

О профилировании топливных коллекторов

Байков А.В.¹, Нечипорук С.Ю.², Филатов Д.С.², Суровежко А.С.¹, Мартыненко С.И.¹

¹ Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова, г. Москва

² МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Москва

e-mail: simartynenko@ciam.ru

Представлена методика определения формы топливного коллектора, обеспечивающего требуемое распределение потока рабочей среды. Методика основана на применении расчетного алгоритма по схеме «предиктор» (1D модель гидродинамики) – «корректор» (3D модель гидродинамики и теплообмена), что позволяет существенно снизить объем вычислительных затрат. Приведены результаты параметрического расчетного исследования участка типового коллектора. Даны оценки точности результатов 1D моделирования по сравнению с результатами 3D моделирования.

Ключевые слова: топливный коллектор, математическое моделирование, уравнения Навье – Стокса, турбулентность.

On determining shapes of fuel manifolds

Baykov A.V.¹, Nechiporuk S.Y.², Filatov D.S.², Surovezhko A.S.¹, Martynenko S.I.¹

¹ CIAM, Moscow

² MGTU named after N.E. Bauman, Moscow

This article presents a technique for determining shape of a fuel manifold, which provides required flow distribution of the operating medium. The technique is based on application of a calculation algorithm according to the “predictor” (1D model of hydrodynamics) – “corrector” (3D model of hydrodynamics and heat transfer) scheme, which significantly reduces amount of computational costs. Results of a parametric design study of a section of typical manifold are presented. Estimates of accuracy of results of 1D modeling in comparison with results of 3D modeling are given.

Keywords: fuel manifold, mathematical modeling, Navier – Stokes equations, turbulence.

Введение

Математическое моделирование энергоемких технических устройств обладает рядом вычислительных и физических особенностей. Первой особенностью является, как правило, сопряженная постановка задачи. Наиболее часто встречаются сопряженные задачи гидродинамики и теплообмена [1 – 4], теплообмена и кинетики химических реакций [5 – 10], а также гидродинамики, теории упругости и колебаний [11 – 13].

Вторая особенность заключается в наличии ограничений [14, 15], накладываемых как на предельные значения физических величин, например, температуру стенки, так и на интегральные параметры: расход топлива, расход воздуха, величину гидравлических потерь в канале и др.

Третья особенность связана с возможной некорректностью постановки задачи, которая проявляется в зависимости от начальных данных или от хода самого

решения [16, 17]. Так, при решении задачи об охлаждении стенок камеры сгорания возможна ситуация, когда расхода топлива, подаваемого на охлаждение, не хватает для понижения температуры стенки до требуемого уровня. При решении задач внутренней баллистики твердого топлива может возникнуть ситуация, когда при заданных условиях топливо не горит и т.д.

Естественным подходом для выявления и устранения подобных неувязок является использование упрощенных математических моделей на этапе предварительного анализа. Таким образом, для исследуемого объекта целесообразно создать иерархию математических моделей различной степени сложности и проводить расчеты с учетом итерационного взаимодействия между моделями.

Реализацию такого подхода рассмотрим на примере решения задачи о профилировании коллектора для подвода топлива к форсункам, расположенным в камере сгорания воздушно-реактивного двигателя.

Профилирование топливного коллектора является обратной задачей гидродинамики и предусматривает определение формы коллектора по заданному распределению потоков. Обратную задачу, как правило, решают сведением к совокупности прямых задач, т.е. варьируют искомые параметры до достижения заданного значения целевого индикатора.

Трехмерный расчет каждого геометрического варианта коллектора требует значительного объема вычислений для решения системы уравнений Навье – Стокса, уравнений модели турбулентности и уравнения энергии. Кроме того, в отдельных приложениях в потоке могут происходить химические реакции, например, если рабочая среда предварительно испаряется и смешивается до подачи в зону горения. Поэтому необходимо разработать экономичные вычислительные алгоритмы, которые позволят определить искомую форму коллектора с минимальными затратами вычислительных ресурсов.

Один из наиболее полных алгоритмов, разработанный для расчета контура теплосъема с произвольным количеством разветвлений и стыков труб при течении идеальной однофазной жидкости [18], представляет собой обобщение метода прогонки для конечно-разностной модели, удовлетворяющей условиям консервативности (выполнения сеточных аналогов основных законов сохранения). Однако при учете вязкости рабочей среды задача значительно усложняется.

Для решения этой проблемы может быть использован алгоритм расчета на основе иерархии вычислительных моделей, реализованный по схеме «предиктор – корректор» [19]. В качестве предиктора выступает одномерная (1D) модель, в качестве корректора – трехмерная (3D) модель, состоящая из уравнений Навье – Стокса, уравнений модели турбулентности и уравнения энергии с учетом зависимости плотности, вязкости, теплопроводности и теплоемкости рабочей среды от температуры и давления. Результаты 3D моделирования используются для калибровки 1D модели, на основе которой осуществляется поиск нового приближения к искомой форме коллектора.

Отметим, что комбинирование 1D и 3D моделей встречается в различных приложениях [20 – 23], чаще всего 1D моделирование применяют для описания второстепенных физико-химических процессов. В рассмотренном алгоритме сопряжение 1D и 3D моделей использовано для уменьшения вычислительных затрат при моделировании одного и того же физического процесса.

В [19] показано, что равномерное распределение рабочей среды между несколькими потребителями возможно лишь в том случае, когда давление в распределительном канале является постоянным. Нулевой градиент давления и используемый способ учета

вязкостных эффектов позволяет аналитически решить 1D уравнения и получить соотношение, связывающее размеры распределительного канала коллектора и массовые расходы рабочей среды в отводящих каналах. Это соотношение содержит эмпирическую функцию, которая учитывает вязкостные эффекты и определяется по результатам 3D моделирования.

К сожалению, сочетание математических моделей различной размерности затрудняет доказательство сходимости и оценку трудоемкости вычислительного алгоритма. Кроме того, разрешающее соотношение является экстраполяционным, и его использование сопряжено с риском быстрого роста погрешности экстраполяции. Указанные особенности характерны для большинства методов решения обратных задач.

Целью работы является исследование алгоритма, основанного на схеме «предиктор – корректор», на примере расчета простейшего топливного коллектора. Задачи исследования – оценка применимости экстраполяционного уравнения, связывающего размеры коллектора и массовые расходы, и оценка влияния модели турбулентности на результаты моделирования.

Постановка задачи

Схема участка коллектора прямоугольного поперечного сечения ($H \times H$ на входе и $H \times h$ на выходе) показана на рис. 1. Коллектор состоит из двух каналов: подводящего (в который рабочая среда подается из бака) и отводящего (из которого рабочая среда отводится потребителю). Поступающий в коллектор поток разделяется на два потока в зависимости от формы подводящего канала, которая в простейшем случае задается кусочно-линейной функцией высоты канала $z_w(x)$.

Уравнения 1D модели, описывающей течение рабочей среды в коллекторе, могут быть получены посредством осреднения 3D уравнений. Обобщая результаты, представленные в [19], на случай среды с переменными теплофизическими свойствами, получим:

– уравнение постоянства расхода рабочей среды

$$G_0 = G_1 + G_2, \quad (1)$$

где $G_0 = \langle \rho u \rangle_0 H^2$ – массовый расход на входе в коллектор; $G_1 = \langle \rho u \rangle_1 H^2$ – массовый расход на выходе из отводящего канала; $G_2 = \langle \rho u \rangle_2 h H$ – массовый расход на выходе из коллектора;

– уравнение движения

$$\frac{z_w(l)}{z_w(0)} = \frac{\langle \rho \rangle_0}{\langle \rho \rangle_2} \left(\frac{G_0 - G_1}{G_0} \right)^2 (\phi + 1), \quad (2)$$

где $z_w(0) = H$, $z_w(l) = h$; ϕ – функция учета гидравлического сопротивления коллектора, которая определяется по результатам предварительного 3D моделирования.

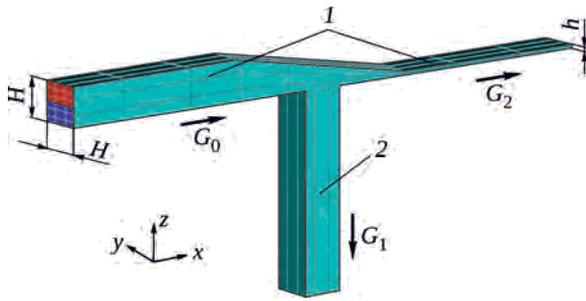


Рис. 1. Геометрическая модель простейшего коллектора и распределение температуры рабочей среды во входном сечении (красный цвет – 463 К; синий цвет – 303 К): 1 – подводящий канал; 2 – отводящий канал

Здесь и далее обозначение $\langle \alpha \rangle$ определяет осредненное по площади S значение величины α

$$\langle \alpha \rangle = \frac{1}{S} \int_S \alpha ds.$$

Задача о профилировании коллектора состоит в определении высоты $z_w(x)$ подводящего канала, которая обеспечит требуемый расход G_1 рабочей среды через отводящий канал. Для решения поставленной задачи применим алгоритм «предиктор – корректор» [19]. Предположим, что выполнено 3D моделирование течения рабочей среды в коллекторе заданной формы (характеризуется высотой выходного сечения \tilde{h}) и определены массовый расход через отводящий канал \tilde{G}_1 и плотность рабочей среды в выходном ($H \times \tilde{h}$) сечении коллектора $\langle \rho \rangle_2$. Если значение расхода \tilde{G}_1 отличается от требуемой величины G_1 , то последующее приближение к искомой форме канала (высоте $z_w(l) = h$) найдем из уравнения (2) 1D модели, предварительно определив функцию ϕ по результатам 3D расчета:

$$\phi = \frac{\tilde{h} \langle \rho \rangle_2}{H \langle \rho \rangle_0} \left(1 - \frac{\tilde{G}_1}{G_0} \right)^{-2} - 1, \quad (3)$$

где расход G_0 рабочей среды и ее плотность $\langle \rho \rangle_0$ являются известными величинами во входном ($H \times H$) сечении коллектора. При этом полагаем, что функция ϕ слабо зависит от расхода. В [19] показано, что если рабочая среда является идеальной жидкостью, то искомый профиль коллектора с несколькими отводящими каналами определяется квадратичным законом:

$$\frac{z_w(x)}{z_w(0)} = \left(1 - \frac{x}{l} \right)^2,$$

где l – длина коллектора; x – координата вдоль оси коллектора ($0 \leq x \leq l$).

В общем случае уравнение (2) позволяет определить профиль коллектора при $\phi \rightarrow 0$ или $G_1 \ll G_0$. Гораздо более сложным является случай, когда расход рабочей среды через выходное сечение коллектора сравнительно мал: $G_1 \rightarrow G_0$ или $h \ll H$. С физической

точки зрения в данных условиях возможна ламинаризация течения при малых расходах рабочей среды, что осложняет разработку расчетных моделей. С математической точки зрения функция ϕ сильно зависит от расхода в силу увеличения гидравлического сопротивления. Так, положив, что

$$\frac{G_1}{G_0} \approx 1 - \frac{h}{H} \quad (4)$$

(это предположение будет подтверждено далее результатами вычислительного эксперимента), получим, что уравнение (2) при $h \ll H$ принимает вид

$$\phi \approx \frac{H \langle \rho \rangle_2}{h \langle \rho \rangle_0} - 1. \quad (5)$$

Таким образом, малым изменениям высоты канала коллектора соответствуют большие изменения его гидравлического сопротивления.

Ниже на основе результатов 3D расчетов построена зависимость отношения расходов G_1/G_0 от относительной высоты выходного сечения коллектора h/H и дана оценка точности 1D моделирования.

Анализ результатов вычислительного эксперимента

Вычислительный эксперимент выполнен на основе разработанной 3D модели в программном комплексе ANSYS Fluent (Customer ID: 1039481). В качестве жидкого топлива рассмотрена смесь нормальных парафинов $C_7 - C_{14}$ (табл. 1), которая близка к летному дизельному топливу по основным теплофизическим свойствам. В расчетной модели свойства смеси заданы в виде аппроксимирующих функций от температуры.

Число Рейнольдса, определенное по осредненным параметрам на входе в рассматриваемый участок коллектора, составило $2 \cdot 10^5$, что соответствует развитому турбулентному течению. При выполнении расчетов использованы две модели турбулентности: *realizable k - ε* и *SST*. Первая модель отличается от стандартной (*k - ε*)-модели альтернативным определением турбу-

Таблица 1. Состав смеси «NORPAR-12»

Компонента (нормальный парафин)	Массовая доля, %
C_7H_{16}	2,0
C_9H_{20}	1,0
$C_{10}H_{22}$	9,0
$C_{11}H_{24}$	37,3
$C_{12}H_{26}$	39,7
$C_{13}H_{28}$	10,4
$C_{14}H_{30}$	0,6

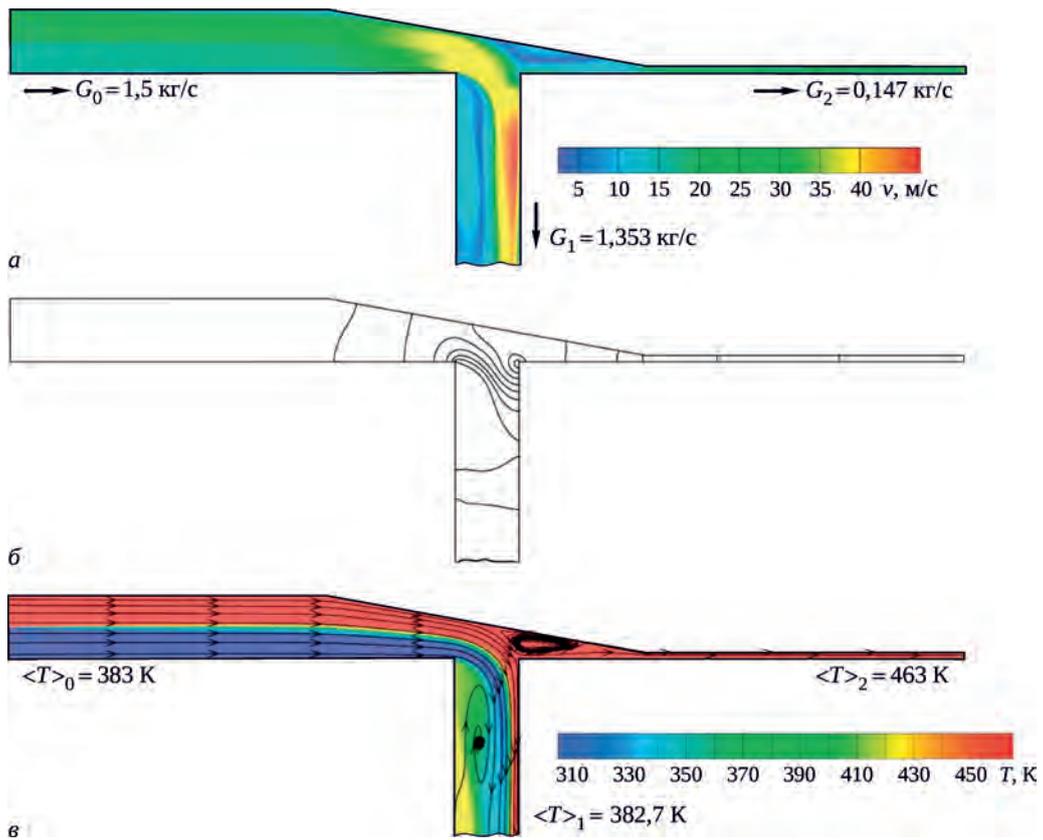


Рис. 2. Течение в срединном сечении коллектора при $H = 0,01 \text{ м}$ и $h = 0,001 \text{ м}$ (модель SST): а – распределение модуля скорости, м/с; б – линии уровня давления; в – распределение температуры, К

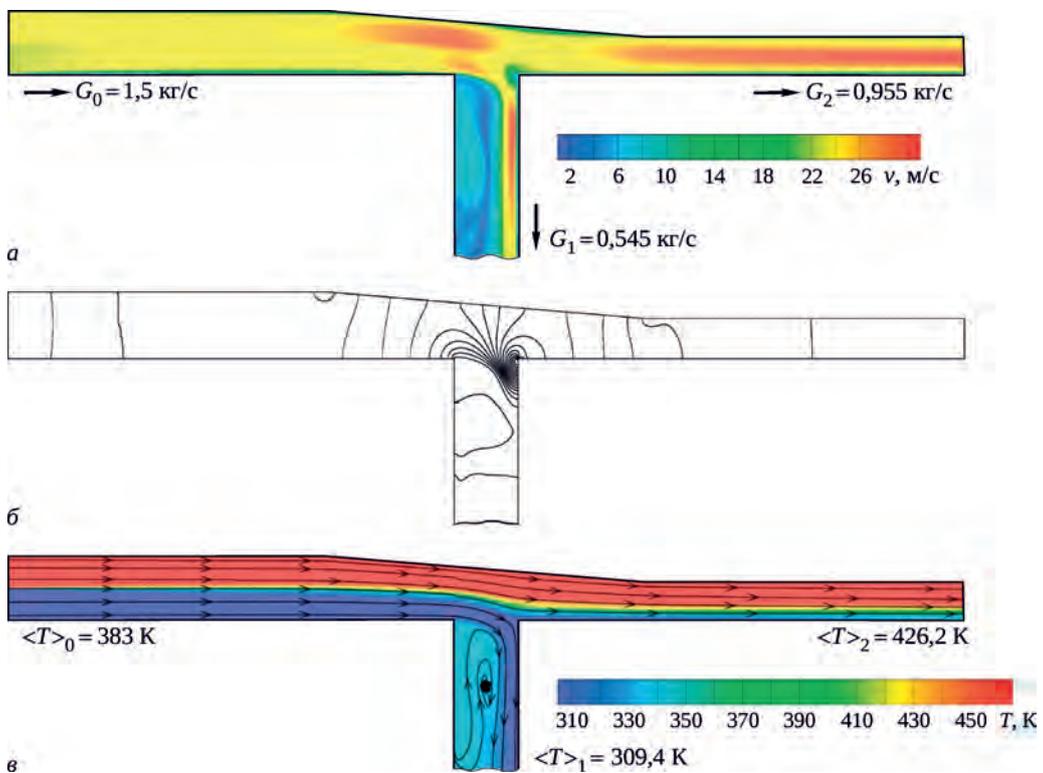


Рис. 3. Течение в срединном сечении коллектора при $H = 0,01 \text{ м}$ и $h = 0,006 \text{ м}$ (модель SST): а – распределение модуля скорости, м/с; б – линии уровня давления; в – распределение температуры, К

лентной вязкости, модификацией уравнения для скорости диссипации и, как следствие, лучшим расчетом течений с сильной кривизной линии тока, вихрями и вращением [24]. Модель SST перехода основана на сопряжении уравнений SST $k-\omega$ с двумя другими уравнениями переноса: для перемежаемости и для критериев начала перехода [25, 26]. В расчетах предполагалось, что высота микронеровностей (шероховатости) омываемых стенок коллектора равна 0,05 мм.

На входе в расчетную область заданы два массовых расхода топливной смеси (по 0,75 кг/с каждый) с различными температурами подачи: 463 К и 303 К, см. рис. 1. На выходных сечениях коллектора и отводящего канала задано давление 5 МПа. Длина отводящего канала – 20 калибров.

Результаты моделирования для двух вариантов коллектора с различной высотой выходного сечения h показаны на рис. 2 и рис. 3 в виде распределений основных параметров среды в срединном сечении канала с указанием расходов G_1 и G_2 .

Зависимость относительного расхода рабочей среды через отводящий канал от относительной высоты выходного сечения коллектора показана на рис. 4. Видно, что эта зависимость близка к линейной и хорошо аппроксимируется уравнением (4). Значения расходов рабочей среды в отводящем канале (G_1) и в выходном участке (G_2) коллектора приведены в табл. 2. Отметим, что выбор модели турбулентности (realizable $k-\epsilon$ или SST) слабо влияет на результаты моделирования.

На рис. 5 показана зависимость функции ϕ от относительного расхода рабочей среды через отводящий канал; при $G_1 \rightarrow G_0$ (или $h \ll H$) величина ϕ неограниченно возрастает.

Предположим, что выполнен 3D расчет коллектора с характерными размерами \tilde{h} , H и известны локальные значения скорости, давления и температуры рабочей среды. Из (3) и (4) следует, что при некотором значении h , достаточно близком к \tilde{h} , справедливо

$$\frac{h}{H}(1+\phi) \approx \frac{\tilde{h}}{H}(1+\bar{\phi}),$$

где правая часть вычисляется по результатам 3D моделирования. Тогда из (2) нетрудно получить

$$\frac{h}{H} \approx \sqrt{\frac{\langle \rho \rangle_0}{\langle \bar{\rho} \rangle_2}} \frac{\tilde{h}}{H} (1+\bar{\phi}) \left(1 - \frac{G_1}{G_0} \right). \quad (6)$$

Таким образом, если в коллекторе с характерными размерами \tilde{h} и H расход в отводящем канале равен \tilde{G}_1 , то в коллекторе с размерами h и H (где h определено по (6) и достаточно близко к \tilde{h}) расход в отводящем канале составит G_1 . Другими словами, уравнение (6) позволяет определить новое приближение и уменьшить количество 3D расчетов.

Оценим погрешность определения искомого профиля по формуле (6). К сожалению, методы вычислительной математики для этого непригодны, поэтому воспользуемся прямым сравнением с результатами 3D моделирования.

Таблица 2. Влияние модели турбулентности на распределение потоков внутри коллектора

h , м	Модель SST		Модель realizable $k-\epsilon$	
	G_1 , кг/с	G_2 , кг/с	G_1 , кг/с	G_2 , кг/с
0,001	1,353	0,147	1,352	0,148
0,002	1,143	0,357	1,149	0,351
0,003	0,955	0,545	0,973	0,527
0,004	0,803	0,697	0,810	0,690
0,005	0,664	0,836	0,673	0,827
0,006	0,545	0,955	0,549	0,951
0,007	0,436	1,064	0,440	1,060
0,008	0,333	1,167	0,336	1,164
0,009	0,230	1,270	0,232	1,268
0,010	0,130	1,370	0,135	1,365

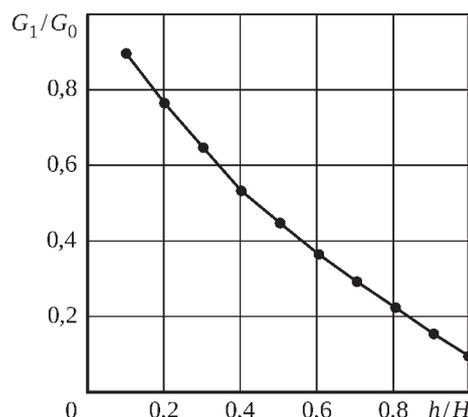


Рис. 4. Зависимость относительного расхода рабочей среды через отводящий канал от формы коллектора

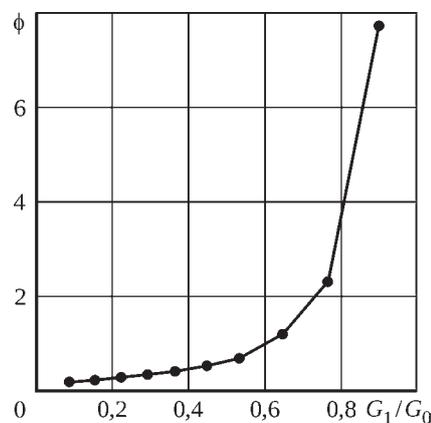


Рис. 5. Зависимость функции ϕ от относительного расхода рабочей среды через отводящий канал

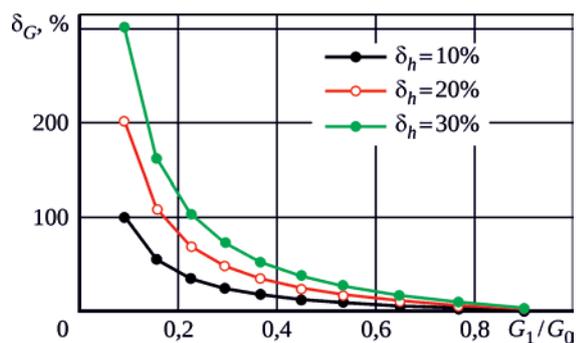


Рис. 6. Зависимость величины δ_G от относительного расхода при различном уровне возмущения δ_h

Предположим, что возмущение параметра h вида $h(1 + \delta_h)$ приводит к возмущению расхода рабочей среды $G_1(1 + \delta_G)$. С точки зрения эффективности итерационного алгоритма необходимо выполнение условия $\delta_h \leq \delta_G$, при котором допустимо сильно изменять расход через отводящий канал при поиске искомой формы коллектора. В рассматриваемом случае

$$\frac{G_1}{G_0} \approx \frac{1}{1 + \frac{\delta_G}{\delta_h}}$$

Однако результаты моделирования (рис. 6) показывают, что условие $\delta_h \leq \delta_G$ выполнено для возмущения $\delta_h = 10\%$ и $\delta_G = 10\%$ только при относительном расходе $G_1/G_0 \leq 0,5$. Для $\delta_h = 20\%$ и $\delta_G = 10\%$ соответствующий предельный уровень G_1/G_0 составляет 0,65; для $\delta_h = 30\%$ и $\delta_G = 10\%$ – 0,75. Таким образом, вычислительные затраты, связанные с определением искомого профиля коллектора, во многом

обусловлены физическими особенностями течения рабочей среды в выходном участке коллектора при $h \ll H$ (т.е. при $G_1 \rightarrow G_0$).

Заключение

Разработанный алгоритм, построенный по схеме «предиктор» (1D модель гидродинамики) – «корректор» (3D модель гидродинамики и теплообмена), позволяет существенно снизить объем вычислительных затрат при определении формы коллектора при $h \sim H$. В случае $h \ll H$ задача теряет устойчивость, и малые возмущения расхода рабочей среды приводят к большим изменениям формы коллектора из-за роста гидравлического сопротивления. Вероятно, что итерационное изменение формы коллектора в этом случае должно быть увязано с отношением массовых расходов протекающего и отводимого потоков.

На основе полученных результатов в дальнейшем предполагается разработка робастного алгоритма решения задачи о коллекторе.

Практическая значимость предложенного подхода заключается в использовании результатов 3D моделирования для построения 1D модели (вместо обобщения эмпирических данных для схожих, но все же не идентичных объектов и условий испытаний). При этом возможны различные способы учета пространственных эффектов тепло- и массообмена, однако способ, предложенный в [19], является предпочтительным для построения высокоэффективных алгоритмов решения обратных задач из-за возможности получения точных решений.

Литература

1. Перелетов И.И., Бровкин Л.А., Розенгарт Ю.И. Высокотемпературные теплотехнические процессы и установки. М.: Энергоатомиздат. 1989. 335 с.
2. Носач В.Г. Энергия топлива. Киев: Наукова думка, 1989. 146 с.
3. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. М.; Л.: Машгиз, 1962. 456 с.
4. Славинская Н.А. Проект Европейского союза «Высокоэффективная газовая турбина с применением синтетического газа» // Газотурбинные технологии. Март 2007. № 2. Рыбинск. С. 24–27.
5. Манелис Г.Б., Струнин В.А. Механизм и элементарная теория горения смесевых твердых топлив. Черно-головка. Препринт ИХФ АН СССР. 1975. 41 с.
6. Манелис Г.Б., Назин Г.М., Рубцов Ю.И., Струнин В.А. Термическое разложение и горение взрывчатых веществ и порохов. М.: Наука, 1996. 222 с.
7. Lengelle G., Duterque J., Trubert J. Combustion of Solid Propellants. Paper presented at the RTO/VKI Special Course on «Internal Aerodynamics in Solid Rocket Propulsion», held in Rhode-Saint-Genese, Belgium, 27–31 May 2002. № RTO-EN-023. 63 p.
8. Суржиков С.Т., Краер Х. Вычислительные модели горения гетерогенного ракетного топлива // Теплофизика высоких температур, 2003. Т. 41. № 1. С. 106–142.
9. Beckstead M.W., Puduppakkam K., Thakre P., Yang V. Modeling of Combustion and Ignition of Solid – Propellant Ingredients // Progress in Energy and Combustion Science. 2007. Vol. 33. P. 497–551.
10. Липанов А.М., Русяк И.Г., Трубочев А.В. Математическая модель физико-химических процессов при горении баллистических твердых топлив // Горение и взрыв, 2016. Т. 9. № 3. С. 112–123.

-
11. Аэроупругость // в кн. «Машиностроение». Энциклопедия. Т. IV-21. Самолеты и вертолеты. Кн. 1. Аэродинамика, динамика полета и прочность / Под общ. ред. К.В. Фролова. М.: Машиностроение, 2002. 800 с.
 12. Самойлович Г.С. Нестационарное обтекание и аэроупругие колебания решеток турбомашин. М.: Наука, 1969. 444 с.
 13. Белоцерковский О.М. Численное моделирование в механике сплошных сред. М.: Наука, 1984. 520 с.
 14. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. М.: URSS, 2013. 532 с.
 15. Ляшенко И.Н., Карагодова Е.А., Черникова Н.В., Шор Н.З. Линейное и нелинейное программирование. Киев: «Вища школа», 1975. 371 с.
 16. Петров Ю.П., Сизиков В.С. Корректные, некорректные и промежуточные задачи с приложениями. Санкт-Петербург: Политехника, 2003. 261 с.
 17. Петров Ю.П. Обеспечение достоверности и надежности компьютерных расчетов. Санкт-Петербург: БХВ – Петербург, 2012. 160 с.
 18. Повещенко Т.С., Гасилов В.А., Повещенко Ю.А., Галигузова И.И. Метод расчета многоконтурных термогидравлических течений в теплообменной части ЯЭУ. Препринт ИПМ № 67. Москва, 2015. 29 с. URL: https://keldysh.ru/papers/2015/prep2015_67.pdf
 19. Суровецко А.С., Мартыненко С.И. К вопросу об оптимизации технических устройств на основе иерархии математических моделей // Вычислительные методы и программирование. 2019. Т. 20. С. 411–427.
 20. Galindo J., Tiseira A., Fajardo P., Navarro R. Coupling Methodology of 1D Finite Difference and 3D Finite Volume CFD Codes Based on the Method of Characteristics // Mathematical and Computer Modelling. 2011. Vol. 54(7–8). P. 1738–1746.
 21. Stefanek J., Koci P., Marek M., Kubicek M. Catalyst Simulations Based on Coupling of 3DCFD Tool with Effective 1D Channel Models // Catalysis Today. 2012. Vol. 188. No. 1. P. 87–93.
 22. Wu D., Liu Q., Wang L. et al. The Research of 1D/3D Coupling Simulation on Pump and Pipe System // IOP Conference Series: Earth and Environment Science. Part 5. No. 052032. Beijing. 2012.
 23. Formaggia L., Gerbeau J., Nobile F., Quarteroni A. On the Coupling of 3D and 1D Navier – Stokes Equations for Flow Problems in Compliant Vessels // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2001. Vol. 191. P. 561–582.
 24. Shih T., Liou W., Shabbir A. et al. A New Eddy-Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows – Model Development and Validation // Computers Fluids. 1995. Vol. 24(3). P. 227–238.
 25. Langtry R., Menter F. Correlation-Based Transition Modeling for Unstructured Parallelized Computational Fluid Dynamics Codes // AIAA Journal. 2009. Vol. 47(12). P. 2894–2906.
 26. Menter F., Langtry R., Likki S. et al. A Correlation-Based Transition Model Using Local Variables: Part I – Model Formulation // ASME-GT2004-53452. 2004.

References

1. Pereletov I.I., Brovkin L.A., Rozengart Iu.I. Vysokotemperaturnye teplotekhnicheskie protsessy i ustanovki [High Temperature Heat Engineering Processes and Units]. Moscow: Energoatomizdat. 1989. 335 p.
2. Nosach V.G. Energiia topliva [Fuel Energy]. Kiev: Naukova Dumka, 1989. 146 p.
3. Kutateladze S.S. Osnovy teorii teplotobmena [Fundamentals of the Heat Transfer Theory]. Moscow, Leningrad: Mashgiz, 1962. 456 p.
4. Slavinskaya N.A. Proekt Evropeiskogo soiuza “Vysokoeffektivnaia gazovaia turbina s primeneniem sinteticheskogo gaza” [European Union Project “High Efficient Gas Turbine With Syngas Application”]. Gas Turbine Technology. March 2007. No. 2. Rybinsk. P. 24–27.
5. Manelis G.B., Strunin V.A. Mekhanizm i elementarnaia teoriia gorenii smesevykh tverdykh topliv [The Mechanism and Elementary Theory of Combustion of Mixed Solid Fuels]. Chernogolovka. Preprint, Institute of Chemical Physics, USSR Academy of Sciences. 1975. 41 p.
6. Manelis G.B., Nazin G.M., Rubtsov Iu.I., Strunin V.A. Termicheskoe razlozhenie i gorenii vzyrychatykh veshchestv i porokhov [Thermal Decomposition and Combustion of Explosives and Powders]. Moscow: Nauka, 1996. 222 p.
7. Lengelle G., Duterque J., Trubert J. Combustion of Solid Propellants. Paper presented at the RTO/VKI Special Course on “Internal Aerodynamics in Solid Rocket Propulsion”, held in Rhode-Saint-Genese, Belgium, 27–31 May 2002. No. RTO-EN-023. 63 p.
8. Surzhikov S.T., Kraer Kh. Vychislitel'nye modeli gorenii geterogennogo raketnogo topliva. Teplofizika vysokikh temperature [Computational Models of Combustion of Heterogeneous Rocket Fuel. High-Temperature Thermophysics]. 2003. Vol. 41. No. 1. P. 106–142.

-
9. Beckstead M.W., Puduppakkam K., Thakre P., Yang V. Modeling of Combustion and Ignition of Solid – Propellant Ingredients // *Progress in Energy and Combustion Science*. 2007. Vol. 33. P. 497–551.
 10. Lipanov A.M., Rusiak I.G., Trubachev A.V. Matematicheskaya model' fiziko-khimicheskikh protsessov pri gorenii ballistitnykh tverdykh topliv [Mathematical Model of Physical-Chemical Processes During Combustion of Ballistite Solid Fuels]. *Gorenie i vzryv [Combustion and Detonation]*. 2016. Vol. 9. No. 3. P. 112–123.
 11. Aerouprugost'. "Mashinostroenie". Entsiklopediya. Volume IV-21. Samolety i vertolety [Aeroelasticity. "Mechanical Engineering". Encyclopedia. Airplanes and Helicopters]. Aerodynamics, Flight Dynamics and Strength. Edited by K.V. Frolov. Moscow: Mechanical engineering, 2002. 800 p.
 12. Samoilovich G.S. Nestatsionarnoe obtekanie i aerouprugie kolebaniia reshetok turbomashin [Unsteady Flow and Aeroelastic Vibrations of Turbomachine Blade Row]. Moscow: Nauka, 1969. 444 p.
 13. Belotserkovskii O.M. Chislennoe modelirovanie v mekhanike sploshnykh sred [Numerical Modeling in Mechanics of Continuous Media]. Moscow: Nauka, 1984. 520 p.
 14. Moiseev N.N. Matematicheskie zadachi sistemnogo analiza [Mathematical Problems of System Analysis]. Moscow: URSS, 2013. 532 p.
 15. Liashenko I.N., Karagodova E.A., Chernikova N.V., Shor N.Z. Lineinoe i nelineinoe programmirovaniye [Linear and Nonlinear Programming]. Kiev: Visha shkola, 1975. 371 p.
 16. Petrov Iu.P., Sizikov V.S. Korrektnye, nekorrektnye i promezhutochnye zadachi s prilozheniyami [Correct, Incorrect and Intermediate Tasks With Applications]. St. Petersburg: Polytechnika, 2003. 261 p.
 17. Petrov Iu.P. Obespecheniye dostovernosti i nadezhnosti komp'yuternykh raschetov [Ensuring Trustworthiness and Reliability of Computer Calculations]. St. Petersburg: BHV–Peterburg, 2012. 160 p.
 18. Poveshchenko T.S., Gasilov V.A., Poveshchenko Iu.A., Galiguzova I.I. Metod rascheta mnogokonturnykh termogidravlicheskiy techeniy v teploobmennoi chasti IaEU [Method for Calculating Multi-Circuit Thermohydraulic Flows in the Heat Exchange Part of a Nuclear Power Plant]. KIAM Preprint no. 67. Moscow, 2015. 29 p. URL: https://keldysh.ru/papers/2015/prep2015_67.pdf
 19. Surovezhko A.S., Martynenko S.I. K voprosu ob optimizatsii tekhnicheskikh ustroystv na osnove ierarkhii matematicheskikh modelei. Vychislitel'nye metody i programmirovaniye [To the Question of Optimization of Technical Devices Based on a Hierarchy of Mathematical Models. Computational Methods and Programming]. 2019. Vol. 20. P. 411–427.
 20. Galindo J., Tiseira A., Fajardo P., Navarro R. Coupling Methodology of 1D Finite Difference and 3D Finite Volume CFD Codes Based on the Method of Characteristics // *Mathematical and Computer Modeling*. 2011. Vol. 54(7–8). P. 1738-1746.
 21. Stefanek J., Koci P., Marek M., Kubicek M. Catalyst Simulations Based on Coupling of 3DCFD Tool with Effective 1D Channel Models // *Catalysis Today*. 2012. Vol. 188. No. 1. P. 87–93.
 22. Wu D., Liu Q., Wang L. et al. The Research of 1D / 3D Coupling Simulation on Pump and Pipe System // *IOP Conference Series: Earth and Environment Science*. Part 5. No. 052032. Beijing, 2012.
 23. Formaggia L., Gerbeau J., Nobile F., Quarteroni A. On the Coupling of 3D and 1D Navier – Stokes Equations for Flow Problems in Compliant Vessels // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2001. Vol. 191. P. 561–582.
 24. Shih T., Liou W., Shabbir A. et al. A New Eddy-Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows – Model Development and Validation // *Computers Fluids*. 1995. Vol. 24(3). P. 227–238.
 25. Langtry R., Menter F. Correlation-Based Transition Modeling for Unstructured Parallelized Computational Fluid Dynamics Codes // *AIAA Journal*. 2009. Vol. 47(12). P. 2894–2906.
 26. Menter F., Langtry R., Likki S. et al. A Correlation-Based Transition Model Using Local Variables: Part I – Model Formulation // *ASME-GT2004-53452*. 2004.

Материалы получены редакцией 12.08.2019