальном направлении) моделям: а – лопатка ТНД наземной ГТУ; б – лопатка ТВД авиационного ГТД большой тяги

Таблица. Время расчета и занимаемая вычислительными программами память

Программа	Время расчета, с	Занимаемая память, Мб
Определение температур и радиальных перемещений лопатки	0,132	3,32
Определение температур диска	0,285	2,37
Определение радиальных перемещений диска	0,195	2,11

альных перемещений лопатки использовано 10 сечений. При моделировании нестационарного теплового состояния использовалась дискретизация по времени с шагом 1 с, также шаг по времени контролировался по условию сходимости разностной схемы (дифференциалы в уравнении (1), после преобразования по методу контрольных объемов, заменены конечными разностями, как это показано в уравнении (4), решение осуществлено с помощью явной разностной схемы) [16] для предотвращения расхождения задачи на переходных режимах. Радиальные перемещения диска и лопатки рассчитывались в конце каждого шага по времени из расчета нестационарного теплового состояния диска, по описанным выше интегральным методам, как стационарные значения.

Бортовые модели, включенные в САУ, в большинстве случаев должны выдавать решение с частотой 50 Гц [17], в некоторых случаях период выдачи решения может быть увеличен [18], например до 1...2 с.

Для вычисления радиального зазора в режиме реального времени необходимо, чтобы система производила расчет быстрее, чем происходит регистрация параметров в САУ. Если данные из измерительной системы поступают в математическую модель с периодом 1 с, то модель должна производить расчет текущего зазора менее чем за секунду для наличия запаса времени на передачу команд исполнительным механизмам.

Данные в таблице приведены для расчета цикла по 8000 временных шагов, при условии параллельности работы программ время расчета принимается равным

наибольшему времени из таблицы, т.е. 0,285 с. Так как расчет 8000 шагов по времени занимает 0,285 с, то расчет одного шага по времени укладывается в одну секунду реального времени с запасом.

Заключение

Предложены модели вычисления нестационарного теплового состояния и радиальных перемещений деталей ротора турбины. Модель теплового состояния диска основана на непосредственном решении уравнения теплопроводности и динамическом вычислении коэффициентов теплоотдачи. Модели радиальных перемещений диска и лопатки основаны на интегральных уравнениях напряжений и деформаций. Описанные выше уравнения, в отличие от привязанных к стационарным режимам вычислений на основании постоянных времени, позволяют сделать систему полностью динамической и обеспечить корректную работу на нестандартных режимах (например, при облете грозового фронта и смене эшелона). Достоверность одномерных моделей проверена путем сопоставления с верифицированными на основании экспериментальных данных двумерными и трехмерными моделями.

На основании достаточной точности моделирования (погрешность расчета всех приведенных моделей находится в рамках 10%), а также низкой требовательности к вычислительным ресурсам (время расчета не превышает 0,5 с при занимаемой вычислительной памяти не более 5 Мб) можно сделать вывод о возможности интеграции расчетных одномерных моделей в САУ ГТД для моделирования радиальных перемещений. В статье представлены результаты моделирования теплового состояния и радиальных перемещений деталей ротора, для дальнейшей интеграции данных программ в динамическую САУРЗ необходима расчетная модель нестационарного теплового состояния и радиальных перемещений статора, обеспечивающая схожую точность и требовательность к вычислительным ресурсам, а также проработка логики управления для настройки мехатронной САУРЗ.

Литература

1. Моделирование динамики радиального размера диска турбины, обусловленной действием механических факторов / Зеленский Р.Л., Епифанов С.В., Марценюк Е.В., Бойко В.В. // Вісник двигунобудування. 2015. № 2. С. 80–91.
2. Иноземцев А.А., Нихамкин М.А., Сандрацкий В.Л. Основы конструирования авиационных двигателей и энергетических установок. М. : Машиностроение, 2008. (Газотурбинные двигатели). Т. 2. 368 с.
3. Пискунов С.Е., Попов Д.А., Самойленко Н.А. Общая классификация потерь и обзор моделей вторичных течений в решетках газовых турбин // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. 2020. № 63. С. 30–39.
4. Самойленко Н.А., Попова Д.Д., Попов Д.А. Обзор систем активного управления радиальными зазорами турбин, применяемых в авиационном двигателестроении. Направления и перспективы развития // Вестник Пермского

-
- национального исследовательского политехнического университета. *Аэрокосмическая техника*. 2021. № 65. С. 45–56.
5. Linke-Diesinger A. *Systems of commercial turbofan engines. An introduction to system functions*. Leipzig : Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008. XV, 234 p.
 6. Benefits of improved HP turbine active clearance control / R. Ruiz, B. Albers, W. Sak, K. Seitzer, B.M. Steinetz // 2006 NASA Seal/Secondary Air System Workshop : proceedings of a conference held at and sponsored by Ohio Aerospace Institute : Cleveland, Ohio, November 14–15, 2006. Hanover : NASA Center for Aerospace Information, 2007. Vol. 1. P. 109–123. NASA/CP–2007-214995/VOL1.
 7. Белявин А.Ф., Куренкова В.В., Федотов Д.А. Термическая долговечность теплозащитного покрытия на монокристалльной лопатке после восстановления торца пера наплавкой TIG // *Современная электрометаллургия*. 2015. № 1 (118). С. 31–43.
 8. Темис Ю.М., Селиванов А.В., Якушев Д.А. Термомеханическая модель конструктивно-силовой схемы газотурбинного двигателя // *Авиационные двигатели*. 2021. № 3 (12). С. 35–44.
 9. Бондарчук П.В., Тисарев А.Ю., Лаврушин М.В. Разработка методики расчета системы управления радиальными зазорами в турбине ГТД // *Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета*. 2012. № 3 (34). С. 272–278.
 10. Thermo-mechanical analysis and estimation of turbine blade tip clearance of a small gas turbine engine under transient operating conditions / R. Kumar, V.S. Kumar, M.M. Butt, N.A. Sheikh, S.A. Khan, A. Afzal // *Applied Thermal Engineering*. 2020. Vol. 179. Art. 115700.
 11. Shevchuk I.V. *Convective heat and mass transfer in rotating disk systems*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009. xxi, 239 p. (Lecture notes in applied and computational mechanics / series editors F. Pfeiffer, P. Wriggers ; vol. 45).
 12. Кроть Д.Г. Нестационарные тепловые процессы при поверхностном нагреве двухслойных пластин // *Вестник ГГТУ им. П.О. Сухого*. 2002. № 3/4 (9). С. 146–150.
 13. Геренштейн А.В., Машрабов Н., Геренштейн Е.А. Моделирование тепловых полей при переменных теплофизических свойствах детали // *Материалы ЛIII международной научно-технической конференции «Достижения науки – агропромышленному производству» / под редакцией П. Г. Свечникова ; Министерство сельского хозяйства Российской Федерации, Департамент научно-технологической политики и образования, Челябинская государственная агроинженерная академия*. Челябинск : Челябинская государственная агроинженерная академия, 2014. Ч. 3. С. 31–38.
 14. Демьянушко И.В., Биргер И.А. *Расчет на прочность вращающихся дисков*. М. : Машиностроение, 1978. 248 с. (Библиотека расчетчика / редакционная коллегия: С.Д. Пономарев (председатель), Н.А. Алфутов, В.Л. Бидерман, В.П. Когаев, Н.Н. Малинин, В.А. Светлицкий).
 15. Сайтов Э.Н., Николаева Я.О., Бикбулатов А.М. Эффективность различных систем воздушного охлаждения лопаток газотурбинной установки // *Вестник науки и образования*. 2019. № 3-2 (57). С. 5–9.
 16. Кузнецов Г.В., Шеремет М.А. *Разностные методы решения задач теплопроводности / Федеральное агентство по образованию, Томский политехнический университет*. Томск : Издательство Томского политехнического университета, 2007. 172 с.
 17. Линейная адаптивная бортовая математическая модель двигателя для повышения надежности систем автоматического управления авиационным ГТД / В.Г. Августиневич, Т.А. Кузнецова, А.Д. Куракин, А.И. Фатыков, А.П. Якушев // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника*. 2015. № 42. С. 47–60.
 18. Гольберг Ф.Д., Гуревич О.С., Петухов А.А. Математическая модель двигателя в САУ ГТД для повышения надежности и качества управления // *Труды МАИ : электронный журнал*. 2012. № 58. URL: <https://mai.ru/upload/iblock/bb4/matematiceskaya-model-dvigatelya-v-sau-gtd-dlya-povysheniya-nadezhnosti-i-kachestva-upravleniya.pdf>.

References

1. Zelenskii R.L., Epifanov S.V., Martseniuk E.V., Boiko V.V. Modelirovanie dinamiki radial'nogo razmera diska turbiny, obuslovennoi deistviem mekhanicheskikh faktorov [Simulation of a turbine disk radial size under the mechanical loading]. *Visnik dvigunobuduvannia [Herald of Aeroenginebuilding]*. 2015. No. 2. P. 80–91.
-

-
2. Inozemtsev A.A., Nikhamkin M.A., Sandratsky V.L. Principles of aero-engines and power generation gas turbines designing. Moscow: Mashinostroenie [Mechanical engineering], 2008. (Gazoturbinnye dvigateli [Gas turbine engines]). Vol. 2. 368 p.
 3. Piskunov S.E., Popov D.A., Samoilenko N.A. Loss classification and review of secondary flow models in gas turbine cascades. Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Aerokosmicheskaiia tekhnika [PNRPU Aerospace Engineering Bulletin]. 2020. No. 63. P. 30–39.
 4. Samoilenko N.A., Popova D.D., Popov D.A. Review of active clearance control systems used in aircraft engine building. Directions and development prospects. Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Aerokosmicheskaiia tekhnika [PNRPU Aerospace Engineering Bulletin]. 2021. No. 65. P. 45–56.
 5. Linke-Diesinger A. Systems of commercial turbofan engines. An introduction to system functions. Leipzig : Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008. XV, 234 p.
 6. Benefits of improved HP turbine active clearance control / R. Ruiz, B. Albers, W. Sak, K. Seitzer, B.M. Steinetz // 2006 NASA Seal/Secondary Air System Workshop : proceedings of a conference held at and sponsored by Ohio Aerospace Institute : Cleveland, Ohio, November 14–15, 2006. Hanover : NASA Center for Aerospace Information, 2007. Vol. 1. P. 109–123. NASA/CP–2007-214995/VOL1.
 7. Beliavin A.F., Kurenkova V.V., Fedotov D.A. Termicheskaiia dolgovechnost' teplozashchitnogo pokrytiia na monokristal'noi lopatke posle vosstanovleniia tortsa pera naplavkoi TIG [Thermal fatigue life of heat-protective coating on single-crystal blade after airfoil edge restoration by TIG surfacing]. Sovremennaia elektrometallurgiiia [Electrometallurgy Today]. 2015. No. 1 (118). P. 31–43.
 8. Temis Yu.M., Selivanov A.V., Yakushev D.A. Thermomechanical model of gas-turbine engine structure. Aviatsionnye dvigateli [Aviation engines]. 2021. No. 3 (12). P. 35–44.
 9. Bondarchuk P.V., Tisarev A.Yu., Lavrushin M.V. Development of a calculation method for control system of radial clearance in the turbine of gas turbine engine. Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta [VESTNIK of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering]. 2012. No 3 (34). P. 272–278.
 10. Thermo-mechanical analysis and estimation of turbine blade tip clearance of a small gas turbine engine under transient operating conditions / R. Kumar, V.S. Kumar, M.M. Butt, N.A. Sheikh, S.A. Khan, A. Afzal // Applied Thermal Engineering. 2020. Vol. 179. Art. 115700.
 11. Shevchuk I.V. Convective heat and mass transfer in rotating disk systems. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009. xxi, 239 p. (Lecture notes in applied and computational mechanics / series editors F. Pfeiffer, P. Wriggers ; vol. 45).
 12. Krol' D.G. Nestatsionarnye teplovyie protsessy pri poverkhnostnom nagreve dvukhsloinykh plastin [Non-stationary thermal processes during surface heating of two-layer plates]. Vestnik GGTU im. P.O. Sukhogo [GSTU Bulletin]. 2002. No. 3/4 (9). P. 146–150.
 13. Gerenshtein A.V., Mashrabov N., Gerenshtein E.A. Modelirovanie teplovykh polei pri peremennykh teplofizicheskikh svoistvakh detail [Modeling of thermal fields with variable thermophysical properties of parts]. Proceedings of LIII International Scientific and Technical conference “Achievements of science for industrial agriculture” edited by P.G. Svechnikov ; Ministerstvo sel'skogo khoziaistva Rossiiskoi Federatsii, Departament nauchno-tekhnologicheskoi politiki i obrazovaniia, Cheliabinskaiia gosudarstvennaia agroinzhenernaia akademiia [The Ministry of Agriculture of the Russian Federation. Department of Science and Technology Policy and Education. Chelyabinsk State Academy Agroengineering]. Chelyabinsk: Cheliabinskaiia gosudarstvennaia agroinzhenernaia akademiia [Chelyabinsk State Academy Agroengineering], 2014. Part 3. P. 31–38.
 14. Dem'ianushko I.V., Birger I.A. Raschet na prochnost' vrashchaiushchikhsia diskov [Stress calculation of rotating disks]. Moscow: Mashinostroenie [Mechanical Engineering], 1978. 248 p. (Biblioteka raschetchika [Calculating engineers library]). Editorial board: S.D. Ponomarev (chairman), N.A. Alfutov, V.L. Biderman, V.P. Kogaev, N.N. Malinin, V.A. Svetlitskii.
 15. Saitov E.N., Nikolaeva Ya.O., Bikbulatov A.M. Efficiency of different air cooling systems of gas turbine installation blades. Vestnik nauki i obrazovaniia [Herald of Science and Education]. 2019. No. 3-2 (57). P. 5–9.
 16. Kuznetsov G.V., Sheremet M.A. Raznostnye metody resheniia zadach teploprovodnosti [Difference methods for solving thermal conductivity problems]. Federal'noe agentstvo po obrazovaniuu, Tomskii politekhnicheskii universitet [Federal Education Agency, Tomsk Polytechnic University]. Tomsk : Izdatel'stvo Tomskogo politekhnicheskogo. unstituta [Publishing House of Tomsk Polytechnic University], 2007. 172 p.
-

-
17. Avgustinovich V.G., Kuznetsova T.A., Kurakin A.D., Fatykov A.I., Yakushev A.P. Linear adaptive on-board engine model as way to enhance full authority digital engine control. Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Aerokosmicheskaja tekhnika [PNRPU Aerospace Engineering Bulletin]. 2015. No. 42. P. 47–60.
 18. Gol'berg F.D., Gurevich O.S., Petukhov A.A. Matematicheskaja model' dvigatelja v SAU GTD dlja povysheniia nadezhnosti i kachestva upravlenija [Mathematical model of an engine in GTE ACS to improve reliability and quality of engine control]. Trudy MAI [Trudy MAI] digital journal. 2012. No. 58. URL: <https://mai.ru/upload/iblock/bb4/matematicheskaja-model-dvigatelya-v-sau-gtd-dlya-povysheniya-nadezhnosti-i-kachestva-upravleniya.pdf>.

Материалы получены редакцией 29.09.2021