

# Применение вычислительного эксперимента в контексте проблем авиационной акустики

**Александров В.Г., Осипов А.А.**

*Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова, г. Москва*

e-mail: aaosipov@ciam.ru

Разработаны математическая модель и расчетный комплекс, предназначенные для проведения вычислительного эксперимента и расчетного исследования в задачах аэроакустики со сложной топологией расчетной области и специфическими граничными условиями, характерными для задач данного класса. Продемонстрированы высокие технологические возможности созданного расчетного комплекса при моделировании явлений, сопряженных с распространением по проточному тракту авиационного двигателя тонального шума, характерного для работы вентилятора, компрессора и турбины ТРДД, его излучением из воздухозаборника и выхлопного сопла двигателя, а также глушением шума посредством присоединенных резонансных полостей различной конфигурации, размещаемых на стенках канала.

**Ключевые слова:** аэроакустика, математическая модель, расчетный комплекс, вычислительный эксперимент.

## Computational experiment implementation in aviation acoustics problems

**Aleksandrov V.G., Osipov A.A.**

*CIAM, Moscow*

Mathematical model and computational software are developed for computational experiments and investigations of aeroacoustics problems that are characterized by complex topology of computational region and inherent boundary conditions. High technological capabilities of developed computational software are demonstrated during modelling of acoustical phenomena accompanying propagation of tonal noise in aviation engine flow ducts appropriate to fan, compressor or turbine work in turbofan, noise radiation from engine intake and exhaust nozzle, as well as noise suppression by means of adjacent resonant volumes of various configurations at duct walls.

**Keywords:** aeroacoustics, mathematical model, software package, computational experiment.

### Введение

Анализ современных проблем авиационной акустики показывает, что дальнейшее развитие исследований в этой области знаний требует углубленного понимания природы физических процессов, определяющих аэродинамическое шумообразование и распространение шума в газовых трактах авиационного двигателя, а также эффективность работы средств шумоглушения. Указанные проблемы относятся к тому кругу вопросов, где численное моделирование акустических полей в принципе дает уникальные возможности для изучения рассматриваемых явлений и позволяет радикально сократить объем материальных ресурсов, необходимых для проведения соответствующих экспериментальных исследований.

В контексте решения такого рода проблем создана авторская специализированная программная платформа FDUG (Fluid dynamics on unstructured grid), предназначенная для построения программного обеспечения для решения широкого круга задач нестационарной аэродинамики и аэроакустики и нацеленная на инженерные приложения со сложной топологией расчетных областей. Программная платформа позволяет построить высокоэффективные программные модули, реализующие формирование расчетных областей, постановку нестандартных граничных условий, характерных для аэроакустики, рациональную дискретизацию пространственных акустических полей на основе неструктурированных расчетных сеток и их строгий частотно-модальный и энергетический анализ. В рамках созданного на основе программной платформы FDUG

---

«контейнера численных методов» реализована, в частности, явная конечно-объемная «распадная» численная схема интегрирования второго порядка аппроксимации по пространству и времени применительно к системе уравнений Эйлера, описывающих трехмерные нестационарные аэродинамические процессы.

Принципиальным элементом развитой в настоящей работе численной схемы является метод расчета пространственных производных параметров течения на неструктурированных сетках, ячейки которых представляют собой произвольные пространственные многогранники. Производные параметров течения в каждой ячейке расчетной сетки определяются на основе параметров в ячейках некоторого множества ближайших соседних ячеек методом наименьших квадратов. К найденному таким способом вектору градиента параметров течения в ячейке применяется ограничитель Барта – Джесперсона [1], обеспечивая принадлежность реализованной схемы к классу TVD (total variation diminishing). Расчет потоков параметров через грани ячеек производится традиционным для конечно-объемных схем типа схемы Годунова способом с помощью решения задачи Римана о «распаде произвольного разрыва». Интегрирование по времени осуществляется на основе явного метода Рунге – Кутты второго порядка точности [2].

В настоящей работе рассмотрены вопросы, касающиеся изучения возможностей и особенностей математического моделирования аэроакустических явлений, сопряженных с распространением по проточному тракту авиационного двигателя тонального шума, характерного для работы вентилятора и компрессора низкого давления, а также шума внутренних источников (прежде всего турбины низкого давления) современного турбореактивного двухконтурного двигателя (ТРДД), и излучением этого шума соответственно из воздухозаборника и выхлопного сопла двигателя в окружающее пространство в условиях внешнего обтекания мотогондолы. Особенности рассматриваемого круга задач обусловлены формированием высокочастотных (и, соответственно, коротковолновых) акустических и конвективных волновых полей сложной пространственной конфигурации в условиях значительной неоднородности осредненного поля течения газа, включающего сдвиговые слои, а также нерегулярной конфигурации обтекаемых поверхностей.

На начальных этапах развития исследований данного направления для моделирования акустического излучения из осесимметричного воздухозаборника широко применялась методология, опирающаяся на преимущества традиционного метода суперпозиции в рамках линейной теории малых возмущений параметров потока. Расчет проводился на основе линеаризованных уравнений Эйлера, записанных в цилиндри-

ческой системе координат для величин комплексных амплитуд отдельных частотно-окружных гармонических составляющих пульсаций нестационарного потока, которые рассматриваются как неизвестные функции осевой и радиальной пространственных координат в меридиональной плоскости расчетной области. Указанный подход, несомненно, предпочтителен, когда размерность соответствующей линейной алгебраической системы, получаемой после численной дискретизации задачи, относительно невелика (порядка нескольких тысяч узловых значений искомой величины). В таких случаях достаточно эффективны прямые методы решения алгебраической системы типа процедуры исключения Гаусса, что и обусловило применение этого подхода авторами работ данного направления в конце 1980-х – начале 1990-х годов [3–7]. Применение данного подхода в задаче линейных пульсаций потока в плоской решетке колеблющихся профилей представлено в [8]. Методология, использованная в указанных работах, отвечала вычислительным возможностям того времени.

Однако в последующие годы, благодаря бурному развитию вычислительной техники и компьютерных технологий, были созданы предпосылки для кардинального повышения степени дискретизации рассчитываемых акустических полей и соответствующего увеличения размерности алгебраической системы до многих сотен тысяч единиц. Это позволяет резко повысить разрешающую способность расчетных сеток до уровней, соответствующих тому диапазону частотных и модальных компонент шума, который отвечает приложениям в авиационной акустике. Использование обычных прямых методов для решения алгебраической системы такой размерности становится неэффективным, с одной стороны, из-за необходимости хранения в памяти компьютера разреженных матриц неприемлемо большой размерности, а с другой – из-за чрезвычайного роста числа операций, предусмотренных процедурой исключения Гаусса.

В дальнейшем под влиянием быстрого роста возможностей численного интегрирования дифференциальных уравнений гидро- и аэромеханики и компьютерных технологий сформировалось относительно новое направление исследований в аэроакустике, называемое вычислительной аэроакустикой (computational aeroacoustics, CAA), основой которого является прямое численное моделирование физического процесса распространения акустических возмущений в неоднородных потоках газа [9–14]. Возможности современных вычислительных средств таковы, что решение задач такого уровня применительно к расчету излучения звука по газовым трактам двигателя становится реально достижимым, однако требует очень высоких затрат вычислительных ресурсов. Главное достоинство данного подхода

---

состоит в том, что приемлемое по точности решение задачи при этом находится с использованием рутинных вычислительных процедур без проведения сложного математического анализа. Возможности этого подхода кардинально возрастают при использовании распределенных вычислений.

Как разновидность такого подхода может использоваться линейная суперпозиция отдельных окружных гармонических составляющих пульсаций нестационарного потока в осесимметричном канале, комплексные величины интенсивности которых рассматриваются как искомые функции времени, осевой и радиальной пространственных координат в меридиональной плоскости задачи [15]. Результаты расчетов, представленные в [15], получены с применением одной из версий так называемого разрывного метода Галеркина [16], позволяющего радикально повысить порядок аппроксимации численного решения задачи.

Прямое численное интегрирование уравнений газовой динамики широко используется для расчета нестационарных аэродинамических характеристик турбомашин и решения на этой основе задачи о генерации тонального звука в компрессоре и турбине авиационного двигателя вследствие аэродинамического взаимодействия их роторов и статоров и воздействия на них неоднородностей воздушной среды [17–21]. Эффективность вычислительной процедуры в таких задачах может быть значительно повышена с учетом свойства обобщенной пространственно-временной периодичности нестационарного течения в турбомашинах, обусловленного окружной периодичностью конструкции их лопаточных венцов.

Применение методов прямого численного интегрирования уравнений газовой динамики оказывается также весьма перспективным в изысканиях технологий глушения шума, распространяющегося в газовых трактах авиационного двигателя. С этой целью обычно используются звукопоглощающие конструкции (ЗПК) резонансного типа, которые устанавливаются на стенках входного канала воздухозаборника и настраиваются на доминирующие частоты указанных источников шума. Традиционный подход для описания воздействия ЗПК на формирование акустических полей в проточных трактах двигателя состоит в задании импедансных характеристик ЗПК в качестве граничного условия на стенках канала при интегрировании уравнений аэроакустики [22]. При этом сами значения комплексной величины импеданса должны быть найдены в результате специальных расчетных или экспериментальных исследований (см., например, [23–28]).

В последнее десятилетие привлекают к себе внимание так называемые реактивные глушители, представляющие собой присоединенные резонансные объемы,

устанавливаемые на стенках канала акустического волновода [29]. Эти глушители оказывают реактивное воздействие на распространяющийся в канале звуковой сигнал и таким образом преобразуют фазовую структуру акустического поля, что может быть использовано для снижения излучаемого шума.

В теоретических исследованиях такого рода представляется целесообразным и важным изучение основополагающих физических эффектов, которые играют ключевую роль в осуществлении подавляющего воздействия в процессах формирования акустических полей в проточных каналах двигателя. К таким эффектам относятся прежде всего эффекты дифракции звука на неоднородностях конфигурации каналов, возбуждения резонансных колебаний газа в присоединенных объемах и интерференции различных составляющих акустического поля. Принципиальные возможности глушения звука в покоящемся газе в прямолинейном канале с помощью резонансных присоединенных объемов в виде канавок на стенках канала продемонстрированы, в частности, в работах [30; 31].

Возможности численного моделирования указанных эффектов определяются главным образом разрешающей способностью численных схем, применяемых для дискретизации трехмерных нестационарных полей возмущений параметров потока в канале. Таким образом, предполагаемое расчетное исследование включает в себя выработку критериев адекватности сеточной дискретизации численного решения и выявление базовых особенностей формирования резонансных структур в поле пульсаций параметров потока и их влияния на распространяющийся в газовом тракте звуковой сигнал.

Анализ возможностей дальнейшего совершенствования рабочего процесса в авиационном двигателе, характеризующегося упомянутыми выше факторами, указывает на необходимость развития расчетной методологии в направлении повышения разрешающей способности сеточной дискретизации численного решения путем применения аппроксимирующих схем повышенного порядка точности, а также обеспечения высокой эффективности организации вычислительного процесса на основе разработки обобщенных расчетных модулей с широкими возможностями адаптации расчетной процедуры к особенностям решаемых задач математического моделирования.

### **Вычислительное моделирование экранирования модального акустического излучения из воздухозаборника ТРДД**

Одно из рассмотренных авторами в последние годы приложений состоит в изучении возможностей использования акустических эффектов, связанных с различ-

ными способами установки авиационного двигателя на летательном аппарате с учетом экранирующего воздействия таких элементов планера, как фюзеляж, крыло, хвостовое оперение.

В настоящей работе приведены некоторые результаты вычислительных экспериментов, иллюстрирующих данную проблему. Расчеты выполнены на основе развитой программной платформы в рамках модельной задачи об экранировании гармонического по времени акустического излучения модальной радиально-окружной пространственной структуры от источника, расположенного в цилиндрическом канале, с помощью простейшего плоского жесткого непроницаемого экрана заданных размеров, располагаемого вне канала вблизи открытого его конца.

Рассматривается обтекание однородным дозвуковым поступательным набегающим потоком газа со скоростью 50 м/с (значение числа Маха составляет  $M = 0,147$ ) концевой участка цилиндрической трубы, ось которой направлена вдоль вектора скорости набегающего потока. Значения радиусов внешней и внутренней поверхностей стенки цилиндрической части трубы конечной толщины составляют соответственно 1200 и 950 мм. Открытый конец трубы направлен навстречу потоку и соответствует значению осевой координаты  $z = 0$  прямоугольной системы координат  $(x, y, z)$  с началом координат на оси цилиндра. Внутренние и внешние обводы концевой участка трубы спроектированы соответственно типичной конфигурации входного участка воздухозаборника ТРДД. Скорость газа в цилиндрической части канала совпадает со скоростью набегающего потока. Эффект экранирования обеспечивается плоским экраном малой толщины с варьируемыми размерами его прямоугольной конфигурации, который устанавливается в различных положениях на расстоянии нескольких калибров трубы от ее оси параллельно ей. Экран располагается симметрично относительно плоскости заданного меридионального сечения трубы перпендикулярно этому сечению.

Расчеты проводятся на основе явной конечно-объемной «распадной» численной схемы интегрирования системы уравнений Эйлера второго порядка точности по пространству и времени на неструктурированных сетках, ячейки которых представляют собой произвольные пространственные многогранники. Расчетная область, в центре которой располагается исследуемый объект, задана в пределах сферической внешней границы. Между внешней границей и основной центральной частью расчетной области располагается сферический слой ячеек буфера, толщина и сеточная структура которого обеспечивают отсутствие отражения распространяющихся через буфер возмущений, индуцируемых внутри расчетной области моделируемым

нестационарным процессом. В трубе на расстоянии полкалибра от открытого ее конца располагается генерирующее поперечное сечение, в котором задается распространяющаяся навстречу потоку акустическая волна заданной частоты и радиально-окружной пространственной моды, характеризуемой парой целых значений номеров волновых чисел  $(n, m)$  соответственно в радиальном и окружном направлениях. Вблизи генерирующего сечения, с внешней его стороны, располагается еще один сеточный буфер, обеспечивающий безотражательное поглощение возмущений, распространяющихся внутрь трубы от ее открытого конца.

Глобальная конфигурация типичной расчетной области и ее фрагмент в непосредственной близости от трубы и экрана показаны вместе с расчетной сеткой на рис. 1. Результаты численного моделирования дают в рассмотренном случае исчерпывающую картину воздействия экрана на акустическое поле, излучаемое из воздухозаборника и индуцируемое волной первой тангенциальной  $(m = 1)$  и первой радиальной  $(n = 1)$  нормальной пространственной моды цилиндрического канала на частоте 200 Гц.

Генерируемый в трубе акустический сигнал данной моды описывает вращающуюся вокруг оси канала акустическую волну с периодом  $2\pi$  по углу  $\varphi$  в окружном направлении, а по радиусу трубы  $(R)$  укладывается половина длины волны в радиальном направлении  $(r)$ . Заданная интенсивность генерируемой волны по уровню

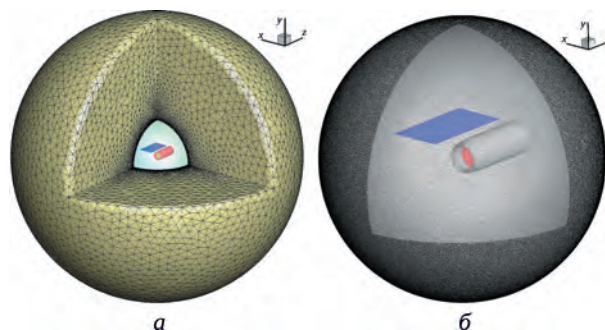


Рис. 1. Расчетная область:

*a* – глобальная; *б* – фрагмент ее центральной части

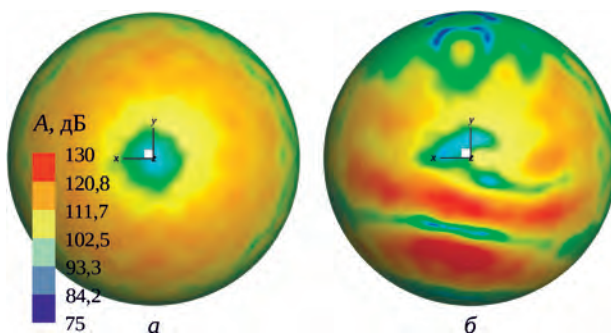


Рис. 2. Сферическая диаграмма направленности излучения (вид со стороны набегающего потока):

*a* – без экрана; *б* – с экраном

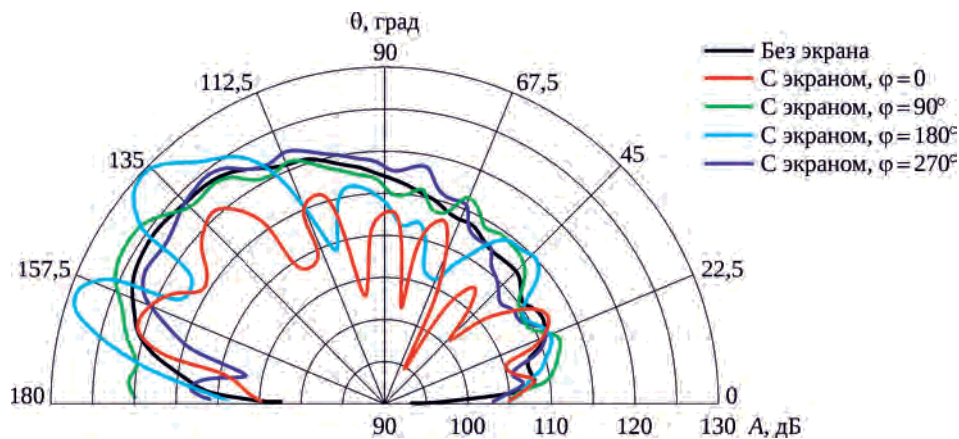


Рис. 3. Диаграммы направленности излучения из воздухозаборника

звукового давления составляет около 150 дБ. Все представленные ниже численные результаты получены на расчетной сетке, содержащей около 9 млн расчетных ячеек.

На рис. 2 представлены сферические диаграммы направленности излучения в виде цветной заливки, отвечающей распределению амплитуды пульсаций акустического давления по сферической границе основной центральной части расчетной области. Случай на рис. 2,б соответствует базовой конфигурации экрана размером 7200 мм по оси  $z$  и 4000 мм по оси  $x$ , расположенного на расстоянии 2000 мм от оси  $z$ . Расположение экрана в направлении оси  $z$  соответствует отрезку  $[-2000; 5200]$  этой оси. Воздействие экрана приводит к значительному смещению направленности излучения в сторону отрицательного сферического полярного угла ( $\theta$ ). При этом нарушается симметрия акустического излучения относительно плоскостей  $xz$  и  $zy$ .

Наиболее наглядно особенности формирования акустических полей, излучаемых из воздухозаборника ГТД, демонстрируют диаграммы направленности излучения, полученные в различных меридиональных плоскостях, отвечающих значениям окружного угла цилиндрической системы координат  $\varphi = 0, 90, 180$  и  $270^\circ$ , в зависимости от размеров и положения экрана относительно открытого конца трубы. На рис. 3 показана зависимость интенсивности пульсаций звукового давления от полярного угла ( $\theta$ ) в меридиональных плоскостях расчетной области на расстоянии ( $r$ ) около 10 калибров трубы от начала координат, расположенного на оси канала в точке  $z = 0$  (конфигурация экрана – базовая). Значения  $\varphi = 90$  и  $270^\circ$  отвечают меридиональным плоскостям, параллельным плоскости экрана. Отличие диаграмм направленности в этих двух плоскостях отражает асимметрию акустического излучения относительно плоскости  $\varphi = 0$  вследствие вращения исходного сигнала относительно оси канала в заданном окружном направлении и асимметрии в расположении экрана относительно оси  $z$ . Отражающий эффект экрана дает отличие

в кривых диаграмм направленности, отвечающих  $\varphi = 0$  и  $180^\circ$ , которое составляет в среднем около 15 дБ, а также отличие последних двух кривых от диаграммы направленности излучения при отсутствии экрана.

### Вычислительное моделирование эффекта рефракции модального звука внутренних источников шума ТРДД при его распространении через выхлопную струю

Еще одной составляющей проблемы авиационного шума является шум внутренних акустических источников авиационного двигателя, индуцируемый прежде всего турбиной низкого давления и излучаемый через выхлопную струю. Основной эффект, определяющий вклад шума внутренних источников в суммарный шум двигателя в дальнем поле, состоит в рефракции распространяющегося в струе звукового сигнала в слое смешения струи с внешним потоком. Вопросы распространения звука через слой смешения струи представляют также значительный интерес в отношении распространения и излучения шума вентилятора вниз по потоку во внешнем контуре ТРДД и его вклада в шум двигателя в задней полусфере.

В представленном ниже расчетном примере в рамках приближения идеального газа сформулирована модельная задача о распространении модального звука через однородную дозвуковую струю радиусом 100 мм, истекающую с числом Маха  $M = 0,735$  из открытого конца цилиндрической трубы круглого сечения в дозвуковом внешнем потоке с  $M = 0,294$ , содержащем однородный в осевом направлении и линейный в радиальном направлении изотермический сдвиговый слой скорости газа толщиной 100 мм, примыкающий с внешней стороны к поверхности трубы, как показано на рис. 4. В трубе на расстоянии одного калибра от ее открытого среза расположен источник модального звука, генерирующий распространяющуюся по потоку волну радиально-окружной моды ( $n = 1, m = 1$ ). Вычисления проводятся

в расчетной области в пределах заданной сферической границы, как показано на рис. 5, в середине которой располагается исследуемый объект.

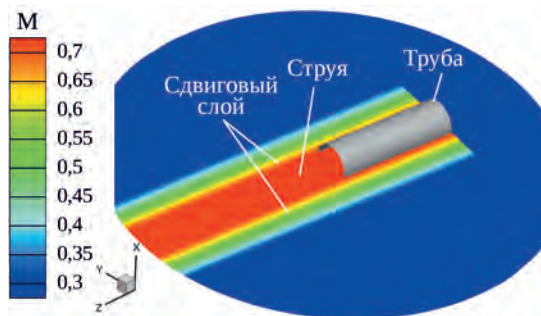


Рис. 4. Схема рассматриваемого течения

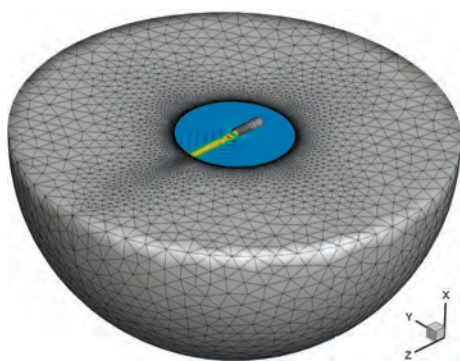


Рис. 5. Схема расчетной области

В качестве исходного варианта расчета, используемого для анализа влияния сдвигового слоя на излучаемое из сопла акустическое поле, рассматривается случай, когда значения скорости потока в трубе и внешнего потока совпадают и составляют 250 м/с ( $M = 0,735$ ). На рис. 6,а представлено соответствующее мгновенное распределение акустического давления (рельеф акустического поля) в плоскости меридионального сечения расчетной области. Аналогичные результаты расчета в случае истекающей струи со сдвиговым слоем, отделяющим ее от внешнего потока с  $M = 0,294$ , даны на рис. 6,б. Представленные результаты показывают, что рефракция звука в сдвиговом слое приводит к значительному смещению направления максимума его излучения от направления оси трубы.

При этом уменьшенная скорость во внешнем потоке приводит к заметному усилению излучения в заднюю полусферу. Кроме того, снижение скорости внешнего потока интенсифицирует излучение в пределах конуса, несущего в себе основную долю акустической мощности с заметным снижением излучения вдоль струи.

На рис. 7,а представлена аналогичная картина излучения моды (1, 1), отвечающая случаю, когда струя отделена от внешнего потока тангенциальным разрывом скорости. Картина излучения поршневой моды (0, 0) в том же потоке показана для сравнения на рис. 7,б.

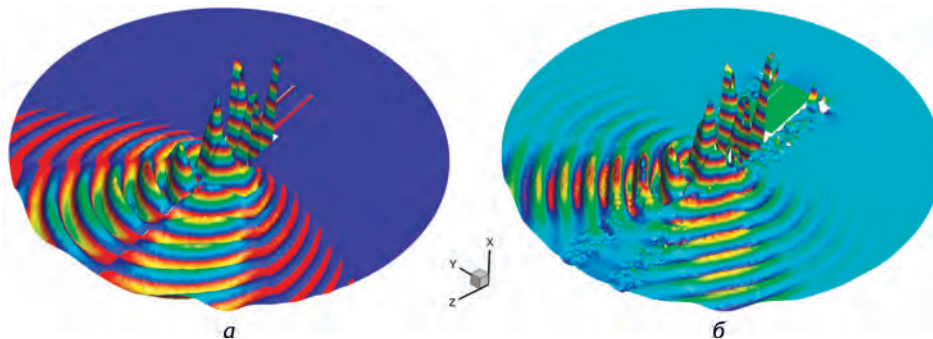


Рис. 6. Волновая картина излучения из сопла:  
а – в однородном потоке; б – в струе со сдвиговым слоем

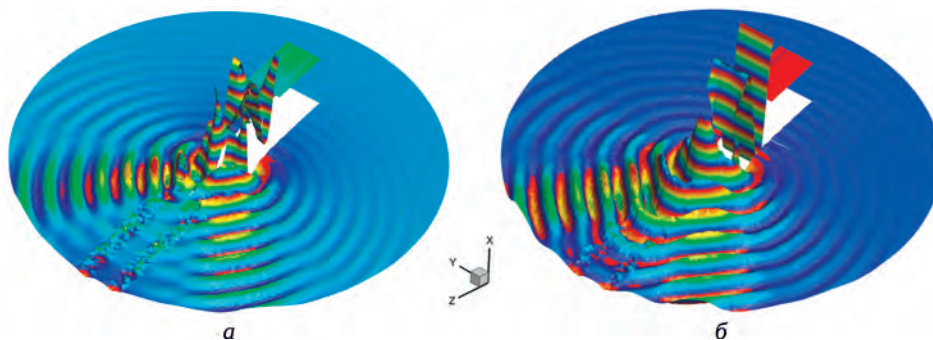


Рис. 7. Волновая картина излучения в струе с тангенциальным разрывом:  
а – излучение моды (1, 1); б – излучение моды (0, 0)

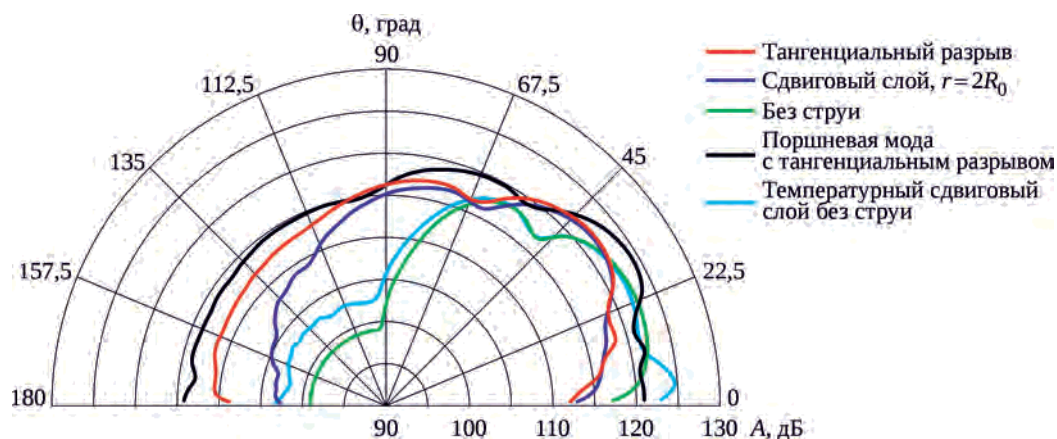


Рис. 8. Диаграммы направленности излучения через выхлопную струю

Замена сдвигового слоя на тангенциальный разрыв не приводит к существенному изменению картины излучения моды (1, 1) в переднюю полусферу, но несколько усиливает излучение в заднюю полусферу и отражение исходного сигнала от открытого конца трубы (ср. рис. 6,б и рис. 7,а).

Наличие тангенциального разрыва скорости или слоя смещения на границе струи приводит к значительному, до 40 дБ, усилению излучения в боковых и задних направлениях и снижению до 20 дБ вдоль струи (рис. 8;  $r = 20R$ ). Поршневая мода, несущая большую акустическую мощность, чем мода (1, 1), при наличии тангенциального разрыва дает значительное усиление излучения в задней полусфере и в боковых направлениях, а также некоторое усиление в направлении струи.

Еще одним практически интересным аспектом воздействия слоя смещения на картину излучения внутреннего акустического источника является влияние радиальной неоднородности профиля температуры (или плотности) потока в этом слое. Расчеты показали значительное усиление акустических пульсаций давления в направлении вектора скорости потока (голубая линия на рис. 8). Полученный эффект является ожидаемым следствием положительного градиента скорости звука в слое смещения по нормали к границе струи.

Представленные выше расчетные данные демонстрируют принципиальные возможности численного моделирования пространственных акустических полей в приложениях авиационной акустики и анализа на этой основе особенностей распространения в окружающем пространстве звуковых волн вращающихся радиально-окружных мод, характерных для тональных составляющих шума, индуцируемых компрессором и турбиной низкого давления ТРДД. Важно отметить, что выполнение практических расчетов такого рода сопряжено с привлечением весьма значительных вычислительных ресурсов, требуемый объем которых может быть снижен путем использования численных схем высокого порядка аппроксимации.

### Вычислительное моделирование реактивных глушителей шума

Приведенные ниже результаты расчетов иллюстрируют постановку модельных вычислительных экспериментов, представляющих интерес в контексте проблемы глушения шума, и демонстрируют некоторые возможности реактивного воздействия на акустическую пропускную способность модельного газового тракта. Расчеты были проведены также с использованием авторской разработки «контейнера численных методов».

Постановка вычислительного эксперимента состоит в следующем. Рассматривается модальный акустический сигнал, распространение которого в канале постоянного прямоугольного сечения с прямолинейными образующими жестких непроницаемых стенок в плоскостях  $xu$  и  $xz$  вводится в декартовой системе координат  $(x, y, z)$  согласно следующей формуле для комплексной величины акустического давления ( $p'$ ):

$$p'(x, y, z, t) = p \cos(\beta y) \cos(\gamma z) \exp\{i(\alpha x - \omega t)\}. \quad (1)$$

Здесь  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  – волновые числа (константы) соответственно по осям  $x$ ,  $y$  и  $z$ ;  $\omega$  – положительная действительная величина круговой частоты гармонических по времени ( $t$ ) звуковых колебаний;  $i$  – мнимая единица. В данном случае (при действительных значениях указанных волновых чисел) формула (1) описывает решение волнового уравнения в однородной покоящейся среде, представляющее собой распространяющуюся волну в направлении продольной оси  $x$  и стоячую волну в поперечном сечении канала  $yz$ .

Проточная часть рассматриваемого канала соответствует значениям координат поперечного сечения канала  $0 \leq y \leq Y$  и  $0 \leq z \leq Z$ , где  $Y$  и  $Z$  – размеры поперечного сечения соответственно по осям  $y$  и  $z$ . Собственное решение (1) для рассматриваемого канала, удовлетворяющее условию непротекания на его стенках, отвечает значениям волновых чисел  $\beta = n\pi/Y$  и  $\gamma = j\pi/Z$ , где  $n$  и  $j$  – произвольные целые числа  $0, \pm 1, \pm 2, \dots$

При этом для комплексных величин амплитуд акустических пульсаций компонент вектора скорости газа соответственно по осям  $x$ ,  $y$  и  $z$  имеют место соотношения

$$u' = \frac{\alpha}{\omega} p'; \quad v' = i \frac{\beta}{\omega} \tan(\beta y) p'; \quad w' = i \frac{\gamma}{\omega} \tan(\gamma z) p'; \quad (2)$$

$$\alpha \equiv \alpha^{\pm} = \pm \sqrt{\mu^2}; \quad \mu^2 \equiv k^2 - \beta^2 - \gamma^2; \quad k \equiv \frac{\omega}{a},$$

Здесь  $a$  – скорость звука в газе. Знак плюс (минус) в выражении для  $\alpha$  соответствует волне, распространяющейся вправо (влево) по оси  $x$ .

Действительному значению  $\alpha$  соответствует  $\mu^2 > 0$ . Критическому случаю двукратного вырождения моды ( $\alpha^+ = \alpha^- = 0$ ), когда волна (1) перестает распространяться вдоль оси  $x$ , отвечает  $\mu^2 = 0$ . При  $\mu^2 < 0$ , когда  $\alpha$  оказывается мнимой величиной, решение (1) описывает так называемую неоднородную волну, характеризующуюся экспоненциальным изменением интенсивности пульсаций параметров потока вдоль оси  $x$ . Решение (1), отвечающее какой-либо паре выбранных значений  $n$  и  $j$  в выражениях для  $\beta$  и  $\gamma$ , в дальнейшем будем называть модой  $(n, j)$ .

В работе реализована процедура задания исходного распространяющегося акустического сигнала вида (1) и (2) в произвольном прямоугольном поперечном сечении прямолинейного канала в терминах действительных величин амплитуды колебаний статического давления в газе  $\text{Re}(p)$  и волновых чисел  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ .

Схема типичной расчетной области, формируемой в плоскости  $xu$  для постановки двумерных (при отсутствии зависимости решения от координаты  $z$ ) модельных вычислительных экспериментов, представлена на рис. 9. Расчетная область включает в себя рабочую часть прямолинейного трехмерного канала прямоугольного поперечного сечения (показана голубым цветом), в которой формируется исследуемое акустическое поле, и входной (левый) и выходной (правый) сеточные буферы (не показаны), предназначенные для безотражательного выноса из расчетной области тех возмущений, которые индуцируются внутри нее. На боковых стенках канала имеются два симметрично располо-

женных квазидвумерных (имеющих малую протяженность по оси  $z$ ) присоединенных резонансных объема. В данном случае в резонансных объемах установлены параллельно друг другу непроницаемые жесткие перегородки в плоскости  $x = \text{const}$  на одинаковом расстоянии друг от друга. В поперечном сечении входного конца рабочей части канала индуцируется звуковая волна заданной моды  $(n, j)$  на заданной частоте  $\omega$ , распространяющаяся в направлении противоположного конца канала. На рис. 9 приведены базовые значения геометрических параметров рассматриваемого канала.

**Исследование особенностей формирования акустических полей.** Далее представлены результаты параметрического исследования особенностей формирования акустического поля в квазиплоской системе канала с резонаторами (см. рис. 9). Полученные результаты демонстрируют те возможности шумоглушения с помощью четвертьволновых резонаторов, которые могут быть реализованы в одномодовых каналах [1; 2].

Ограничимся рассмотрением акустического возбуждения системы приходящей слева волной низшей (поршневой) моды  $(0, 0)$  на частоте 1000 Гц, когда в рабочем канале и в щелях резонаторов могут распространяться лишь волны этой моды. Глубина резонансных полостей составляет  $\frac{1}{4}$  длины волны поршневой моды на данной частоте акустического сигнала.

На рис. 10 представлены результаты серии расчетов, отвечающих тем случаям, когда часть щелей резонатора перекрыта заслонками заподлицо со стенками рабочего канала. Рассмотрены шесть конфигураций резонаторов с разным количеством открытых щелей: 1, 2, 4, 8, 16 и 32. Открытые щели равномерно размещены в пределах всего присоединенного объема (разреженная компоновка). Расчетные данные представлены в виде распределения по щелям амплитуд колебаний давления, отнесенных к соответствующей величине в исходном звуковом сигнале.

В каждой из шести рассмотренных конфигураций резонаторов открытые щели разнесены относительно друг друга, и тем больше, чем меньше открытых щелей

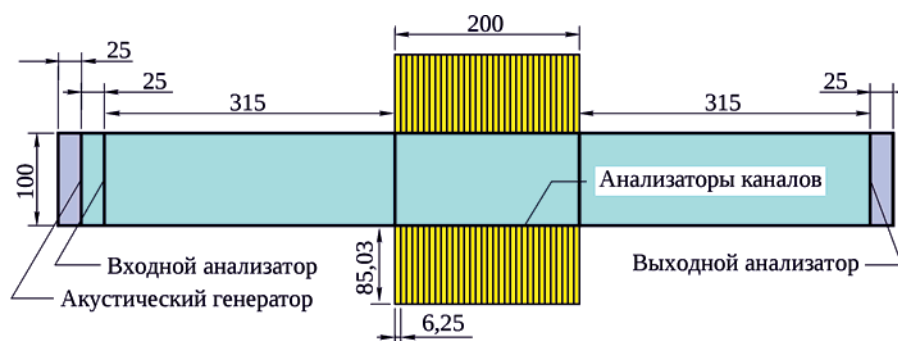


Рис. 9. Схема типичной расчетной области в плоскости  $xu$



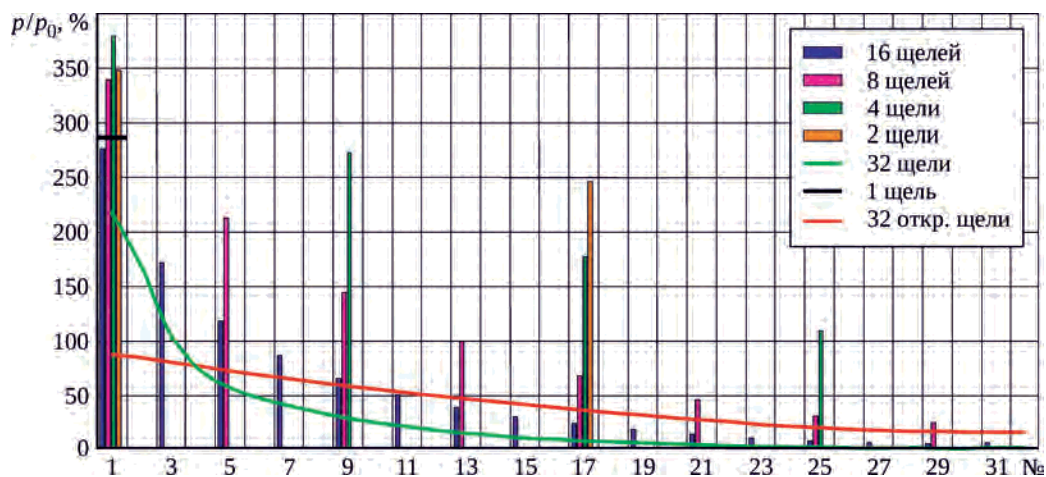


Рис. 10. Распределение относительной амплитуды колебаний давления по щелям (разреженная компоновка)

включает в себя данная конфигурация резонатора. При этом в пределах любой данной конфигурации наблюдается монотонное уменьшение интенсивности пульсаций с ростом номера щели. Кроме того, во всех щелях, кроме первой, интенсивность пульсаций монотонно снижается с уменьшением расстояния между открытыми щелями в разных конфигурациях. Однако в первой щели интенсивность пульсаций с изменением этого расстояния изменяется немонотонно и достигает максимума при вполне определенном его значении, соответствующем конфигурации резонатора с четырьмя открытыми щелями. Как будет показано ниже, это обстоятельство существенно повышает эффективность резонансного глушителя.

Соответствующие данные по расчету зависимости эффекта глушения от конфигурации резонаторов приведены на рис. 11, где даны величины относительной амплитуды колебаний давления и звуковой мощности в волне, выходящей из расчетной области через выход-

ное сечение канала, в зависимости от количества резонансных щелей в случае плотной компоновки (открытые щели располагаются вплотную к друг другу, начиная от крайней левой щели) и разреженной. Разреженная компоновка из четырех резонансных щелей позволяет радикально повысить интенсивность глушения исходного сигнала в рабочем канале по сравнению с возможностями использования плотной компоновки. Сопоставление данных на рис. 11 с резонансными характеристиками щелей показывает, что повышение уровня пульсаций, возбуждаемых в резонаторах распространяющимся в рабочем канале звуковым сигналом, приводит к усилению эффекта его отражения и соответствующему снижению уровня прошедшего сигнала на выходе из канала. С ростом числа открытых щелей наблюдается усиление суммарного эффекта шумоглушения. Разреженная компоновка из 16 щелей резонатора обеспечивает практически полное отражение исходного сигнала.

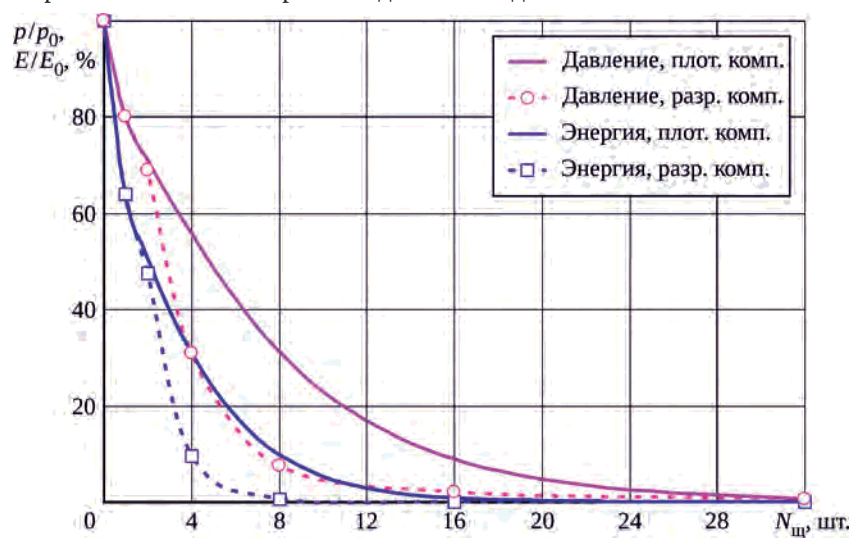


Рис. 11. Зависимость относительных величин амплитуды колебаний давления и потока энергии колебаний в выходном сечении канала от количества и компоновки задействованных щелей

Представленные результаты расчетов получены вблизи резонансного возбуждения присоединенных к рабочему каналу щелевых полостей, используемых в качестве глушителей распространяющегося в нем звукового сигнала. Резонансное значение частоты возбуждения отвечает действительной части комплексного значения собственной частоты колебаний газа в присоединенной полости. Так как рассматриваемый здесь плоский щелевой резонатор имеет открытый конец в сечении, где он сообщается с рабочим каналом, действительная часть его собственной комплексной частоты отличается от действительного значения собственной частоты закрытого щелевого резонатора той же длины. Соответственно отличаются и резонансные значения длины волны открытого и закрытого резонаторов. Поэтому следует иметь в виду, что значения глубины резонансных щелей, заданные в рассмотренных примерах расчета равными длине волны распространяющегося в канале сигнала, как показывают расчеты, несколько отличаются от  $\frac{1}{4}$  длины волны собственных колебаний открытого резонатора. Как показали проведенные расчеты, устранение этого отличия существенно повышает эффективность резонансного глушителя и обеспечивает полное отражение распространяющегося в канале сигнала моды (0, 0) под воздействием лишь одной резонансной щели.

**Исследование особенностей формирования акустических полей в двухмодовых каналах с присоединенными объемами.** Рассматривается реактивное воздействие присоединенных резонансных объемов на распространение звукового сигнала в квазидвумерном канале в том случае, когда соотношение длины звуковой волны и высоты канала допускает распространение в нем волн поперечных мод ( $n, 0$ ) с номерами  $n > 0$ . Как показывают расчеты, в таких каналах характер воздействия резонаторов на формирование в них акустического поля радикально меняется по сравнению с одномодовыми каналами [1; 2], рассмотренными выше.

На входе в квазидвумерный канал высотой 100 мм возбуждается звуковой сигнал на частоте 4 кГц. Данное значение частоты допускает распространение в канале волн поперечных мод (1, 0) и (2, 0), так как для этих мод согласно формулам (2) выполняется неравенство  $\mu^2 > 0$ . В расчетных примерах, представленных ниже,

рассматривается распространение возбуждающего сигнала симметричных мод (0, 0) и (2, 0) в канале с симметричным расположением резонансных полостей относительно плоскости  $y = Y/2$ . В этом случае в силу симметрии задачи относительно указанной плоскости возбуждение моды (1, 0) невозможно, так как эта мода по данному признаку антисимметрична. Таким образом, при указанных ограничениях рассматриваемый канал оказывается двухмодовым.

В качестве резонансных объемов здесь, как и прежде, рассматриваются щели, располагаемые на верхней и нижней стенках канала. Согласно проведенному анализу, резонансная глубина щели на частоте 4 кГц составляет 19 мм. Вследствие неоднородности канала в продольном направлении, вызванной наличием в нем присоединенных объемов, распространение поршневой моды (0, 0) сопровождается возбуждением в нем симметричной моды (2, 0) и, наоборот, распространение моды (2, 0) сопровождается возбуждением моды (0, 0). Глушение звука в этом случае предполагает надлежащее резонансное воздействие на ту и на другую моды.

Для повышения эффективности глушения могут быть использованы несколько резонансных щелей на нижней и верхней стенках рабочего канала. В связи с этим возникает вопрос о взаимном влиянии щелей друг на друга в отношении интенсивности возбуждения резонансных колебаний в них, а также о схеме их взаимного расположения, обеспечивающей наилучшее глушение возбуждающего сигнала. Для изучения этих вопросов в работе проведено специальное исследование, постановка и результаты которого представлены далее.

На рис. 12 показан один из вариантов конфигурации расчетной области с девятью резонансными щелями, симметрично расположенными на обеих стенках канала. Различные варианты глушителей идентифицируются значениями двух параметров: количеством щелей ( $N_{щ}$ ) на каждой стенке канала и буквенным идентификатором  $\Delta$ , определяющим расстояние между щелями. Таким образом, любой вариант обозначается выражением  $N_{щ}\Delta$ , где  $N_{щ}$  и  $\Delta$  принимают соответствующие значения.

Введены три масштаба длины:  $l_1 = 21,26$  мм,  $l_2 = 40,38$  мм,  $l_3 = 30,82$  мм, где  $l_1$  —  $\frac{1}{4}$  длины волны моды (0, 0);  $l_2$  —  $\frac{1}{4}$   $x$ -й длины волны моды (2, 0);  $l_3 = (l_1 + l_2)/2$ . Если расстояние между двумя соседними щелями равно

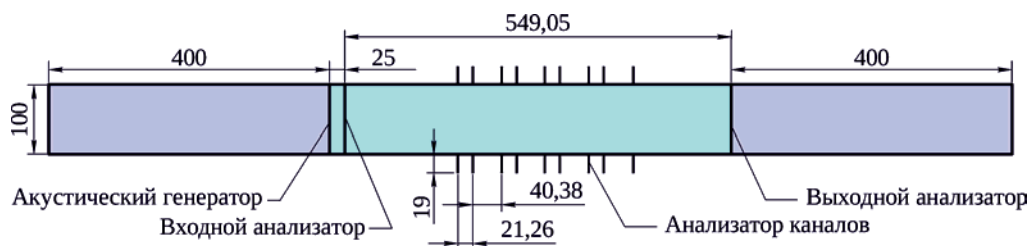


Рис. 12. Схема расчетной области для двухмодового канала

$l_1$ , то  $\Delta = \text{FM}$ ; если  $l_2$  – то  $\Delta = \text{SM}$ ; если  $l_3$  – то  $\Delta = \text{HS}$ .  
 Можно ожидать, что для глушения моды (0, 0) благоприятным будет расстояние между щелями  $l_1$ , а для моды (2, 0) – расстояние  $l_2$ .

Рассматривались следующие варианты глушителей: 2\_FM, 2\_SM, 2\_HS, 3\_FM+SM, 9\_FM, 9\_SM и 9\_FM+SM. Здесь выражение FM+SM означает чередование FM и SM при переходе от одной щели к другой. Так, выражение

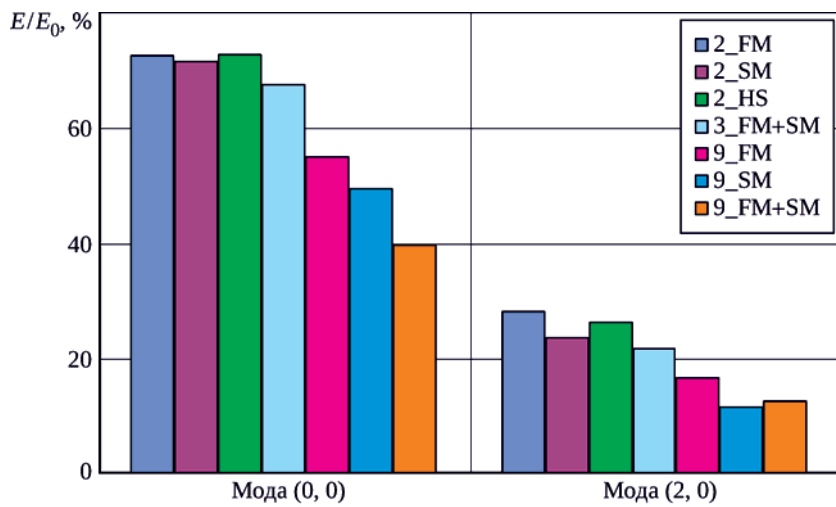


Рис. 13. Зависимость суммарной акустической мощности в выходном сечении канала от конфигурации резонаторов

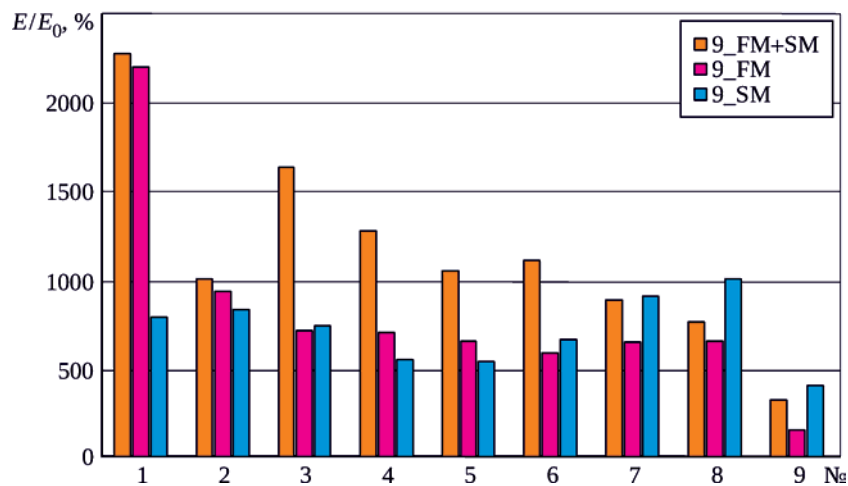


Рис. 14. Распределение по щелям мощности резонансных волновых процессов для возбуждающей моды (0, 0)

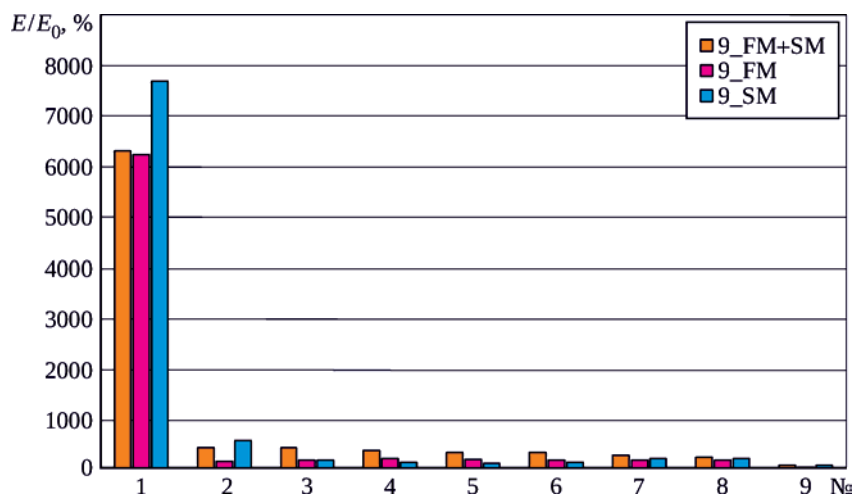


Рис. 15. Распределение по щелям мощности резонансных волновых процессов для возбуждающей моды (2, 0)

3\_FM+SM означает, что между первой и второй щелями  $\Delta = FM$ , а между второй и третьей щелями  $\Delta = SM$ .

На рис. 13 показаны значения суммарного потока акустической мощности, полученные на выходе из рабочего канала для различных вариантов глушителей в случаях возбуждающего сигнала моды (0, 0) и моды (2, 0). Для глушения моды (0, 0) наиболее эффективной оказывается конфигурация 9\_FM+SM, которая обеспечивает снижение суммарной звуковой мощности на 60%. Для моды (2, 0) наиболее эффективна конфигурация 9\_SM – снижение суммарной звуковой мощности на 87%.

Согласно приведенным данным, увеличение числа резонансных щелей до девяти дает существенное усиление глушения возбуждающего сигнала. Акустическая мощность волновых процессов, возбуждаемых в резонаторах этой группы, иллюстрируется на рис. 14 и рис. 15 для возбуждающих сигналов моды (0, 0) и (2, 0) соответственно. При этом в первом случае эффект глушения определяется в основном резонансным возбуждением первых шести щелей конфигурации 9\_FM+SM, а во втором – лишь первой щели конфигурации 9\_SM.

**Изучение возможностей шумоглушения с применением комбинированных резонаторов.** Рассматри-

ваются новые схемы резонаторов комбинированного типа и изучаются их возможности для глушения звука в плоском канале. Схема размещения резонатора такого типа на стенках канала представлена на рис. 16.

Предлагаемый резонатор представляет собой узкую щель, располагаемую вдоль стенки рабочего канала вне его и сообщаемую с каналом посредством четырех подводящих щелей. Ширина щелей не допускает возбуждения в них собственных колебаний всех мод, отличных от поршневой моды. Длина продольной щели равна длине звуковой волны на частоте возбуждающего сигнала, а глубина подводящих щелей настраивается на резонанс глушителя на этой частоте. Подводящие щели располагаются равномерно вдоль продольной щели с расстоянием между ними, равным  $\frac{1}{4}$  ее длины. На рис. 16 это расстояние отвечает частоте возбуждающего сигнала, равной 4 кГц.

Далее приведены результаты расчетов, иллюстрирующие резонансные характеристики конфигурации присоединенных объемов, представленной на рис. 16, а также их воздействие на эффективность глушения сигнала, распространяющегося в рабочем канале. На рис. 17 показаны расчетные данные для относительной амплитуды колебаний давления в середине продольной щели резонатора (зеленая кривая, правая

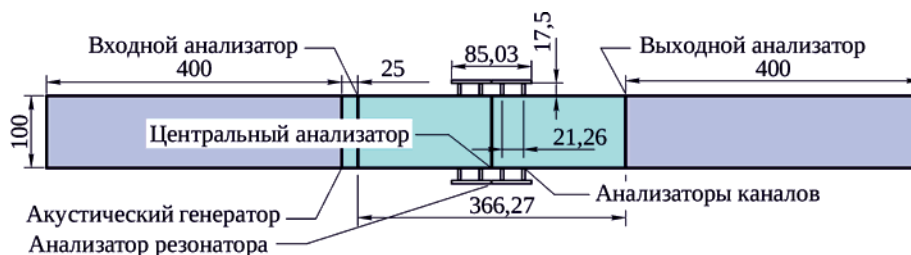


Рис. 16. Схема расчетной области с комбинированным резонатором

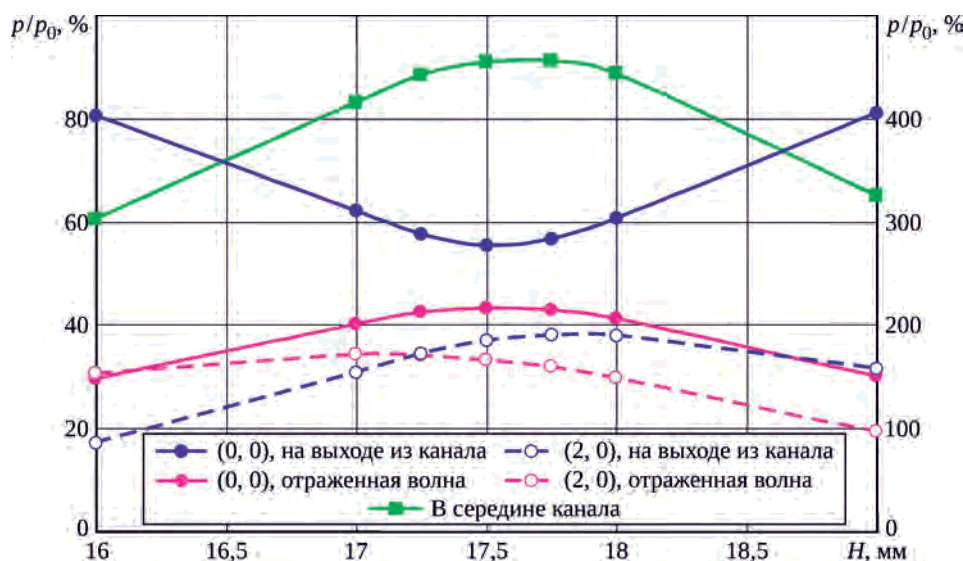


Рис. 17. Относительная амплитуда колебаний давления в середине продольной щели резонатора, а также в отраженных волнах на входе в канал и в прошедших волнах на выходе из канала в зависимости от глубины подводящих щелей

шкала на графиках), а также в отраженных волнах на входе в канал и в прошедших волнах на выходе из канала (левая шкала на графиках) в зависимости от глубины подводющих щелей ( $H$ ) в случае возбуждающего сигнала моды  $(0, 0)$  на частоте 4 кГц. Согласно этим данным, резонансная глубина ( $H_R$ ) подводющих щелей оказывается около 17,6 мм, и вблизи найденного значения  $H_R$  наблюдается максимум отражения и минимум прохождения возбуждающего сигнала. В то же время максимум отраженной волны моды  $(2, 0)$  на входе и максимум прошедшей волны этой моды на выходе из канала отвечают значениям  $H$ , заметно смещенным относительно  $H_R$  соответственно до значений 17 и 17,9 мм.

Представляет интерес сопоставление величин относительной амплитуды колебаний давления в разных подводющих каналах резонатора в зависимости от

их глубины. Соответствующие графики приведены на рис. 18. Максимальная интенсивность резонансных колебаний достигается в последней, четвертой щели, а минимальная – во второй щели. Характер этой зависимости одинаков попарно в первой и третьей щелях и во второй и четвертой щелях при одинаковых значениях резонансной глубины щели в каждой паре и ее разных значениях в разных парах. Такая особенность резонансных характеристик щелей обусловлена разными условиями их работы по отношению к источнику возбуждающего сигнала.

На рис. 19 приведены расчетные данные по эффективности различных вариантов комбинированных резонаторов рассматриваемого типа в глушении возбуждающего сигнала моды  $(0, 0)$  на частоте 4 кГц. Все рассмотренные конфигурации представляют собой

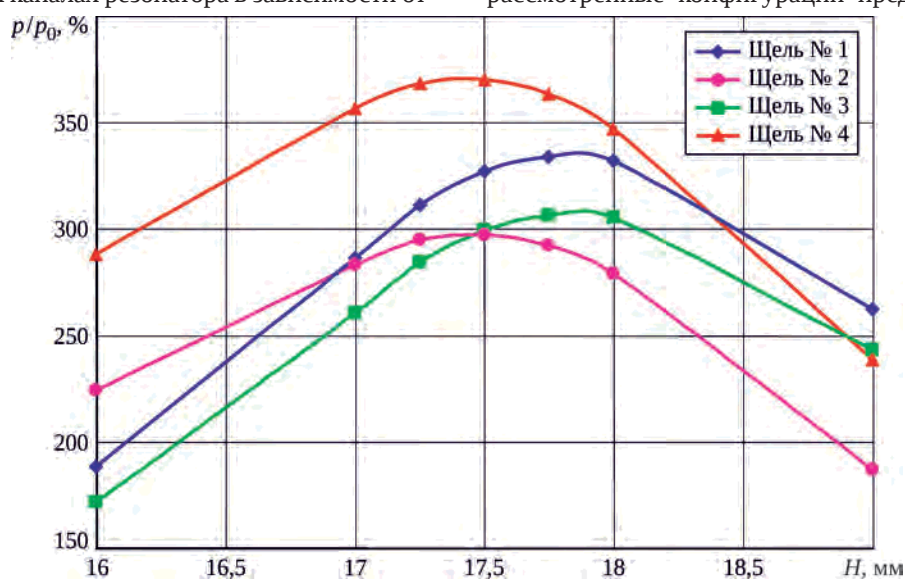


Рис. 18. Относительная амплитуда колебаний давления в разных подводющих щелях резонатора в зависимости от их глубины

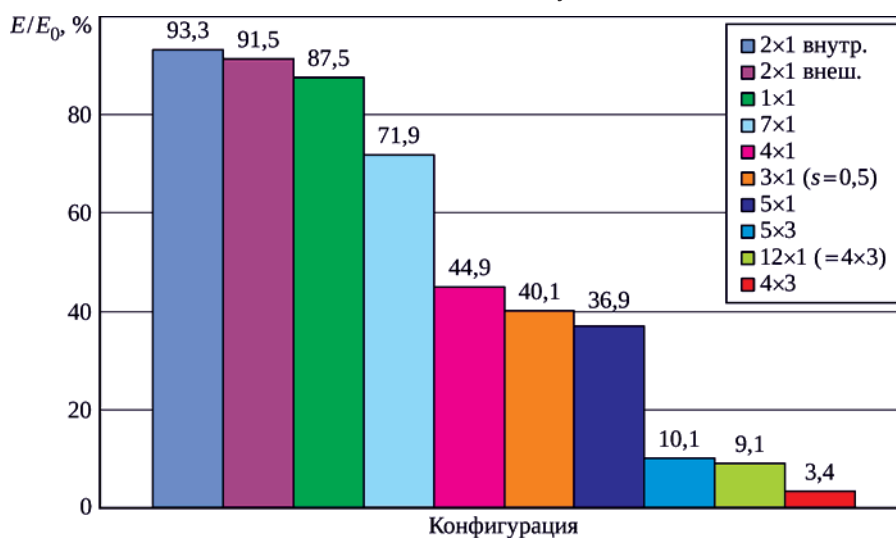


Рис. 19. Относительная суммарная акустическая мощность на выходе из канала для различных конфигураций резонаторов

модификации двух базовых вариантов. Первый базовый вариант представлен на схеме расчетной области на рис. 16. В нем четыре подводящие щели расположены симметрично относительно середины резонатора с одинаковыми расстояниями между ними в осевом направлении, равными  $\frac{1}{4}$  длины волны. Вторая базовая конфигурация отличается от первой тем, что в ней пять подводящих щелей, и первая и последняя из них располагаются на концах резонатора, а третья приходится точно на середину. В этой конфигурации так же, как и в предыдущей, расстояние между подводящими щелями в осевом направлении канала равно  $\frac{1}{4}$  длины волны. Модификации этих базовых конфигураций состоят в наличии дополнительных подводящих щелей между основными щелями или удалении некоторых из щелей базовой конфигурации. Рассматривались только симметричные относительно середины резонатора конфигурации расположения подводящих щелей. В условных обозначениях на рис. 19 первая цифра указывает на количество подводящих щелей, приходящихся на один резонатор, а вторая означает количество резонаторов, расположенных друг за другом. Таким образом, все конфигурации, кроме  $7 \times 1$ , обозначение которых начинается с четных чисел, – это модификации первой базовой конфигурации, а с нечетных – второй. Модификация с обозначением  $12 \times 1$  ( $= 4 \times 3$ ) – это вариант из трех последовательно расположенных резонаторов первого базового типа, но с убранными перегородками в торцах резонаторов. При этом образуется как бы единый резонатор длиной, равной трем длинам волн исходного сигнала, с 12 подводящими щелями. Глубина всех подводящих щелей составляла  $H_R = 17,6$  мм.

Первые две и четвертая конфигурации представляют собой вариации первой базовой конфигурации (оставляются две внутренние или две наружные подводящие щели или добавляются три промежуточные щели), а третья и шестая конфигурации – вариации второй базовой конфигурации (оставляется одна центральная щель или три щели на расстоянии  $s = 0,5$  длины волны друг от друга). При этом эффективность первых четырех конфигураций невелика, а пятая и седьмая конфигурации (одиночные первая и вторая базовые конфигурации) вместе с шестой конфигурацией обеспечивают значительно более эффективное глушение (около 60%). Интересно при этом, что добавление трех щелей ( $7 \times 1$ ) в первую базовую конфигурацию ( $4 \times 1$ ) только снижает ее эффективность. Последние три конфигурации: последовательные три вторые базовые версии, единая тройная первая базовая версия и последовательные три первые базовые версии – обеспечивают глушение соответственно 90, 91 и 96,5% акустической мощности возбуждающего сигнала. Последняя версия оказывается наиболее эффективной.

В заключение данного раздела представлены результаты расчета одной из версий трехмерной конфигурации комбинированного резонансного глушителя, показанной на рис. 20. На всех четырех стенках рабочего канала располагаются одинаковые присоединенные объемы, каждый из которых представляет собой конфигурацию их двух последовательно расположенных комбинированных щелевых глушителей первой базовой версии, показанной в плоском изображении на рис. 16. Все щелевые объемы имеют ширину 2,5 мм.

На рис. 21 показаны мгновенные изоповерхности акустического давления в объеме канала и поля акустического давления на поверхностях глушителя, представляющие собой суперпозицию волн трех поперечных мод  $(0, 0)$ ,  $(2, 0)$  и  $(0, 2)$  в рабочем канале, возбуждаемых исходным сигналом моды  $(0, 0)$  и резонансными колебаниями моды  $(0, 0)$  в глушителях.

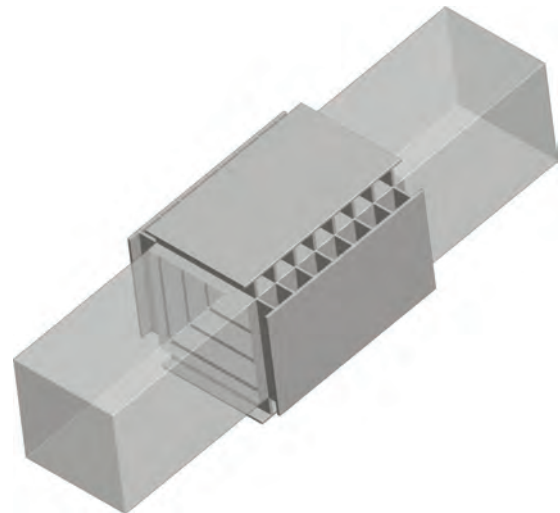


Рис. 20. Конфигурация трехмерного комбинированного щелевого резонансного глушителя

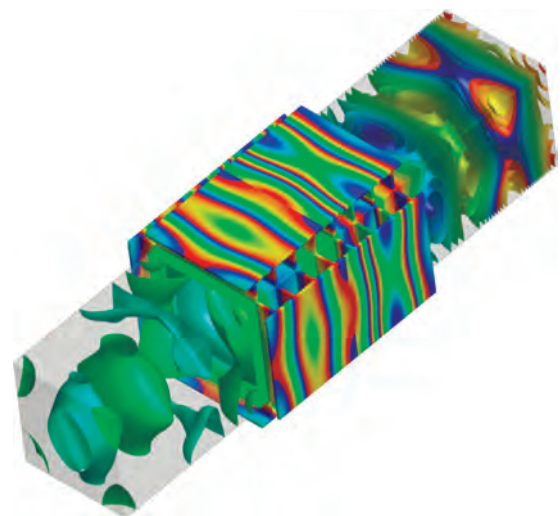


Рис. 21. Мгновенные изоповерхности акустического давления в объеме канала и поля акустического давления на поверхностях глушителя

В данном примере расчет резонатор обеспечивает почти полное (95% по амплитуде акустического давления) отражение возбуждающего сигнала и приводит к появлению на входе в канал отраженных волн моды (2, 0) относительной амплитуды 10% и моды (0, 2) относительной амплитуды 9%. На выходе из канала имеется прошедший сигнал возбуждающей моды (0, 0) с амплитудой 5% и две рассеянные волны мод (2, 0) и (0, 2) с амплитудой 2%. От возбуждающего сигнала на входе в канал интенсивностью 106 дБ на выходе из канала остается 80 дБ, т.е. ослабление возбуждающего сигнала составляет 26 дБ.

## Заключение

Разработаны вычислительная модель и программное обеспечение, предназначенные для теоретического изучения особенностей формирования акустических полей сложной пространственной конфигурации, характерных для тех физических процессов в авиадвигателях, которые определяют проблематику воздействия авиационного шума на окружающую среду. Представленные расчетные данные демонстрируют принципиальные возможности численного моделирования применительно к изучению таких вопросов авиационной акустики, как экранирование шума всасывания двигателя элементами планера самолета, влияние слоя смещения струи на распространение шума внутренних источников двигателя через его выхлопное сопло, снижение шума двигателя с использованием различных глушителей, устанавливаемых в его проточных трактах.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ, код проекта 20-01-00100а.*

## Литература

1. Barth T.J., Jespersen D.C. The design and application of upwind schemes on unstructured meshes. 1989. 12 p. (27th Aerospace Sciences Meeting; AIAA 89-0366).
2. Горелов Ю.Н. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: Самарский университет, 2006. 47 с.
3. Baumeister K.J., Horowitz S.J. Finite element – integral acoustic simulation of JT15D turbofan engine // Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design. 1984. Vol. 106, nr 3. P. 405–413. New title: Journal of Vibration and Acoustics.
4. Contributions to the finite element solution of the fan noise radiation problem / W. Eversman, A.V. Parrett, J.S. Preisser, R.J. Silcox // Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design. 1985. Vol. 107, nr 2. P. 216–223. New title: Journal of Vibration and Acoustics.
5. Parrett A.V., Eversman W. Wave envelope and finite element approximations for turbofan noise radiation in flight // AIAA Journal. 1986. Vol. 24, nr 5. P. 753–760.
6. Horowitz S.J., Sigman R.K., Zinn B.T. An iterative finite element – integral technique for predicting sound radiation from turbofan inlets in steady flight // AIAA Journal. 1986. Vol. 24, nr 8. P. 1256–1262.
7. Осипов А.А., Ширковский И.А. Использование метода конечных элементов для расчета акустических полей в неоднородных потоках газа // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1988. Т. 28, № 3. С. 362–374.

В частности, рассмотрены особенности распространения и излучения трехмерных вращающихся модальных составляющих тонального шума, характерных для работы авиационных турбомашин (вентилятора, компрессора и турбины), и их взаимодействия с отражающими поверхностями и неоднородностями потока в элементах двигателя.

Модель применена также для расчетного исследования характеристик реактивных глушителей, представляющих собой присоединенные объемы, сообщающиеся с проточным трактом, обладающие резонансными свойствами и оказывающие резонансное подавляющее воздействие на распространяющийся в тракте звуковой сигнал.

Предложены различные схемы глушителей данного типа, обеспечивающие высокую эффективность шумоглушения.

Опыт применения модели в задачах аэроакустики показывает, что получение расчетных данных, требуемых для практических приложений, сопряжено с большими затратами вычислительных ресурсов, объемы которых должны быть существенно сокращены путем усовершенствования методов численного интегрирования уравнений газовой динамики и соответствующего программного обеспечения.

Приемлемая достоверность данных, получаемых расчетным путем, и практическая реализация обнаруженных при этом физических эффектов предполагают проведение соответствующих модельных экспериментов, подтверждающих достижимость требуемых характеристик изучаемых объектов.

- 
8. Осипов А.А. Метод конечных элементов для расчета нестационарных аэродинамических характеристик дозвуковой решетки вибрирующих профилей // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1993. Т. 33, № 6. С. 919–935.
  9. Tam C.K.W., Webb J.C. Dispersion-relation-preserving finite difference schemes for computational acoustics // Journal of Computational Physics. 1993. Vol. 107, iss. 2. P. 262–281.
  10. Hu F.Q., Hussaini M.Y., Manthey J. Low-dissipation and -dispersion Runge-Kutta schemes for computational acoustics / NASA, Institute for Computer Applications in Science and Engineering. 1994. 25 p. NASA contractor report 195022. ICASE report No. 94-102.
  11. Nallasamy M., Sutliff D.L., Heidelberg L.J. Propagation of spinning acoustic modes in turbofan exhaust ducts // Journal of Propulsion and Power. 2000. Vol. 16, nr 5. P. 736–743.
  12. Özyörük Y., Ahuja V. Numerical simulation of fore and aft sound fields of a turbofan // AIAA Journal. 2004. Vol. 42, nr 10. P. 2028–2034.
  13. Weir D.S., Bouldin B., Mendoza J.M. Static and flight aeroacoustic evaluations of a scarf inlet. 2006. (12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (27th AIAA Aeroacoustics Conference), 8–10 May 2006, Cambridge, Massachusetts; AIAA 2006-2462).
  14. Numerical method for turbomachinery tonal noise generation and radiation simulation using CAA approach / Nyukhtikov M.A., Rossikhin A.A., Sgadlev V.V., Brailko I.A. 2008. (Proceedings of ASME Turbo Expo 2008: Power for Land, Sea and Air: GT2008, June 9–13, 2008, Berlin, Germany; GT2008-51182).
  15. Osipov A.A., Reyent K.S. Numerical simulation of linear acoustic fields radiated from aeroengine inlet with acoustic treatment of the inlet duct // 16th International Congress on Sound and Vibration 2009: (ICSV 16), Krakow, Poland, 5–9 July 2009. Curran Associates, 2010. Vol. 2. P. 676–682.
  16. Stanescu D., Hussaini M.Y., Farassat F. Aircraft engine noise scattering – a discontinuous spectral element approach. 2002. 11 p. (40th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit; AIAA 2002-0800).
  17. Aleksandrov V.G., Osipov A.A. Numerical simulation of tone sound generation in plane axial turbomachinery stage // Proceedings of the Eleventh International Congress on Sound and Vibration, St. Petersburg, Russia, 5 June 2004. Saint Petersburg: Politekhnika, 2004. P. 797–804.
  18. Computational and experimental investigation of unsteady and acoustic characteristics of counter-rotating fans / Nyukhtikov M., Brailko I., Milesin V., Pankov S. 2004. (Proceedings of 2004 ASME Heat Transfer/Fluids Engineering Summer Conference, July 11–15, 2004, Charlotte, North Carolina, USA; HT-FED2004-56435).
  19. Александров В.Г., Осипов А.А. Численное моделирование нестационарного аэродинамического взаимодействия двух плоских решеток профилей // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2006. Т. 46, № 6. С. 1114–1127.
  20. Александров В.Г., Осипов А.А. Математическое моделирование звука, индуцируемого при дозвуковом обтекании взаимно движущихся решеток профилей // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2008. № 1. С. 166–179.
  21. Осипов А.А., Россихин А.А. Метод расчета нестационарного аэродинамического взаимодействия решеток в многоступенчатой турбомашине // Ученые записки ЦАГИ. 2014. Т. 45, № 2. С. 50–62.
  22. Осипов А.А., Реент К.С. Математическое моделирование распространения звука в проточном канале с импедансными стенками // Акустический журнал. 2012. Т. 58, № 4. С. 509–524.
  23. Tam C.K.W., Kurbatskii K.A. Microfluid dynamics and acoustics of resonant liners // AIAA Journal. 2000. Vol. 38, nr 8. P. 1331–1339.
  24. A numerical and experimental investigation of the dissipation mechanisms of resonant acoustic liners / C.K.W. Tam, K.A. Kurbatskii, K.K. Ahuja, R.J. Gaeta Jr. // Journal of Sound and Vibration. 2001. Vol. 245, iss. 3. P. 545–557.
  25. Мельникова О.М., Пьянков К.С. Математическое моделирование течения в звукопоглощающих конструкциях резонансного типа при наличии сносящего потока // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2012. № 3. С. 49–58.
  26. Дубень А.П., Козубская Т.К., Миронов М.А. Численное исследование резонаторов в волноводе // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2012. № 1. С. 146–156.
  27. Experimental validation of numerical simulations for an acoustic liner in grazing flow / C.K.W. Tam, N.N. Pastouchenko, M.G. Jones, W.R. Watson. 2013. (19th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference; AIAA 2013-2222).
  28. Zhang Q., Bodony D.J. Direct numerical simulation and analytical modeling of locally reacting, single degree of freedom acoustic liners with turbulent grazing flow. 2014. (20th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference; AIAA 2014-3354).
  29. Халецкий Ю.Д. Эффективность комбинированных глушителей шума авиационных двигателей // Акустический журнал. 2012. Т. 58, № 4. С. 556–562.
-



- 
30. Лапин А.Д. О распространении звука в волноводе, имеющем прямоугольные канавки на стенках // *Акустический журнал*. 1960. Т. 6, № 2. С. 237–243.
  31. Лапин А.Д. Распространение звука в волноводе, имеющем ответвления и объемные резонаторы на стенках // *Акустический журнал*. 1961. Т. 7, № 2. С. 218–223.

## References

1. Barth T.J., Jespersen D.C. The design and application of upwind schemes on unstructured meshes. 1989. 12 p. (27th Aerospace Sciences Meeting; AIAA 89-0366).
2. Gorelov Iu.N. Chislennyye metody resheniya obyknovennykh differentsial'nykh uravnenii [Numerical methods of solving ordinary differential equations]. Samara: Samarskii universitet [Samara University]. 2006. 47 p.
3. Baumeister K.J., Horowitz S.J. Finite element – integral acoustic simulation of JT15D turbofan engine // *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*. 1984. Vol. 106, nr 3. P. 405–413. New title: *Journal of Vibration and Acoustics*.
4. Contributions to the finite element solution of the fan noise radiation problem / W. Eversman, A.V. Parrett, J.S. Preisser, R.J. Silcox // *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*. 1985. Vol. 107, nr 2. P. 216–223. New title: *Journal of Vibration and Acoustics*.
5. Parrett A.V., Eversman W. Wave envelope and finite element approximations for turbofan noise radiation in flight // *AIAA Journal*. 1986. Vol. 24, nr 5. P. 753–760.
6. Horowitz S.J., Sigman R.K., Zinn B.T. An iterative finite element – integral technique for predicting sound radiation from turbofan inlets in steady flight // *AIAA Journal*. 1986. Vol. 24, nr 8. P. 1256–1262.
7. Osipov A.A., Shirkovskii I.A. Ispol'zovanie metoda konechnykh elementov dlia rascheta akusticheskikh polei v neodnorodnykh potokakh gaza [Using the finite element method for calculation of acoustic fields in nonuniform gas flows]. *Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki* [Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics]. 1988. Vol. 28, no. 3. P. 362–374.
8. Osipov A.A. Metod konechnykh elementov dlia rascheta nestatsionarnykh aerodinamicheskikh kharakteristik dozvukovoi reshetki vibriruiushchikh profilei [The finite element method for calculation of unsteady aerodynamic characteristics of subsonic row of vibrating blades]. *Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki* [Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics]. 1993. Vol. 33, no. 6. P. 919–935.
9. Tam C.K.W., Webb J.C. Dispersion-relation-preserving finite difference schemes for computational acoustics // *Journal of Computational Physics*. 1993. Vol. 107, iss. 2. P. 262–281.
10. Hu F.Q., Hussaini M.Y., Manthey J. Low-dissipation and -dispersion Runge-Kutta schemes for computational acoustics / NASA, Institute for Computer Applications in Science and Engineering. 1994. 25 p. NASA contractor report 195022. ICASE report No. 94-102.
11. Nallasamy M., Sutliff D.L., Heidelberg L.J. Propagation of spinning acoustic modes in turbofan exhaust ducts // *Journal of Propulsion and Power*. 2000. Vol. 16, nr 5. P. 736–743.
12. Özyörük Y., Ahuja V. Numerical simulation of fore and aft sound fields of a turbofan // *AIAA Journal*. 2004. Vol. 42, nr 10. P. 2028–2034.
13. Weir D.S., Bouldin B., Mendoza J.M. Static and flight aeroacoustic evaluations of a scarf inlet. 2006. (12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (27th AIAA Aeroacoustics Conference), 8–10 May 2006, Cambridge, Massachusetts; AIAA 2006-2462).
14. Numerical method for turbomachinery tonal noise generation and radiation simulation using CAA approach / Nyukhtikov M.A., Rossikhin A.A., Sgadlev V.V., Brailko I.A. 2008. (Proceedings of ASME Turbo Expo 2008: Power for Land, Sea and Air: GT2008, June 9–13, 2008, Berlin, Germany; GT2008-51182).
15. Osipov A.A., Reyent K.S. Numerical simulation of linear acoustic fields radiated from aeroengine inlet with acoustic treatment of the inlet duct // 16th International Congress on Sound and Vibration 2009: (ICSV 16), Krakow, Poland, 5–9 July 2009. Curran Associates, 2010. Vol. 2. P. 676–682.
16. Stanescu D., Hussaini M.Y., Farassat F. Aircraft engine noise scattering – a discontinuous spectral element approach. 2002. 11 p. (40th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit; AIAA 2002-0800).
17. Aleksandrov V.G., Osipov A.A. Numerical simulation of tone sound generation in plane axial turbomachinery stage // Proceedings of the Eleventh International Congress on Sound and Vibration, St. Petersburg, Russia, 5 June 2004. Saint Petersburg: Politekhnik, 2004. P. 797–804.

- 
18. Computational and experimental investigation of unsteady and acoustic characteristics of counter-rotating fans / Nyukhtikov M., Brailko I., Milesin V., Pankov S. 2004. (Proceedings of 2004 ASME Heat Transfer/Fluids Engineering Summer Conference, July 11–15, 2004, Charlotte, North Carolina, USA; HT-FED2004-56435).
  19. Aleksandrov V.G., Osipov A.A. Chislennoe modelirovanie nestatsionarnogo aerodinamicheskogo vzaimodeistviia dvukh ploskikh reshetok profilei [Numerical modeling of unsteady aerodynamic interaction of two flat blade rows]. Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki [Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics]. 2006. Vol. 46, no. 6. P. 1114–1127.
  20. Aleksandrov V.G., Osipov A.A. Matematicheskoe modelirovanie zvuka, indutsiruemogo pri dozvukovom obtekanii vzaimno dvizhushchikhsia reshetok profilei [Mathematical modeling of sound induced by subsonic flow around mutually moving blade rows]. Izvestiia RAN. Mekhanika zhidkosti i gaza [Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Fluid dynamics]. 2008. No. 1. P. 166–179.
  21. Osipov A.A., Rossikhin A.A. Metod rascheta nestatsionarnogo aerodinamicheskogo vzaimodeistviia reshetok v mnogostupenchatoi turbomashine [Calculation method for unsteady aerodynamic blade row interaction in a multistage turbomachine]. Uchenye zapiski TsAGI [TsAGI Science Journal]. 2014. Vol. 45, no. 2. P. 50–62.
  22. Osipov A.A., Reent K.S. Matematicheskoe modelirovanie rasprostraneniia zvuka v protochnom kanale s impedansnymi stenkami [Mathematical simulation of sound propagation in a flow channel with impedance walls]. Akusticheskii zhurnal [Acoustic journal]. 2012. Vol. 58, no. 4. P. 509–524.
  23. Tam C.K.W., Kurbatskii K.A. Microfluid dynamics and acoustics of resonant liners // AIAA Journal. 2000. Vol. 38, nr 8. P. 1331–1339.
  24. A numerical and experimental investigation of the dissipation mechanisms of resonant acoustic liners / C.K.W. Tam, K.A. Kurbatskii, K.K. Ahuja, R.J. Gaeta Jr. // Journal of Sound and Vibration. 2001. Vol. 245, iss. 3. P. 545–557.
  25. Mel'nikova O.M., P'iankov K.S. Matematicheskoe modelirovanie techeniia v zvukopogloshchayushchikh konstruktssiakh rezonansnogo tipa pri nalichii snosiashchego potoka [Mathematical modeling of the flow in sound-absorbing structures of the resonant type in the presence of a crossflow]. Izvestiia RAN. Mekhanika zhidkosti i gaza [Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Fluid dynamics]. 2012. No. 3. P. 49–58.
  26. Duben' A.P., Kozubskaja T.K., Mironov M.A. Chislennoe issledovanie rezonatorov v volnovode [Numerical study of resonators in a waveguide]. Izvestiia RAN. Mekhanika zhidkosti i gaza [Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Fluid dynamics]. 2012. No. 1. P. 146–156.
  27. Experimental validation of numerical simulations for an acoustic liner in grazing flow / C.K.W. Tam, N.N. Pastouchenko, M.G. Jones, W.R. Watson. 2013. (19th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference; AIAA 2013-2222).
  28. Zhang Q., Bodony D.J. Direct numerical simulation and analytical modeling of locally reacting, single degree of freedom acoustic liners with turbulent grazing flow. 2014. (20th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference; AIAA 2014-3354).
  29. Khaletskii Iu.D. Effektivnost' kombinirovannykh glushitelei shuma aviatsionnykh dvigatelei [Efficiency of combined liner for aviation engine noise reduction]. Akusticheskij zhurnal [Acoustic journal]. 2012. Vol. 58, no. 4. P. 556–562.
  30. Lapin A.D. O rasprostraneniizvuka v volnovode, imeiushchem priamougol'nye kanavki na stenkakh [On sound propagation in a waveguide with rectangular grooves in the walls]. Akusticheskij zhurnal [Acoustic journal]. 1960. Vol. 6, no. 2. P. 237–243.
  31. Lapin A.D. Rasprostraneniiezvuka v volnovode, imeiushchem otvetvleniia i ob"emnye rezonatory na stenkakh [Sound propagation in a waveguide with branches and resonators on the walls]. Akusticheskij zhurnal [Acoustic journal]. 1961. Vol. 7, no. 2. P. 218–223.

*Материалы получены редакцией 13.07.2020*