

Математическое моделирование процессов нарушения устойчивости течения в ГТД

Краснов С.Е.

Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова, г. Москва

Приведено описание математической модели ГТД, предназначенной для расчета процессов, связанных с нарушением устойчивости течения в неравномерном поле давления и температуры. Применение разработанных алгоритмов на практике дает не только количественные характеристики устойчивости, но и предоставляет теоретическую основу для выработки мероприятий по обеспечению устойчивости или работоспособности двигателя в составе силовой установки летательного аппарата. Приведены примеры исследования эффективности адаптивной системы управления ГТД под воздействием неоднородности полного давления. Рассмотрены некоторые особенности нарушения устойчивости течения в силовой установке при воздействии температурных возмущений во внешнем потоке. В математической модели ГТД рассмотрена эффективность применения защиты двигателя от помпажа.

Ключевые слова: математическое моделирование, нестационарные газодинамические процессы, момент инерции ступеней, компрессор, турбина, внешнее возмущение

Mathematical modeling of the processes of flow stability disruption in GTE

Krasnov S.E.

CIAM, Moscow

A description of the mathematical model of GTE is provided, which is used to calculate processes associated with the disruption of flow stability in a non-uniform pressure and temperature field. The use of the developed algorithms in practice offers not only quantitative stability characteristics, but also a theoretical foundation for the development of measures to ensure the engine's stability or operability as part of the aircraft's propulsion system. Research examples of the effectiveness of the GTE adaptive control system influenced by total pressure non-uniformity are given. Some features of the flow stability disruption in the propulsion system influenced by temperature disturbances in the external flow are considered. The effectiveness of engine surge protection is considered in the GTE mathematical model.

Keywords: mathematical modeling, unsteady gas dynamic processes, inertia moment of stages, compressor, turbine, external disturbance

Введение

Методы математического моделирования рабочего процесса в авиационном газотурбинном двигателе (ГТД) с учетом действующих эксплуатационных факторов имеют довольно длительную историю. Если не рассматривать эти методы подробно, то достаточно выделить некоторые общие подходы, использованные при их разработке:

– весь газоздушный тракт двигателя (или его часть) разделяется на ряд ячеек, сопряженных между

собой условием равенства параметров в общем сечении входа-выхода;

– в зависимости от решаемой задачи одна ячейка содержит какой-либо характерный элемент двигателя: компрессор, камеру сгорания, канал наружного контура и т.д. (или часть элемента, например ступень или венец компрессора);

– для каждой выбранной ячейки применяются уравнения газовой динамики в форме законов сохранения, в большинстве случаев в одномерной стационарной постановке.

Принимаемые при построении метода допущения определяют область решаемых задач. В общем случае получаемая в результате моделирования система дифференциальных уравнений либо преобразуется в систему нелинейных алгебраических уравнений, подлежащую численному решению, либо численно интегрируется по времени. Второй способ используется как для расчета переходных процессов в двигателе, так и для поиска стационарного решения, т.е. фактически для решения алгебраических уравнений.

В соответствии с принятыми допущениями, методами решения и назначением среди математических моделей, предназначенных для расчета нестационарного течения в двигателе, можно выделить два основных класса:

- относительно низкочастотные модели (называемые также динамическими), учитывающие основные свойства двигателя и элементов системы автоматического управления. Такие модели используются для решения задач управления: выбора программ и алгоритмов регулирования, расчета изменения параметров двигателя в процессе приемистости и сброса тяги. Как частный случай могут быть рассчитаны и стационарные высоко-скоростные характеристики двигателя;

- модели, предназначенные для расчета нестационарных газодинамических процессов в двигателе и обеспечивающие расчет параметров течения до частоты порядка 100 Гц. Свойства системы автоматического управления если и учитываются, то в упрощенной форме. По сравнению с предыдущими моделями большее внимание уделяется внешним возмущениям параметров течения. В первую очередь эти модели используются для расчета влияния эксплуатационных факторов на газодинамическую устойчивость работы двигателя.

Специфика задач, связанных с расчетом нарушения устойчивости течения в ГТД под воздействием эксплуатационных факторов, выставляет определенные требования к математическому методу, предназначенному для моделирования. Эти требования сводятся к следующему:

- расчет параметров нестационарного течения в тракте двигателя до частоты порядка 80...100 Гц (верхний предел эффективного диапазона частот колебаний, влияющих на газодинамическую устойчивость двигателя средних размеров), как минимум в двухмерной постановке, что необходимо для учета пространственного характера входных возмущений;

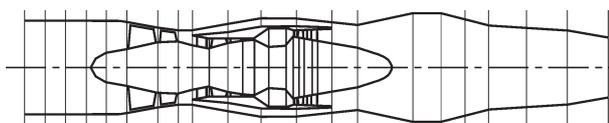


Рис. 1. Пример расчетной области для двухконтурного двигателя

- максимально полное описание управления двигателем и динамических свойств элементов системы автоматического управления.

Эти требования носят довольно противоречивый характер и на сегодняшний день вряд ли могут быть удовлетворены в рамках одной математической модели. В настоящей работе дается полное описание математической модели второго вида. Математическая модель системы автоматического управления (САУ) интегрируется с моделью устойчивости по мере необходимости в зависимости от конкретного содержания задачи и типа двигателя.

Математическое моделирование нестационарного неравномерного течения в тракте ГТД

Исходные уравнения и расчетная сетка. Расчетная область включает кольцевой газовый тракт турбореактивного двигателя и входной канал переменного сечения. В первом сечении канала полагаются заданными все необходимые входные граничные условия. Выходные граничные условия выставляются на срезе реактивного сопла. Пример расчетной области для двухконтурного двигателя приведен на рис. 1.

Система координат цилиндрическая, т.е. включает два направления: тангенциальное (u), совпадающее с направлением вращения ротора, и осевое (x) (течение полагается осредненным по радиусу). Расчетная сетка создается делением расчетной области на ряд последовательных элементов с помощью поверхностей, перпендикулярных оси двигателя. В тангенциальном направлении весь газоздушный тракт также разделяется на несколько одинаковых сегментов, боковые поверхности которых совпадают с поверхностями тока. Таким образом, одна расчетная ячейка представляет собой участок кольцевого (или цилиндрического) канала, на верхней и нижней границах которого используется условие непротекания. Одна ячейка может содержать один лопаточный венец, ступень или группу ступеней компрессора, зону горения, сопловой аппарат или турбину в целом и т.д. Силовое и энергетическое взаимодействие течения и элементов двигателя с подводом или отводом энергии моделируется включением в правую часть уравнений газовой динамики источниковых членов, описываемых характеристиками. К каждой выделенной таким образом расчетной ячейке применяются уравнения неразрывности, импульса в проекции на осевое и тангенциальное направления, энергии в интегральной форме:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV = - \oint_V \rho (\bar{c} d\bar{S}) \int_V g dV;$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \bar{c} dV &= -\oint \rho \bar{c} (\bar{c} d\bar{S}) - \oint p_n d\bar{S} + \int_V \bar{f} dV + \int_V \bar{c} g dV; \\ \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \left(C_v T + \frac{c^2}{2} \right) dV &= -\oint \rho \left(C_p T + \frac{c^2}{2} \right) (\bar{c} d\bar{S}) + \\ &+ \int_V q dV + \int_V n dV + \int_V \left(C_p T + \frac{c^2}{2} \right) g dV. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь \bar{f} – распределенная по объему сила, действующая на поток со стороны элементов двигателя; g, q, n – интенсивность источников (стоков) массы, тепла и механической энергии соответственно. В членах, отражающих наличие источников массы, полная энтальпия и скорость соответствуют параметрам основного течения в том случае, когда масса выносятся из объема, и параметрам дополнительного газа, когда он поступает извне.

Расчетные ячейки могут содержать в себе различные элементы двигателя: группу ступеней или ступень компрессора, турбину, участок канала и т.д. Размеры ячеек, расчетная сетка определяются решаемой задачей и теми допущениями, которые будут применяться при построении расчетной схемы.

При моделировании воздействия на работу двигателя сильных возмущений (как внешних, так и внутридвигательных) необходимо учесть возможность значительного изменения частоты вращения роторов вследствие дисбаланса работы на валу турбины и работы, затраченной на сжатие в компрессоре. В самом общем виде уравнение сохранения механической энергии для вала, приводимого во вращение турбиной, и со ступенями компрессора, соединенными с ним через редукторы, может быть записано в следующей дифференциальной форме:

$$dA_T = \sum_i dA_{ki} + d \left(\sum_i \frac{I_i \omega_{ki}^2}{2} \right) + d \left(\frac{I_T \omega_T^2}{2} \right),$$

где ω_{ki} – циклическая частота вращения группы ступеней компрессора; I_i – момент инерции группы ступеней и участков вала, вращающихся с частотой ω_{ki} ; ω_T – частота вращения турбины; I_T – момент инерции турбины и участка вала, вращающегося с частотой ω_T .

Таким образом, изменение полезной работы турбины приводит к изменениям затраченной работы в компрессоре и энергии вращения механической системы (без учета потерь на трение).

С учетом того, что по отношению к частоте вращения турбины ступени компрессора, приводимые в движение через редуктор, вращаются со скоростью $\omega_{ki} = \alpha_i \omega_T$, где α_i – передаточное число, а мощность $L = dA/dt$, уравнение баланса работы принимает вид

$$\omega_T \frac{d\omega_T}{dt} \left(I_T + \sum_i \alpha_i^2 I_{ki} \right) = L_T - \sum_i L_{ki}. \quad (2)$$

Помимо уравнений моментов, система (1) может быть дополнена системой обыкновенных дифференциальных уравнений, моделирующей работу системы автоматического управления двигателем, или алгебраическими соотношениями, описывающими в явном виде нестационарное изменение управляющих воздействий (регулирующих факторов), например таких, как подача топлива камеры сгорания, положение створок реактивного сопла, вдув или выпуск воздуха из проточной части, поворот лопаток регулируемых направляющих аппаратов компрессоров и т.д.:

$$\frac{d\bar{Y}}{dt} = \bar{f}(t, \bar{X}, \bar{Y}, p_{вх}^*, T_{вх}^*, \alpha_{руд}). \quad (3)$$

Здесь \bar{Y} – вектор регулирующих факторов; \bar{X} – вектор нестационарных параметров течения в узлах расчетной сетки, получаемый из интегрирования системы (1).

Для замыкания системы (1) используется уравнение состояния совершенного газа: $p = \rho RT$.

При построении модели применяют следующие допущения:

- газ невязкий в тех элементах двигателя, где вязкость не учитывается заданием реальных характеристик. Характеристики (так называемые правые ветви) могут получаться либо полностью расчетным путем, либо из идентифицированного с экспериментальными данными расчета, либо полностью из эксперимента. Описание характеристик в неустойчивой области (в левых ветвях) проводится на основе обобщений известных экспериментальных данных;

- характеристики элементов двигателя квазистационарны, что обеспечивает возможность расчета до частоты порядка 100...150 Гц;

- тангенциальная протяженность расчетной ячейки значительно превышает размер межлопаточного канала;
- течение осреднено по радиусу, т.е. двумерно, во всей расчетной области;

- в расширяющейся части сверхзвукового сопла течение одномерно.

Расчетная схема. Аппроксимация уравнений газовой динамики на расчетную сетку проводится по методу, представляющему собой один из вариантов явной схемы сквозного счета Годунова, обеспечивающей первый порядок аппроксимации по пространству. Величины, используемые в расчетной схеме, выделим в две группы. Первая группа содержит величины, характеризующие расчетную ячейку в целом: ее объем, массу находящегося в ней газа, среднюю плотность и т.д. Эти величины будут обозначаться дробными индексами. Например, $p_{i+1/2, j+1/2}$ – давление в ячейке с номером i вдоль оси расчетной области и с номером j по окружности. Величины второй группы относятся к границе ячейки и обозначаются целым индексом. Так, $S_{i+1/2, j}$ – пло-

щадь боковой поверхности, т.е. границы между двумя соседними по окружности ячейками, находящимися за i -м сечением по оси расчетной области. Таким образом, если расчетная сетка состоит из n ячеек по длине двигателя и из m по окружности, то $1 \leq i \leq n + 1$ и $1 \leq j \leq m$.

Состояние газа в каждой расчетной ячейке будем характеризовать его массой, составляющими импульса и полной энергией:

$$M = \int_V \rho dV; \quad X = \int_V \rho c_x dV;$$

$$U = \int_V \rho c_u dV; \quad E = \int_V \rho \left(C_V T + \frac{c^2}{2} \right) dV.$$

С использованием этих величин система (1) может быть преобразована в систему обыкновенных дифференциальных уравнений относительно средних в ячейке осевой и тангенциальной проекций вектора скорости, температуры и давления:

$$\frac{dc_{x(i+1/2, j+1/2)}}{dt} = \left(\frac{X_t - c_x M_t}{\rho V} \right)_{i+1/2, j+1/2};$$

$$\frac{dc_{u(i+1/2, j+1/2)}}{dt} = \left(\frac{U_t - c_u M_t}{\rho V} \right)_{i+1/2, j+1/2};$$

$$\frac{dT_{i+1/2, j+1/2}}{dt} =$$

$$= \frac{1}{C_V V} \left[E_t - M_t \left(C_V T - \frac{c^2}{2} \right) - c_x X_t \right]_{i+1/2, j+1/2};$$

$$\frac{dp_{i+1/2, j+1/2}}{dt} = \left(\frac{RT M_t}{V} \right)_{i+1/2, j+1/2} + \left(R \rho \frac{dT}{dt} \right)_{i+1/2, j+1/2}. \quad (4)$$

Здесь X_t , U_t , M_t , E_t – производные от, соответственно, осевого и тангенциального импульсов газа в ячейке, его массы и энергии; c_x , c_u – осевая и тангенциальная составляющая скорости; V – объем ячейки; R – газовая постоянная; C_V – теплоемкость газа при постоянном объеме. Дробный индекс означает средние в ячейке величины.

Для вычисления производных M_t , E_t , X_t , U_t , иными словами правых частей системы (1), необходимо определить переменные c_x , c_u , ρ и T (или другой набор) на границах ячейки, для чего используется процедура расчета параметров после распада произвольного разрыва, образованного отличием нестационарных параметров в центрах расчетных ячеек. Схемы такого рода широко и продуктивно применяют в расчетах течений газа. В настоящей работе использована схема первого порядка аппроксимации по пространственным координатам, что обусловлено классом решаемых задач. Характерные частоты, на которых происходит потеря устойчивости течения (частота помпажа), находятся в диапазоне 8...20 Гц, что в акустическом приближении дает оценку

длины волны колебаний примерно 20...40 м. Этот диапазон на два порядка превышает характерный размер расчетной ячейки, представляющей собой несколько ступеней компрессора. Соответственно, это соображение обуславливает и допустимость использования стационарных характеристик для описания так называемых источников членов в уравнениях газовой динамики.

Аппроксимация уравнений газовой динамики. В ячейках с вращающимися и неподвижными лопаточными венцами (компрессор и турбина) или содержащих такие элементы конструкции, как силовые стойки, тангенциальное взаимодействие соседних ячеек возможно только в осевых зазорах, составляющих 10...20% общей боковой площади. Для учета этого обстоятельства вводится понятие проницаемости боковой поверхности ($\xi_{i+1/2}$), представляющей собой долю, приходящуюся на межвенцовые зазоры. Внутри же лопаточных венцов тангенциальная составляющая скорости

$$c_{u(i+1/2, j)} = c_{x(i+1/2, j)} \operatorname{ctg} \alpha_{i+1/2, j},$$

где $\alpha_{i+1/2, j}$ – угол между направлением скорости в абсолютном движении и плоскостью вращения. Угол $\alpha_{i+1/2, j}$ в свою очередь, полностью определяется режимом работы двигателя и его геометрией.

Средний по группе ступеней угол потока вдоль поверхности $S_{i+1/2}$ может быть оценен по треугольникам скоростей:

$$\operatorname{ctg} \alpha_{i+1/2, j}(t) =$$

$$= \frac{1}{4} (\operatorname{ctg} \alpha_{1(i+1/2)} - 2 \operatorname{ctg} \beta_{2(i+1/2)} + \operatorname{ctg} \alpha_{4(i+1/2)}) +$$

$$+ \frac{1}{2} \left[u_{i+1/2}(t) / c_{x(i+1/2, j)} \right]. \quad (5)$$

Здесь $\alpha_{1(i+1/2)}$, $\beta_{2(i+1/2)}$ и $\alpha_{4(i+1/2)}$ – постоянные, определяемые с точностью до углов отставания формой профилей и углами их установки; $u_{i+1/2}$ – средняя по ячейке окружная скорость рабочих колес; $c_{x(i+1/2, j)}$ – осевая составляющая скорости по поверхности $S_{i+1/2, j}$. Индекс 1 означает сечение на входе рабочего колеса, индекс 2 – сечение на выходе рабочего колеса и на входе направляющего аппарата, 4 – на выходе направляющего аппарата.

Аппроксимация на границы расчетной ячейки правых частей системы (1) без включения членов, отражающих наличие источников массы, дает следующие выражения для производных количеств массы, энергии и составляющих импульса:

$$M_{t(i+1/2, j+1/2)} = (\rho c_x S)_{i, j+1/2} - (\rho c_x S)_{i+1, j+1/2} -$$

$$- \left\{ [\cos \alpha_0 - (1 - \xi) \sin \alpha_0 \operatorname{ctg} \alpha_j] (\rho c_x S)_j - \right.$$

$$- [\cos \alpha_0 - (1 - \xi) \sin \alpha_0 \operatorname{ctg} \alpha_{j+1}] (\rho c_x S)_{j+1} -$$

$$\left. - \xi \sin \alpha_0 [(\rho c_u S)_j - (\rho c_u S)_{j+1}] \right\}_{i+1/2};$$

$$\begin{aligned}
X_{t(i+1/2, j+1/2)} = & \left[(\rho c_x^2 S)_i - (\rho c_x^2 S)_{i+1} + (pS)_i - \right. \\
& - (pS)_{i+1} + p_{i+1/2} (S_{i+1} - S_i) \Big]_{j+1/2} - \\
& - \left\{ [\cos \alpha_0 - (1 - \xi) \sin \alpha_0 \operatorname{ctg} \alpha_j] (\rho c_x^2 S)_j - \right. \\
& - [\cos \alpha_0 - (1 - \xi) \sin \alpha_0 \operatorname{ctg} \alpha_{j+1}] (\rho c_x^2 S)_{j+1} - \\
& - \xi \sin \alpha_0 [(\rho c_u c_x S)_j - (\rho c_u c_x S)_{j+1}] - \\
& \left. - \xi \cos \alpha_0 [(pS)_j - (pS)_{j+1}] \right\}_{i+1/2} + F_{x(i+1/2, j+1/2)};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U_{t(i+1/2, j+1/2)} = & \left[(\rho c_u c_x S)_i - (\rho c_u c_x S)_{i+1} \right]_{j+1/2} - \\
& - \left\{ (1 - \xi) \operatorname{ctg} \alpha_j (\cos \alpha_0 - \sin \alpha_0 \operatorname{ctg} \alpha_j) (\rho c_x^2 S)_j - \right. \\
& - (1 - \xi) \operatorname{ctg} \alpha_{j+1} (\cos \alpha_0 - \sin \alpha_0 \operatorname{ctg} \alpha_{j+1}) (\rho c_x^2 S)_{j+1} - \\
& - \xi \sin \alpha_0 [(\rho c_u^2 S)_j - (\rho c_u^2 S)_{j+1}] + \\
& + \xi \cos \alpha_0 [(\rho c_u c_x S)_j - (\rho c_u c_x S)_{j+1}] - \\
& \left. - \xi \sin \alpha_0 [(pS)_j - (pS)_{j+1}] \right\}_{i+1/2} + F_{u(i+1/2, j+1/2)};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{t(i+1/2, j+1/2)} = & (\rho c_x S C_p T^*)_{i, j+1/2} - (\rho c_x S C_p T^*)_{i+1, j+1/2} + \\
& + \left\{ (1 - \xi) (\sin \alpha_0 \operatorname{ctg} \alpha_j - \cos \alpha_0) (\rho c_x S C_p T^*)_j - \right. \\
& - (1 - \xi) (\sin \alpha_0 \operatorname{ctg} \alpha_{j+1} - \cos \alpha_0) (\rho c_x S C_p T^*)_{j+1} - \\
& - \xi \cos \alpha_0 [(\rho c_x S C_p T^*)_j - (\rho c_x S C_p T^*)_{j+1}] + \\
& \left. + \xi \sin \alpha_0 [(\rho c_u S C_p T^*)_j - (\rho c_u S C_p T^*)_{j+1}] \right\}_{i+1/2} + \\
& + Q_{i+1/2, j+1/2} + N_{i+1/2, j+1/2}. \quad (6)
\end{aligned}$$

Здесь $\alpha_{0(i+1/2)}$ означает исходный угол между средним направлением скорости в ячейке и плоскостью вращения, который может быть определен по (5); F_x , F_u – интегралы от составляющих распределенной силы, действующей на поток со стороны элементов двигателя; N – мощность этой силы; Q – подводимое в единицу времени тепло. Вычисление этих величин проводится на основе известных характеристик.

Если в компрессоре имеется регулируемый направляющий аппарат (РНА), выделенный в одну расчетную ячейку, то в (6) проекция уравнения Эйлера на тангенциальное направление заменяется уравнением

$$\begin{aligned}
U_{t(i+1/2, j+1/2)} = & \operatorname{ctg} \alpha_{\text{РНА}} X_{t(i+1/2, j+1/2)} + \\
& + (V \rho c_x)_{i+1/2, j+1/2} \frac{d \operatorname{ctg} \alpha_{\text{РНА}}}{dt},
\end{aligned}$$

где $\alpha_{\text{РНА}}(t)$ – заданный закон регулирования.

Ячейки, в которых осуществляется подвод или отвод механической энергии (компрессор и турбина), описываются зависимостями степени повышения температуры (θ), давления (π) и температуры торможения (θ^*) от критериев подобия, характеризующих скорость газа (λ , $q(\lambda)$ или $G_{\text{пр}}$) на входе и выходе и скорость вращения ($n_{\text{пр}}$ или M_u). Эти величины несложно определить,

если известны общепринятые характеристики в виде $\pi^*(\lambda_1, n_{\text{пр}})$, $\eta_{\text{ад}}^*(\lambda_1, n_{\text{пр}})$ или $\eta_{\text{пол}}^*(\lambda_1, n_{\text{пр}})$. В тех ячейках, на входе в которые возможно отклонение скорости от исходного направления из-за поворота регулируемых направляющих аппаратов или растекания неравномерного по окружности потока, характеристики зависят также и от угла $\alpha_{\text{вх}}(t)$.

Для учета рассогласования входных и выходных условий работы группы ступеней компрессора или турбины в нестационарном потоке характеристики полагаются зависящими от значений коэффициентов скорости на входе и выходе, т.е. в виде двух наборов функций от $(\lambda_{i, j+1/2}, n_{\text{пр}(i, j+1/2)}, \alpha_{i, j+1/2})$ и $(\lambda_{i+1, j+1/2}, n_{\text{пр}(i, j+1/2)}, \alpha_{i, j+1/2})$. Поскольку силовое и энергетическое воздействие на поток со стороны элементов двигателя принято квазистационарным, то из (6) следуют выражения для действующей на поток силы и ее мощности:

$$\begin{aligned}
F_{x \text{вх}(i+1/2, j+1/2)} = & \\
= & \left[(\rho c_x^2 S)_i \left(\frac{\pi_{\text{вх}}}{\theta_{\text{вх}}} - 1 \right) + p_i S_i \left(\frac{S_{i+1}}{S_i} \pi_{\text{вх}} - 1 \right) \right]_{j+1/2};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_{x \text{вых}(i+1/2, j+1/2)} = & \\
= & \left[(\rho c_x^2 S)_{i+1} \left(1 - \frac{\theta_{\text{вых}}}{\pi_{\text{вых}}} \right) + p_{i+1} S_{i+1} \left(1 - \frac{S_i}{S_{i+1}} \frac{1}{\pi_{\text{вых}}} \right) \right]_{j+1/2};
\end{aligned}$$

$$F_{x(i+1/2, j+1/2)} = \frac{1}{2} (F_{x \text{вх}(i+1/2, j+1/2)} + F_{x \text{вых}(i+1/2, j+1/2)});$$

$$\begin{aligned}
F_{u(i+1/2, j+1/2)} = & \\
= & (\rho c_x S)_{i+1/2, j+1/2} \left(\frac{2 T^* C_p \theta^* - 1}{u \theta^* + 1} \right)_{i+1/2, j+1/2} + \\
& + (\rho c_x S)_{i+1/2, j+1/2} \left[z_{i+1/2} c_{x(i+1/2, j+1/2)} \times \right. \\
& \left. \times (\operatorname{ctg} \alpha_{4(i+1/2)} + \operatorname{ctg} \beta_{2(i+1/2)}) - z_{i+1/2} u_{i+1/2} \right];
\end{aligned}$$

$$\theta^* = \frac{1}{2} (\theta_{\text{вх}}^* + \theta_{\text{вых}}^*);$$

$$N_{\text{вх}(i+1/2, j+1/2)} = (\rho c_x^2 S C_p T^*)_i (\theta_{\text{вх}}^* - 1)_{j+1/2};$$

$$N_{\text{вых}(i+1/2, j+1/2)} = (\rho c_x^2 S C_p T^*)_{i+1} \left(1 - \frac{1}{\theta_{\text{вых}}^*} \right)_{j+1/2};$$

$$N_{i+1/2, j+1/2} = \frac{1}{2} (N_{\text{вх}(i+1/2, j+1/2)} + N_{\text{вых}(i+1/2, j+1/2)}). \quad (7)$$

Здесь индексы «вх» и «вых» обозначают нестационарные значения, получаемые из характеристик, построенных по входным и выходным параметрам течения; z – число ступеней в ячейке; $u_{i+1/2}$ – средняя по группе ступеней скорость вращения.

При получении выражения для тангенциальной составляющей силы она представлялась в виде суммы двух компонент, описывающих воздействие со стороны вра-

щающихся и неподвижных венцов, т.е. $F_u = F_{uPK} + F_{uHA}$. Если использовать, как и в (5), принятые в компрессоростроении обозначения сечений ступени, то получаем

$$F_{uHA} = \sum_{l=1}^z \tilde{G}_l (c_{u4} - c_{u2})_l = \sum_{l=1}^z \tilde{G}_l (c_{x4} \text{ctg } \alpha_4 - c_{x2} \text{ctg } \alpha_2)_l;$$

$$F_{uPK} = \sum_{l=1}^z \tilde{G}_l (c_{u2} - c_{u1})_l = \frac{2\tilde{G}C_p \tilde{T}^*}{\tilde{u}} \frac{\theta^* - 1}{\theta^* + 1}.$$

Эти соотношения могут применяться к ячейкам, содержащим и компрессор, и турбину. Во втором случае обычные характеристики турбины в виде степеней понижения параметров потока приводятся к компрессорному виду, т.е. к зависимостям от критериев подобия величин T_2^*/T_1^* , T_2/T_1 , p_2/p_1 .

Необходимые для уравнения моментов сил (2), действующих на каждый ротор двигателя, величины работы компрессора и турбины определяются суммированием по группам расположенных на одном валу ступеней параметров, реализующихся в расчете нестационарного течения.

Воздействие на течение в ячейках без подвода энергии, но с гидравлическими потерями, может быть описано путем задания $\theta^* = 1$ и $\pi^* = \sigma(\lambda)$, где σ – коэффициент восстановления полного давления. Если в такую ячейку выделяется участок канала с расположенными под углом к оси конструктивными (силовыми) стойками или с одним направляющим аппаратом, то поток в ячейке обладает начальным количеством движения в тангенциальном направлении. Сила, действующая в этом направлении в нестационарном процессе, может быть вычислена по соотношению

$$F_{u(i+1/2, j+1/2)} = 2(\rho c_x^2 S)_{i+1/2, j+1/2} \times$$

$$\times \frac{(S_{i+1} \theta_{j+1/2} / S_i \pi_{j+1/2}) \text{ctg } \alpha_i - \text{ctg } \alpha_{i+1}}{S_{i+1} \theta_{j+1/2} / S_i \pi_{j+1/2} + 1}.$$

Тепло, подводимое к газу в камере сгорания, представляется следующим образом:

$$Q = H_u \eta_z G_T - C_T (T_2 - T_0) G_T,$$

где H_u – теплотворная способность топлива; η_z – полнота сгорания; C_T – эффективная удельная теплоемкость топлива, учитывающая затраты тепла на нагревание от температуры T_0 и испарение; G_T – расход топлива; T_2 – температура газа на выходе камеры.

Процесс горения описывается также в квазистационарном приближении путем задания характеристик камеры, основанных на аппроксимации экспериментальных данных [1]:

$$\eta_z = (1 - e^{-\alpha_n})(1 - e^{-1,5 \cdot 10^{-5} \bar{p}});$$

$$C_T = (C_T)_{T_2=1500} \sqrt{T_2 / 1500}.$$

Окончательно вычисляется

$$Q_{i+1/2} = \left[(1 - e^{-\alpha_n(i+1/2)})(1 - e^{-1,5 \cdot 10^{-5} \bar{p}_{i+1/2}}) H_u - \right.$$

$$\left. - (C_T)_{T_2=1500} \sqrt{T_{i+1} / 1500} (T_{i+1} - T_0) \right] G_{T(i+1/2)}.$$

Выпуск (или вдув) воздуха из проточной части двигателя моделируется включением в правую часть системы (1) членов, отражающих наличие стоков (или, соответственно, источников) массы. Выпускаемый воздух поступает в некую магистраль (например, в другой участок тракта двигателя) через отверстия заданной площади, а расход воздуха в каждой ячейке определяется по обобщенной характеристике дросселя [2]:

$$q^2(\lambda) = 1 - \exp\left(-\frac{\pi_{др}^*(i+1/2) - 1}{0,22}\right),$$

где $\pi_{др}^*(i+1/2) = p_{i+1/2}^* / p$ – отношение полного давления в проточной части к давлению в магистрали.

Входные и выходные граничные условия. В качестве входных граничных условий используются параметры газа, втекающего в расчетную область: полное давление (p^*) и температура торможения (T^*). Если на входе поток сверхзвуковой, то необходимо определить еще один параметр, характеризующий скорость течения, например число Маха. В случае, когда на входной границе $M < 1$, для замыкания системы уравнений используется левый инвариант Римана, вычисленный по средним по объему параметрам потока в первой ячейке расчетной области.

На выходной границе расчетной области (критическое сечение реактивного сопла) задается атмосферное давление ($p_{атм}$). В расчетной ячейке с номером n , непосредственно примыкающей к выходному сечению, газ характеризуется параметрами p_n , ρ_n и u_n – средними по объему статическим давлением, плотностью и скоростью потока соответственно. Для получения картины истечения газа из расчетной области применяется процедура, описанная в [3]: если $p_n < p_{атм}$, то параметры потока определяются из соотношения Римана, в противном случае применяются соотношения на адиабате Гюгонио.

В процессе расчета нестационарного течения проводится анализ направления скорости потока в первой ячейке: если осевая составляющая скорости становится отрицательной, то вход превращается в выход. Иными словами, если возникающий в компрессоре обратный ток оказывается настолько сильным, что распространяется до сечения входа в расчетную область, то на входе используются соотношения для выходного граничного условия. **Характеристики групп ступеней компрессора и турбины.** При решении задач об устойчивости течения в газовых системах с компрессором необходимо задание характеристик его элементов не только в устойчи-

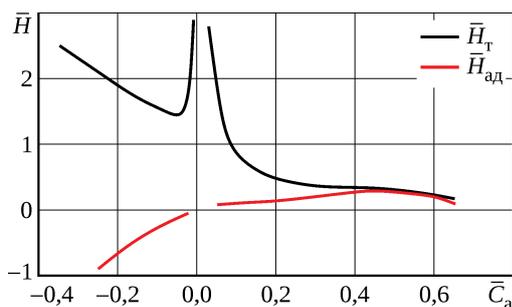


Рис. 2. Полная характеристика ступени осевого компрессора: коэффициенты затраченной (\bar{H}_T) и адиабатической ($\bar{H}_{ад}$) работы

вой области, но и за границей устойчивости, определенной в стендовых условиях в отсутствие возмущающих воздействий. Анализ протекания характеристик ступеней компрессора при величине расхода воздуха ниже значения расхода на границе устойчивости и обобщение отечественных и зарубежных экспериментальных данных были выполнены ранее Л.И. Семерняком. Результаты этих работ изложены в [4]. В настоящей статье приведем только общий вид полной характеристики ступени осевого компрессора во всем диапазоне изменения коэффициента расхода воздуха, возможном при потере устойчивости (рис. 2).

Нарушение устойчивости. В качестве критерия потери устойчивости используется условие возникновения больших отрицательных производных давления за КВД:

$$\frac{1}{T_{оср}} \frac{\Delta p_k}{\tilde{p}_k} < -D, \quad (8)$$

где $T_{оср}$ – время осреднения, применяемое для вычисления нестационарного давления по тракту компрессора; D – положительная константа, зависящая от скорости протекания газодинамических процессов и определяемая в первую очередь размерностью ГТД. Константа обычно подбирается опытным путем, например для исследуемого двигателя $D=7$. Алгоритм такого типа заложен в реальные системы регистрации помпажа. В случае выполнения неравенства (8) течение полагается неустойчивым. При решении задачи поиска предельных уровней внешних возмущений процесс расчета нестационарного течения прекращается, в противном случае продолжается расчет процессов после потери

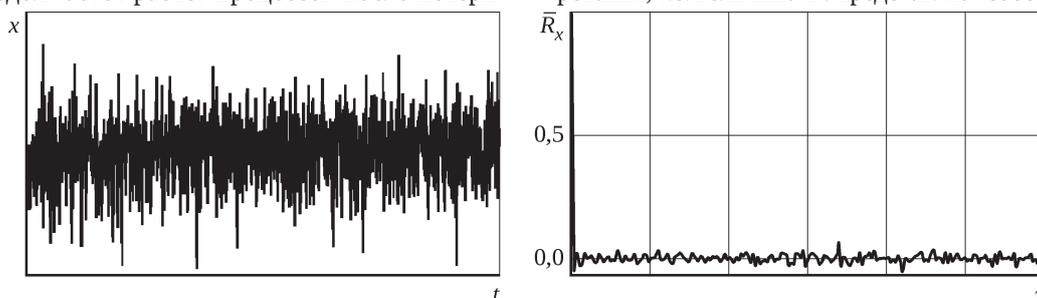


Рис. 3. Случайный процесс на выходе программного генератора

устойчивости, а управление двигателем может быть передано системе ликвидации неустойчивости и восстановления режима.

Входные возмущения полного давления и температуры торможения задаются в первом сечении расчетной области в виде явных функций времени и окружной координаты.

Численное моделирование поля полного давления на входе

Важной составной частью математической модели является специальное численное моделирование случайного поля полного давления по его основным параметрам, определяющим воздействие входной неоднородности на устойчивость работы двигателя.

Интегральный временной масштаб. Измерения пульсаций полного давления в каналах натуральных и модельных воздухозаборников показывают, что автокорреляционная функция пульсаций с достаточной для практики точностью может быть аппроксимирована экспоненциальной функцией

$$\bar{R}(\tau) = \exp\left(-\frac{\Delta\tau}{\tau_E}\right),$$

где τ_E – интегральный временной масштаб пульсаций.

Для моделирования входных пульсаций полного давления такого вида с помощью программного датчика нормального белого шума сначала генерируется последовательность случайных чисел x_i (рис. 3). Затем по заданной величине интегрального масштаба этот процесс трансформируется к процессу y_i с экспоненциальной автокорреляционной функцией. Для этого применяется следующее преобразование (см., например, [5]):

$$y_{i+1} = \sqrt{1-b^2} x_{i+1} + b y_i; \quad b = \exp\left(-\frac{\Delta\tau}{\tau_E}\right).$$

Здесь x_i – исходный дельта-коррелированный процесс (белый, точнее, розовый шум); $\Delta\tau$ – шаг дискретизации процесса.

Эта процедура проводится на каждом шаге интегрирования, т.е. величина $\Delta\tau$ представляет собой шаг интег-

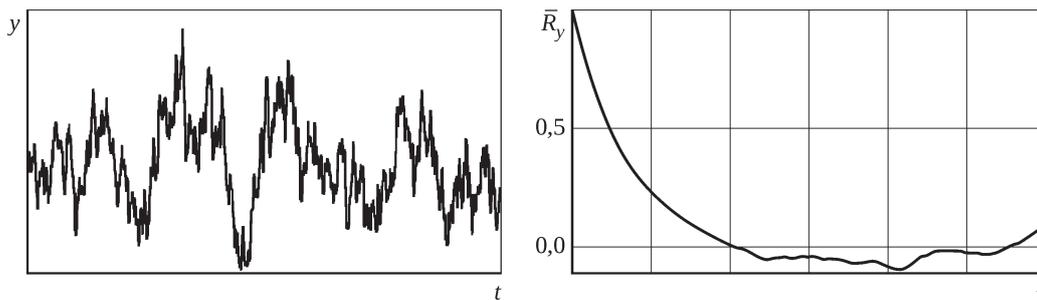


Рис. 4. Случайный процесс после преобразования

рирования системы уравнений (6). Получаемый в результате процесс имеет вид, представленный на рис. 4.

Пространственный (тангенциальный) масштаб. В математическом плане тангенциальный масштаб определяется следующим образом:

$$\Delta\varphi = \int_0^{2\pi} \bar{R}_{xy}(\tau, \varphi) d\varphi,$$

где $\bar{R}_{xy}(\tau, \varphi)$ – взаимная корреляционная функция между пульсациями в точках сечения, разнесенных на угол φ . Физически величина масштаба характеризует размер зоны, в которой пульсации можно полагать приблизительно одномерными. Обычно она составляет $30 \dots 60^\circ$. Моделирование этого параметра производится специальным подбором числа ячеек (m) расчетной сетки в окружном направлении исходя из условия, что $m \approx 360^\circ / \Delta\varphi$. Далее задача моделирования сводится к созданию m случайных процессов, полностью некоррелированных между собой, и их использованию в качестве входного граничного условия.

Интенсивность пульсаций. Каждая из m случайных последовательностей масштабируется в соответствии с требуемым тангенциальным распределением интенсивности (среднеквадратического значения) пульсаций. **Стационарная окружная неравномерность** добавляется к случайным последовательностям в виде отличного от нуля математического ожидания.

Система автоматического управления

Программная реализация математической модели нестационарного неравномерного течения в тракте ГТД предполагает интеграцию с математическими моделями различных систем автоматического управления вида (3). В то же время в рамках программного комплекса для расчета процессов нарушения устойчивости течения выполнено моделирование системы автоматического управления рассматриваемого двигателя как одной из наиболее типичных САУ двигателей.

В данном примере штатная система управления двигателем обеспечивает:

- поддержание $n_{к.зад} = \text{const}$, где $n_{к.зад} = f(\alpha_{руд}, T_{вх}^*)$;
- ограничение частоты вращения вентилятора (n_b);

- ограничение температуры газа за турбиной (T_4^*);
- управление критическим сечением реактивного сопла (F_c) для поддержания заданного закона изменения перепада на турбине $\pi_t(n'_{к.пр})$;
- управление направляющими аппаратами компрессора $\alpha_{НА} = f(n'_{к.пр})$;
- управление приемистостью и сбросом режима по закону $G_T / k p_k n_k = A(n'_{к.пр})$;
- управление подачей топлива в камеру сгорания для получения заданной степени форсирования по закону $G_{т.ф} / p_k^* = f(\alpha_{руд}, T_{вх}^*)$ с ограничением $G_{т.ф \min} / p_k^* = f(T_{вх}^*)$ для предотвращения погасания камеры при подъеме на высоту;
- управление соотношением частот вращения (скольжением) $S = n_k / n_b$.

Здесь $n'_{к.пр}$ – частота вращения ротора высокого давления, приведенная к условиям на входе в двигатель. При моделировании предполагалось, что двигатель работает в условиях, когда ограничитель частоты вращения вентилятора и регулятор скольжения не вступают в работу. В полном виде система дифференциальных уравнений, моделирующих работу САУ двигателя, приведена в [6].

Система противопомпажной защиты двигателя и восстановления режима (СПЗ) предназначена для автоматической регистрации неустойчивого режима, его

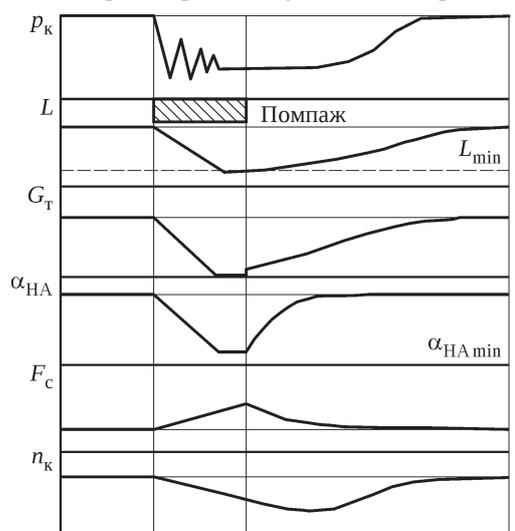


Рис. 5. Алгоритм работы системы защиты двигателя от помпажа

ликвидации и автоматического восстановления исходного режима работы в соответствии с положением РУД. Циклограмма работы СПЗ показана на рис. 5. Здесь и далее приняты следующие обозначения: L – положение дозатора расхода топлива; G_T – расход топлива в основной камере сгорания; $\alpha_{НА}$ – угол установки лопаток направляющих аппаратов КВД; F_c – площадь критического сечения реактивного сопла.

Алгоритм сигнализатора потери устойчивости (помпажа) основан на анализе условия (8) при величине $D = 7$. Если (8) выполняется, то в САУ поступает сигнал «помпаж», действующий в течение минимального времени (τ). Если в процессе действия сигнала «помпаж» возникает условие

$$\frac{1}{T_{оср}} \frac{\Delta p_k}{\tilde{p}_k} > 2,$$

то этот сигнал снимается по истечении интервала τ . В случае дальнейшего выполнения условия (8), действие сигнала «помпаж» продлевается вплоть до ликвидации неустойчивости.

По сигналу «помпаж» одновременно осуществляются следующие управляющие воздействия, направленные на ликвидацию неустойчивой работы:

- перевод дозатора топлива на упор, соответствующий подаче минимального расхода топлива (L_{min});
- отсечка подачи топлива в основную камеру сгорания до G_{Tmin} ;
- прикрытие направляющих аппаратов компрессора;
- увеличение площади критического сечения сопла.

По окончании действия сигнала «помпаж» управление передается штатной системе с целью восстановления режима, соответствующего положению РУД.

Разработанный математический аппарат позволяет решать следующие задачи:

- определение области устойчивой работы двигателя при внешних нестационарных и неравномерных по окружности возмущениях температуры и полного давления;
- расчет нестационарного течения в двигателе на режимах до и после потери устойчивости с учетом работы САУ и систем ликвидации неустойчивости и восстановления исходного режима;
- определение располагаемого запаса газодинамической устойчивости каскадов компрессора в системе двигателя в отсутствие внешних возмущений;
- выбор необходимых мероприятий по двигателю (выпуск воздуха, увеличение площади сопла, изменение положения направляющих аппаратов компрессора) для обеспечения устойчивости работы двигателя в возмущенном потоке;
- влияние возмущений потока на внутреннюю тягу двигателя;

– исследование эффективности систем защиты от помпажа и восстановления режима и т.д.

Далее приводятся примеры решения некоторых задач, интересных с практической и научной точки зрения.

Исследование эффективности адаптивной системы управления ГТД под воздействием неоднородности полного давления

Вследствие постоянного повышения требований к летным данным маневренных самолетов рабочий процесс современного ГТД характеризуется значительной напряженностью. Это обстоятельство привело к тому, что дальнейшее увеличение параметров двигателя достижимо, как правило, либо путем значительной его модификации, либо за счет ресурса. Один из немногих резервов возможного совершенствования основных данных двигателя – тяги, удельного расхода топлива – при безусловном обеспечении необходимого уровня устойчивости состоит во внедрении более гибких законов управления двигателем, ориентированных на конкретные условия его эксплуатации в составе силовой установки.

Работа двигателя в составе силовой установки самолета всегда сопровождается воздействием входных возмущений полного давления. Причины их возникновения достаточно разнообразны, но в основном они сводятся к отрывным течениям в воздухозаборнике. Уровень этих возмущений может быть достаточно высоким, в особенности при выходе самолета на предельные углы атаки и скольжения, и в ряде случаев вполне сопоставим с критическими значениями, полученными в ходе специальных стендовых испытаний двигателя с возмущающими устройствами. Проектирование и доводка компрессора на ранних стадиях создания силовой установки ведутся таким образом, чтобы обеспечить устойчивую работу двигателя в наиболее сложных условиях эксплуатации при комплексном воздействии определяющих факторов. По этой причине в целом ряде случаев располагаемый запас устойчивости компрессора заметно превышает максимальную величину, необходимую в конкретных «умеренных» условиях. Существенное различие этих значений дает принципиальную возможность повысить тягу двигателя при безусловном обеспечении устойчивой работы.

Из опыта экспериментальных и расчетных исследований ТРДД следует, что под воздействием неоднородности полного давления устойчивость работы двигателей в первую очередь зависит от величины располагаемого запаса газодинамической устойчивости вентилятора. Положение рабочей линии вентилятора и, следовательно, его располагаемый запас ГДУ практически полностью определяются площадью критического сечения реактивного сопла.

На рассматриваемом двигателе самолета маневренной авиации регулятор сопла либо обеспечивает заданное изменение перепада давления на турбине $\pi_{т.зад} = p_2 / p_4$, либо поддерживает ее постоянной за счет изменения площади реактивного сопла (здесь p_2 и p_4 – давление за компрессором внутреннего контура и турбиной низкого давления соответственно). Дополнительное управление критическим сечением реактивного сопла может быть интегрировано в штатный регулятор с минимальными изменениями алгоритма работы основной системы управления. Очевидным и наиболее логичным является установка дополнительного контура системы управления, который осуществляет:

- измерение (оценку) уровня входных возмущений полного давления;
- сравнение измеренного уровня с предельным для текущего режима работы двигателя;
- формирование нестационарного значения степени понижения давления в турбине, достаточного для обеспечения устойчивой работы двигателя, и передача этого значения в основной контур системы управления в качестве $\pi_{т.зад}$.

Схематически последовательность операций, выполняемых дополнительным контуром системы управления, показана на рис. 6. Главной частью адаптивной системы являются блоки измерения входных возмущений давления и их сопоставления с предварительно полученными предельными значениями. Этот участок адаптивной системы нуждается в более подробном рассмотрении. Неоднородность полного давления в канале воздухозаборника представляет собой случайное поле, которое на практике принято описывать двумя составляющими: величиной стационарной окружной неравномерности и средним по сечению среднеквадратическим значением случайной составляющей (интенсивностью пульсаций). Интегральный параметр неоднородности вычисляется арифметическим суммированием:

$$W = \Delta \bar{\sigma}_0 + \varepsilon_{ср}. \quad (9)$$

Предельные величины неоднородности полного давления определяются, в первую очередь, режимом работы двигателя и располагаемым запасом газодинамической устойчивости вентилятора:

$$W'_{пред} = f(\Delta K_{у.в}, n'_{к.пр}). \quad (10)$$

Положение рабочей линии вентилятора и запас устойчивости являются функцией площади критического сечения сопла и, следовательно, режима работы турбины:

$$\Delta K_{у.в} = f(\pi_{т}, n'_{к.пр}). \quad (11)$$

По определению уровень возмущений является критическим, если при их воздействии располагаемый запас устойчивости каскада компрессора снижается до

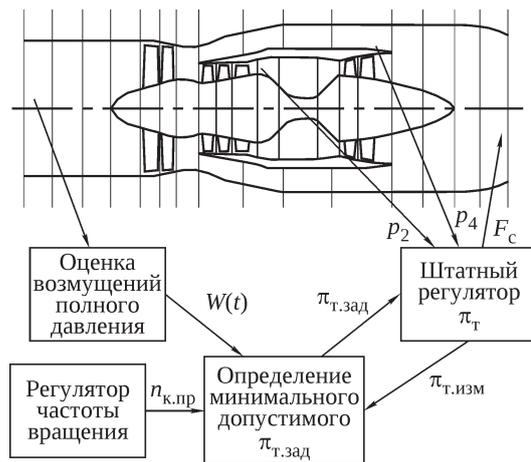


Рис. 6. Схема работы адаптивной системы управления двигателем

нуля. В конечном итоге критический (предельный) уровень неоднородности есть функция режима работы двигателя по частоте вращения КВД и степени понижения давления в турбине:

$$W_{пред} = f(\pi_{т}, n'_{к.пр}). \quad (12)$$

Таким образом, базовой информацией для работы адаптивной системы являются предварительно полученные в эксперименте зависимости типа (12), т.е. предельные уровни неоднородности при различных положениях РУД и различных значениях $\pi_{т.зад}$. При этом двигатель находится под управлением только штатной системы управления. После получения аппроксимирующих зависимостей алгоритм функционирования дополнительного контура может быть выстроен следующим образом:

- 1) измерение (или оценка по представительным замерам) неоднородности полного давления $W(t)$ в воздухозаборнике;
- 2) измерение средствами штатной системы управления давления за компрессором внутреннего контура и за турбиной низкого давления и определение режима работы турбины $\pi_{т.изм}(t)$;
- 3) определение из зависимостей (12) предельного уровня возмущений $W'_{пред} = f(\pi_{т.изм}, n'_{к.пр})$;
- 4) вычисление предельно допустимого уровня $W'_{пред} = W - \Delta W_{доп}$, где $\Delta W_{доп}$ – минимальный гарантированный запас устойчивости по косвенному критерию, необходимый для учета возможного воздействия иных факторов и погрешностей системы измерения;
- 5) вычисление нового заданного режима работы турбины по обратным аппроксимирующим зависимостям $\pi_{т.зад} = f(W'_{пред}, n'_{к.пр})$ и передача значения $\pi_{т.зад}$ в регулятор положения сопла.

В результате выполнения такой последовательности операций площадь критического сечения сопла будет определяться не только режимом работы двигателя,

но и уровнем входных возмущений с учетом инерционности систем измерения и динамических свойств элементов штатной системы управления. При возмущениях, превышающих критические или приближающихся к ним, адаптивная система будет увеличивать располагаемый запас устойчивости вентилятора путем раскрытия створок сопла, а при небольших уровнях возмущений створки сопла будут прикрываться, увеличивая тем самым тягу двигателя.

Основополагающий принцип функционирования адаптивной системы заключается в мониторинге уровня возмущений и его сравнения с критическим с целью выбора величины управляющего воздействия. Это предполагает, что область устойчивой работы двигателя в возмущенном потоке достаточно подробно изучена в предварительных стендовых испытаниях. Было предпринято численное моделирование специальных стендовых испытаний такого рода с помощью математической модели двигателя самолета маневренной авиации. Процедура расчетов заключалась в предварительном определении режима работы двигателя, формирующегося после перемещения РУД при различных настройках регулятора сопла по величине $\pi_{т.зад}$. Затем на каждом режиме проводился расчет предельного значения W путем последовательного увеличения неоднородности в канале перед двигателем. Неоднородность численно моделировалась пульсациями и стационарной окружной неравномерностью в равных долях по параметрам $\Delta\bar{\sigma}_0$ и $\varepsilon_{ср}$.

Результаты показаны на рис. 7 в виде зависимостей $W_{пред}$ от относительной приведенной частоты вращения КВД и относительной степени понижения давления в турбине. С понижением частоты вращения и заданного режима работы турбины по $\pi_{т.зад}$ устойчивость двигателя ухудшается, т.е. критический уровень возмущений уменьшается. Такое влияние на устойчивость режима работы турбины связано с повышением линии рабочих режимов вентилятора при понижении $\pi_{т.зад}$.

Проведенные расчетные исследования работы адаптивной системы управления при уровнях возмущений значительно ниже критических подтвердили, что система такого вида способна повысить тягу двигателя на 4...5% (рис. 8). Дальнейшее небольшое увеличение, возможное по эксплуатационным условиям, ограничивается минимальным механическим упором критического сечения сопла. Расчеты проведены в условиях $H=0$, $M_{п}=0$.

Второе функциональное назначение системы – безусловное обеспечение газодинамической устойчивости – было проверено при изменении неоднородности до уровня, заметно превышающего критический. На рис. 9 показана осциллограмма измеренной величины $W(t)$. Возмущение сформировано таким образом,

чтобы его интенсивность увеличивалась вдвое в течение 1 с. Примерно за это время маневренный самолет способен достигнуть предельных значений углов атаки и скольжения. В этих расчетах минимальный допустимый запас устойчивости по уровню W был принят равным 4%. Нестационарное значение $\bar{\pi}_{т.зад}$ практически полностью отслеживает изменение W . Площадь крити-

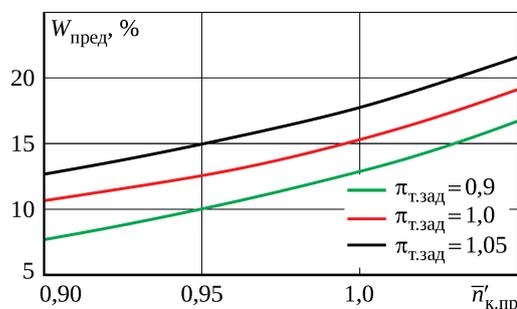


Рис. 7. Зависимость предельного уровня неоднородности от режима работы двигателя по частоте вращения и степени понижения давления в турбине

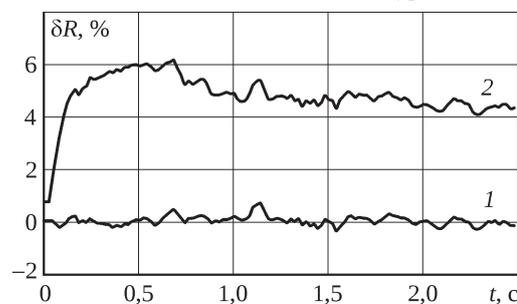


Рис. 8. Изменение по времени тяги двигателя под воздействием неоднородности полного давления докритического уровня $W=8\%$ при работе обычной САУ (1) и при включенной адаптивной системе (2)

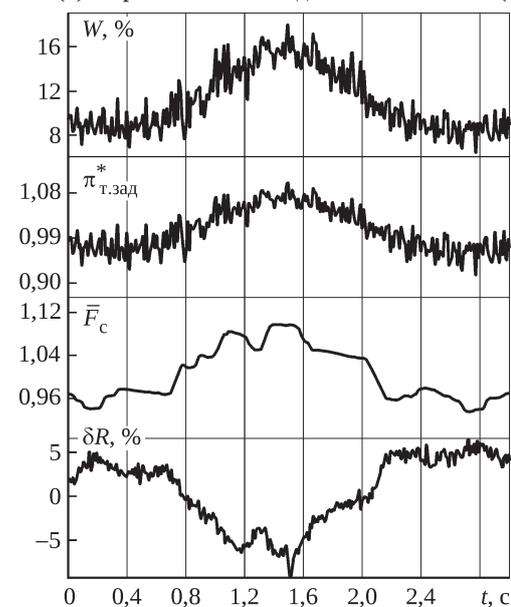


Рис. 9. Осциллограммы параметров адаптивной системы управления и двигателя при воздействии неоднородности полного давления переменного уровня

ческого сечения сопла, уменьшенная при относительно небольших уровнях возмущений, успевает увеличиться почти в темпе возрастания возмущения и тем самым обеспечивает устойчивую работу двигателя.

Рассмотренная модификация существующей штатной системы управления двухконтурным многорежимным двигателем, обеспечивающая допустимое повышение тяги двигателя при внешних возмущениях давления докритического уровня, является лишь одной из возможных. Помимо воздействия на критическое сечение реактивного сопла, могут применяться и средства механизации компрессора, например изменение положения регулируемых направляющих аппаратов. При этом может быть реализовано и так называемое секторное управление, т.е. открытие участка РНА, расположенного вне зоны пониженного полного давления, для повышения тяги или прикрытие всего РНА (или также его участка) для обеспечения устойчивости.

Некоторые особенности нарушения устойчивости течения в силовой установке при воздействии температурных возмущений во внешнем потоке

Вследствие высоких требований, выдвигаемых в связи с необходимостью ускорения процесса разработки и создания авиационной техники и существенного сокращения материальных затрат, к настоящему времени сложилась ситуация, когда задачу о собственно устойчивости течения в ГТД необходимо замкнуть и на задачи обтекания планера и траектории высокоскоростного реактивного аппарата, расчета параметров в струе и ее взаимодействия с воздухозаборником. Методология такого расчета, принципиально понятная, нуждается в серьезной математической и физической проработке и реализации в виде единого программного комплекса. Создание такого метода – задача ближайшего будущего.

На основе математического моделирования нестационарных неравномерных течений в тракте ГТД и полуэмпирических моделей распространения тепловых возмущений в канале натурального воздухозаборника построена полная математическая модель влияния реактивной струи, попадающей на вход в воздухозаборник, на устойчивость работы ГТД. Большое внимание уделяется постановке корректных граничных условий перед воздухозаборником.

В систему параметров, характеризующих тепловое возмущение, входят:

– относительное приращение средней по сечению перед двигателем температуры торможения потока ($\tilde{T}_{\text{вх}}^*$) к температуре невозмущенного потока ($T_{\text{н}}^*$):

$$\delta T_{\text{вх}}^* = (\tilde{T}_{\text{вх}}^* - T_{\text{н}}^*) / T_{\text{н}}^* \quad (13)$$

– угловая протяженность горячей зоны ($\varphi_{\text{гор}}$ или $\bar{\varphi}_{\text{гор}} = \varphi_{\text{гор}} / 2\pi$), в пределах которой температура T^* (φ) выше осредненной по всему сечению;

– степень окружной неравномерности температурного поля

$$\Delta \bar{T}_0^* = (\tilde{T}_{\text{гор}}^* - \tilde{T}_{\text{вх}}^*) / \tilde{T}_{\text{вх}}^* \quad (14)$$

где $\tilde{T}_{\text{гор}}^*$ – средняя температура в горячей зоне;

– относительный темп роста температуры

$$\delta \dot{T}^* = \frac{1}{T_{\text{н}}^*} \frac{dT^*}{dt}$$

На практике зачастую используются и абсолютные характеристики:

– $\Delta T_{\text{вх}}^* = \tilde{T}_{\text{вх}}^* - T_{\text{н}}^*$ – средний по сечению подогрев потока;

– $\Delta T_{\text{гор}}^* = \tilde{T}_{\text{гор}}^* - T_{\text{н}}^*$ – средний подогрев потока в горячей зоне;

– $\Delta T_{\text{хол}}^* = \tilde{T}_{\text{гор}}^* - T_{\text{н}}^*$ – средний подогрев потока в холодной зоне;

– $\dot{T}^* = dT^* / dt$ – абсолютная скорость изменения температуры торможения, осредненной по части сечения либо измеренной локально.

С целью определения зависимостей, позволяющих рассчитать основные характеристики возмущенного потока при трансформации тепловой неравномерности в воздухозаборнике, В.Н. Шариков (ЦАГИ) в 1980-е годы провел специальные экспериментальные исследования на натуральных и модельных воздухозаборниках с имитацией тепловых возмущений на входе. Обобщение результатов выполненных работ позволили сформулировать полуэмпирическую модель трансформации возмущения в канале воздухозаборника. Ниже дается краткое изложение этой модели (более полном виде представлена в [7]).

Расчет с использованием модели можно условно разделить на три этапа. На первом этапе проводится определение исходного режима работы воздухозаборника, на втором – рассчитываются характеристики трансформированного потока, на третьем – вычисляется поле теплового возмущения перед двигателем.

Определяются параметры потока на входе в воздухозаборник:

– среднее значение температуры

$$\tilde{T}_{\text{вх}}^*(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} T_{R_{\text{вх.эф}}}^*(\bar{\varphi}, t) d\bar{\varphi};$$

– ширина горячей зоны ($\bar{\varphi}_{\text{гор.вх}}$);

– температура в горячей и холодной зонах

$$T_{\text{гор.вх}}^*(t) = \frac{1}{\bar{\varphi}_{\text{гор}}} \int_{\bar{\varphi}_{\text{гор}}} T_{R_{\text{вх.эф}}}^*(\bar{\varphi}, t) d\bar{\varphi};$$

$$T_{\text{хол.вх}}^*(t) = \frac{1}{1 - \bar{\varphi}_{\text{гор}}} \int_{1 - \bar{\varphi}_{\text{гор}}} T_{R_{\text{вх.эф}}}^*(\bar{\varphi}, t) d\bar{\varphi};$$

– степень окружной неравномерности температурного поля ($\Delta \bar{T}_0^*$) – определяются в результате расчета траектории реактивного аппарата и параметров в струе от него, распространяющейся в спутном потоке. Эти величины являются исходными для расчета трансформации возмущений в воздухозаборнике и, соответственно, для формирования необходимых граничных условий на входе в двигатель.

Здесь и далее принимаются следующие обозначения: $\bar{\varphi} = \varphi / 2\pi$ – окружная безразмерная координата; индекс «вх» – сечение входа в воздухозаборник; индекс «вых» – выход из воздухозаборника; $R_{\text{вх.эф}}$ – эффективное значение радиуса входа в воздухозаборник, учитывающее изменение площади входного сечения при работе на нерасчетных режимах.

Затем по известным значениям параметров $\Delta \tilde{T}_{\text{вх}}^*$, $\bar{\varphi}_{\text{гор.вых}}$, $\Delta \bar{T}_{0\text{вх}}^*$, полученным из решения задачи о распространении струи и траектории аппарата (или из летного эксперимента) для некоторого времени t , определяются значения этих же параметров в выходном сечении воздухозаборника с учетом времени распространения теплового возмущения в воздухозаборнике (Δt).

Для вычисления параметров тепловой неравномерности на выходе из воздухозаборника используются обобщенные зависимости:

$$\begin{aligned} \bar{\varphi}_{\text{гор.вых}}(t + \Delta t) &= \\ &= \bar{\varphi}_{\text{гор.вх}}(t) + \frac{2}{\pi} \left[1 - \bar{\varphi}_{\text{гор.вх}}(t) \right] \arctg(0,56 \theta^{0,37}); \\ \Delta \bar{T}_{0\text{вых}}^*(t + \Delta t) &= \Delta \bar{T}_{0\text{вх}}^*(t) \exp(-5\theta), \end{aligned} \quad (15)$$

$$\text{где } \Delta t = \frac{L_{\text{к}}}{U_{\text{T}}}; \quad \theta = \frac{L_{\text{T}} D_{\text{T}}}{U_{\text{T}} R_{\text{к}}^2}; \quad R_{\text{к}} = \frac{D_{\text{к}}}{2}. \quad (16)$$

Кроме того, принимается, что

$$\Delta \tilde{T}_{\text{вых}}^*(t + \Delta t) = \Delta \tilde{T}_{\text{вх}}^*(t).$$

Здесь D_{T} – коэффициент турбулентной диффузии, характеризующий интенсивность турбулентного перемешивания газа; L_{T} – длина участка канала воздухозаборника, на котором происходит трансформация исходного температурного поля; $D_{\text{к}}$ – средний диаметр канала воздухозаборника.

Из структуры формул (15) и (16) следует, что степень размывания тепловой неравномерности в воздухозаборнике, т.е. расширения зоны с повышенной температурой и соответствующего понижения уровня температуры в ней, тем выше, чем длиннее воздухозаборник, меньше его диаметр и ниже средняя скорость потока в нем.

Далее рассчитываются значения избыточной температуры в горячей и холодной зонах в сечении выхода из воздухозаборника:

$$\begin{aligned} \Delta T_{\text{гор.вых}}^* &= \Delta \tilde{T}_{\text{вых}}^* + \Delta \bar{T}_{0\text{вых}}^* \tilde{T}_{\text{вых}}^*; \\ \Delta T_{\text{хол.вых}}^* &= \frac{\Delta \tilde{T}_{\text{вых}}^* - \bar{\varphi}_{\text{гор.вых}} \Delta T_{\text{гор.вых}}^*}{1 - \bar{\varphi}_{\text{гор.вых}}}. \end{aligned} \quad (17)$$

Систему параметров, характеризующих возмущение потока перед воздухозаборником вследствие попадания струи от реактивного аппарата, необходимо дополнить возмущением полного давления, возникающим вследствие роста температуры и, соответственно, понижения локального нестационарного числа Маха. Исходя из условий постоянства скорости полета и атмосферного давления в струе горячих газов, можно получить следующее граничное условие для локального значения температуры торможения и полного давления на входе в воздухозаборник (индекс 0 соответствует исходному невозмущенному течению):

$$a_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_{\text{н}}^*}; \quad \lambda = \frac{a_{\text{кр}0}}{a_{\text{кр}}} \lambda_0; \quad \bar{p}^* = \frac{\pi(\lambda_0, k_0)}{\pi(\lambda, k)}.$$

Таким образом, повышение температуры в набегающем на воздухозаборник потоке приводит к понижению полного давления на величину, определяемую уровнем температуры, числом Маха полета и химическим составом струи.

При интеграции модели течения в воздухозаборнике с математической моделью двигателя (т.е. формировании граничных условий на входе в математическую модель двигателя) необходимо учитывать временные характеристики распространения волн различной природы в канале воздухозаборника, что довольно сложно сделать в алгебраических уравнениях (15)–(17).

Чтобы описать распространение возмущений в воздухозаборнике, применяется упрощенная модель, связывающая изменение входных температуры и давления с перемещением области нагретого газа. При этом учитывается, что пространственная протяженность возмущенной зоны вдоль оси, а также скорость ее перемещения могут изменяться в зависимости от расхода воздуха через двигатель.

На первом этапе два набора исходных дискретных зависимостей температуры торможения и полного давления от времени и окружной координаты: $T_{\text{вх}ij}^* = T^*(t_j, \varphi_j)$ и $p_{\text{вх}ij}^* = p^*(t_j, \varphi_j)$ – трансформируются в пространственные функции $T^*(x_i, \varphi_j)$ и $p^*(x_i, \varphi_j)$ с помощью преобразования $x_i = -c_{\text{х вх}} t_j$, где $c_{\text{х вх}}$ – осевая скорость невозмущенного потока на входе в воздухозаборник. В результате для каждого положения в тангенциальном направлении формируются одномерные распределения $T_{\text{вх}}^*(x)$ и $p_{\text{вх}}^*(x)$.

Из теории сжимаемых сред известно, что возмущения в газе распространяются вдоль линий характеристик: перенос температуры торможения происходит

со скоростью потока, а перенос давления – со скоростью потока, суммированной с локальной скоростью звука. Это свойство газа используется при расчете нестационарного процесса. На каждом шаге интегрирования (δt) системы уравнений (4) одномерное поле температур торможения перемещается на новую позицию $x_i^T = x_i^T + c_{x\text{ ср}} \delta t$, где $c_{x\text{ ср}} = [c_{x\text{ вх}} + c_{x\text{ вых}}(t)]/2$ – средняя скорость в канале; $c_{x\text{ вых}}(t)$ – нестационарная, осредненная в окружном направлении величина, получаемая из газодинамического расчета двигателя. Аналогично массив величин полного давления перемещается согласно $x_i^p = x_i^p + (a_{\text{ср}} + c_{x\text{ ср}}) \delta t$, где $a_{\text{ср}}$ – средняя по длине канала скорость звука. Для определения параметров T^* и p^* на выходе из канала применяется процедура линейной интерполяции массивов температуры и давления по параметру x , равному длине канала L_k . На последнем шаге полученные значения $T_{\text{гор}}^*$ и $T_{\text{хол}}^*$ трансформируются в соответствии с (15) и (16), а величина полного давления умножается на коэффициент восстановления полного давления (σ_b) в воздухозаборнике, рассчитанный по его характеристикам и нестационарным, осредненным по сечению параметрам течения ($M_{\text{п}}, G_{\text{пр}}, \alpha, \beta$). Такой подход позволяет достаточно легко и достоверно учитывать эффект запаздывания, т.е. разницу интервалов времени, в течение которых возмущения температуры и давления распространяются по каналу воздухозаборника.

Тангенциальное распределение температуры торможения потока перед воздухозаборником задавалось в виде прямоугольного профиля протяженностью $\bar{\varphi}_{\text{гор}}$ с температурой $T_{\text{гор}}^*$ внутри и $T_{\text{хол}}^*$ вне его пределов.

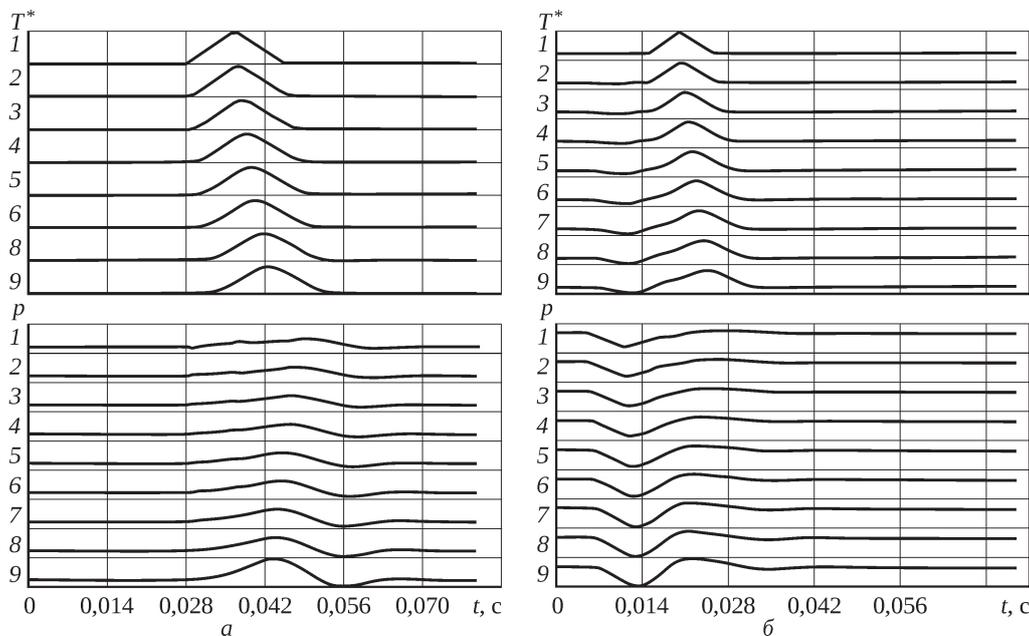


Рис. 10. Осциллограммы температуры торможения и давления во входном канале при единичном тепловом возмущении перед воздухозаборником, взятые по горячей зоне в условиях $H = 8,4$ км, $M_{\text{п}} = 0,117$ (а) и $H = 8,4$ км, $M_{\text{п}} = 1,5$ (б). Слева – номера расчетных сечений

Необходимо выделить одно принципиальное обстоятельство: приведенная в настоящем параграфе постановка задачи о совместной работе воздухозаборника и двигателя дает возможность добавлять к возмущениям потока, пришедшим из внешнего по отношению к силовой установке течения, те реальные возмущения полного давления (пульсации и неравномерность), которые формируются в канале воздухозаборника вследствие разнообразных явлений отрывного характера.

Расчетные исследования проведены на математической модели силовой установки самолета маневренной авиации. Расчетная область включала в себя весь газоздушный тракт двигателя с присоединенным к нему воздухозаборником.

Исследование физических процессов, происходящих в силовой установке при воздействии тепловых возмущений во внешнем потоке, проведено на примере возмущения, представляющего собой единичный импульс температуры треугольной формы с относительной скоростью нарастания (а затем и падения) около 20 с^{-1} , занимающий половину сечения входа в воздухозаборник.

Результаты расчета нестационарного течения в силовой установке под воздействием теплового возмущения первого вида с докритическим (не приводящим к нарушению устойчивой работы двигателя) уровнем показаны на рис. 10 в виде осциллограмм температуры торможения и давления в переходном канале между воздухозаборником и двигателем. Расчетные случаи различаются скоростью полета самолета. В принятой расчетной сетке переходный канал состоит из восьми

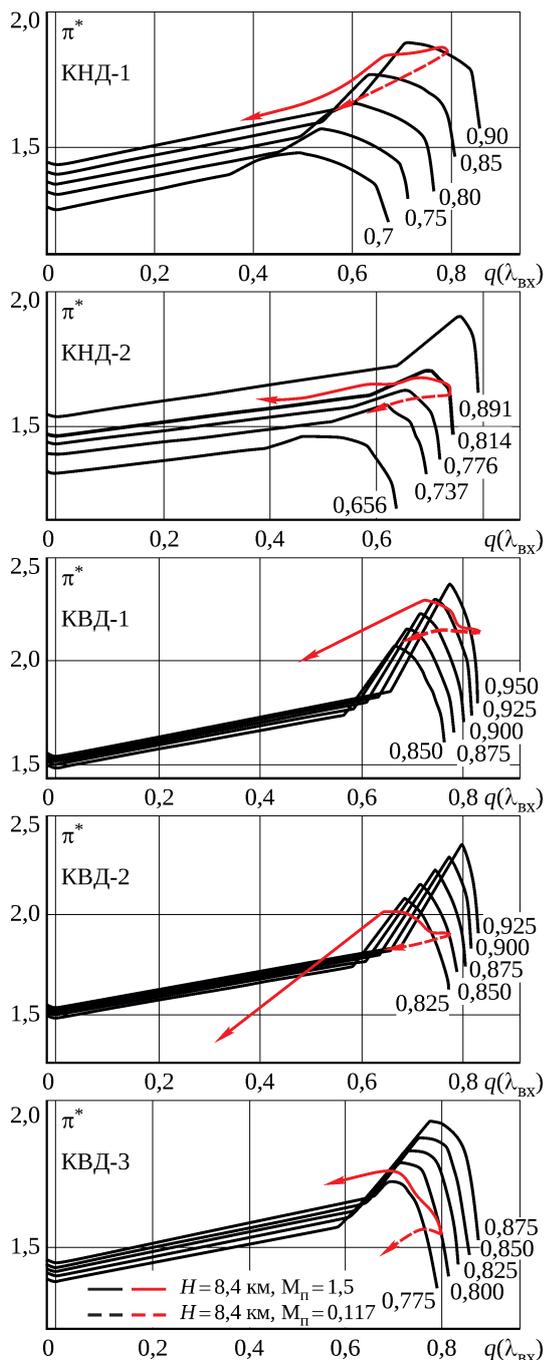


Рис. 11. Траектории рабочих точек участков групп ступеней вентилятора и компрессора высокого давления, расположенных в горячей зоне, при воздействии сверхкритического теплового возмущения ячейек длиной 0,1 м каждая, так что сечение 1 представляет собой сечение выхода из воздухозаборника, а сечение 9 – вход в вентилятор.

При малой скорости полета попадание области нагретого газа на вход в вентилятор вызывает отраженную волну давления, которая распространяется вверх по потоку до выхода из воздухозаборника (см. рис. 10,а).

На сверхзвуковых режимах полета (см. рис. 10,б) повышение температуры перед воздухозаборником при-

водит к возникновению интенсивной волны разрежения, которая достигает входа в вентилятор быстрее тепловой волны. Например, при увеличении температуры в горячей зоне на 12% амплитуда волны разрежения составляет около 15%. Распространение волны разрежения по каналу перед двигателем сопровождается локальным нестационарным падением температуры торможения.

Волна разрежения, возникающая в канале воздухозаборника при применении реактивных средств на сверхзвуковых режимах полета, является дополнительным фактором, значительно ухудшающим условия работы компрессора двигателя, поскольку из-за падения давления на входе режим работы ступеней компрессора смещается в сторону границы устойчивости еще до прихода собственно тепловой волны. Для того, чтобы в этом убедиться, достаточно обратиться к рис. 11, на котором приведены траектории мгновенных рабочих точек групп ступеней компрессора в темпе воздействия сверхкритических тепловых возмущений на сверх- и дозвуковых режимах полета.

Результаты выполненных исследований показывают, что обеспечение устойчивой работы силовой установки самолета при пусках реактивных аппаратов на сверхзвуковых режимах полета представляет трудновыполнимую задачу, которая может быть надежно решена в первую очередь применением средств ликвидации помпажа и восстановления режима. Этот вывод подтверждается опытом испытаний и эксплуатации авиационной техники.

Об эффективности систем защиты двигателя от помпажа

Если внешние возмущения достигают высокого уровня, значительно превышающего критический, задача обеспечения устойчивости течения не может быть решена. В этом случае приходится решать проблему обеспечения работоспособности силовой установки, подразумеваемая под этим ликвидацию помпажа и успешное восстановление режима работы двигателя. Разработанные математические модели и алгоритмы были применены для исследования эффективности систем, обеспечивающих процесс восстановления. Расчеты были поставлены на математической модели современного двигателя средней размерности. Система противопомпажной защиты на этом двигателе отличается от описанной выше СПЗ двигателя меньшей размерности в первую очередь фиксированной длительностью сигнала «помпаж».

Для проведения расчетов использовано реальное возмущение, в принципе возможное в эксплуатации, предварительно рассчитанное с помощью специальных программных средств. Оно характеризуется чрезвычайно высоким уровнем подогрева ($\Delta T_{\max}^* \approx 1000 \text{ К}$) и доста-

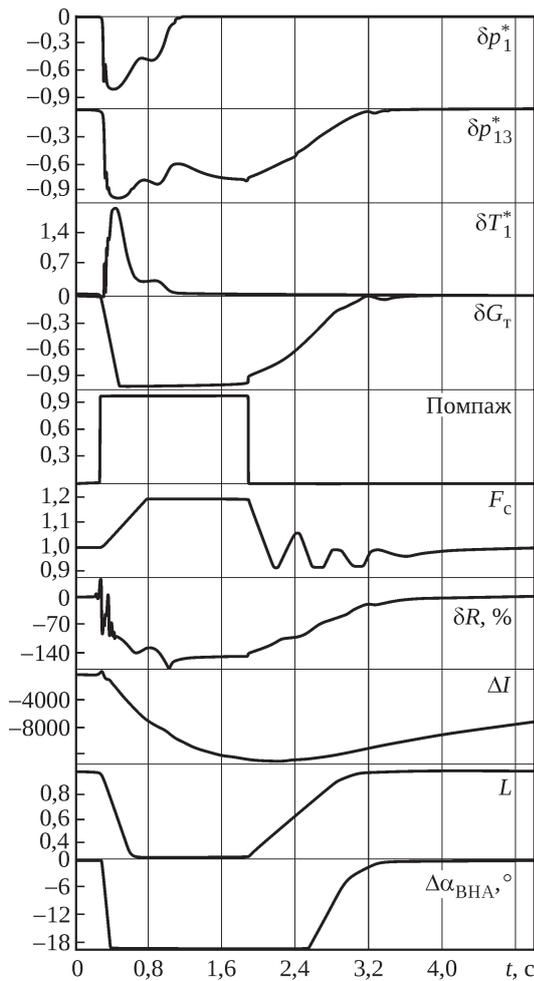


Рис. 12. Осциллограммы параметров потока и двигателя под воздействием теплового возмущения ($H = 5$ км, $M_n = 2,1$)

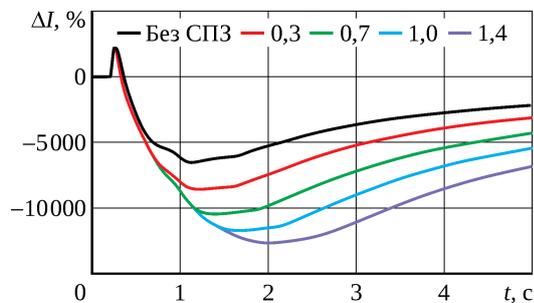


Рис. 13. Влияние длительности сигнала «помпаж» ($\Delta\tau$, с) на потери импульса тяги при одномерном тепловом воздействии

точно большей длительностью (~ 1 с). Зона с повышенной температурой занимает половину поперечного сечения входа в воздухозаборник ($\bar{\varphi}_{гор} = 0,5$). В качестве параметра, характеризующего эффективность системы ликвидации, принята максимальная величина потери импульса тяги, определяемой из соотношения

$$\Delta I(t) = \frac{100\%}{t} \int_0^t \left(\frac{R(t)}{R(0)} - 1 \right) dt, \quad (18)$$

где $R(0)$ и $R(t)$ – исходное и текущие значения тяги.

Был исследован довольно широкий диапазон высотно-скоростных условий. В изученных расчетных случаях все элементы системы управления, включая и канал регистрации помпажа, и каналы экстренного воздействия на положение регулирующих факторов, вполне надежно ликвидировали неустойчивость и затем восстанавливали режим работы двигателя. Иллюстрацией к этому положению служит рис. 12, на котором приведены осциллограммы параметров течения и двигателя, а также положения регулирующих факторов на одном из режимов полета, где δp_1^* , δT_1^* – изменение полного давления и температуры торможения во входном канале (за воздухозаборником); δp_{13}^* – изменение полного давления за КВД; δG_T – изменение расхода топлива в камере сгорания; F_c – площадь критического сечения сопла; δR – изменение внутренней тяги; L – положение топливодозировочного органа; $\Delta\alpha_{ВНА}$ – изменение угла установки лопаток ВНА КВД.

Допустимость расчетных величин потерь тяги может быть оценена впоследствии только на основе решения задачи о движении самолета. Один из возможных способов сокращения потерь импульса тяги в том случае, когда они могут оказаться неприемлемыми по условиям полета, заключается в оптимизации системы защиты двигателя от помпажа. На рис. 13 показаны потери импульса тяги в зависимости от длительности сигнала «помпаж». Понижая это время от штатной величины $\Delta\tau = 1,4$ с до, например, 0,3 с, можно сократить потери тяги почти в 1,5 раза. Наибольший эффект достигается, когда неустойчивый режим ликвидируется средствами только штатной автоматики. Однако в этом случае при перемещении рабочих точек компрессора и вентилятора в так называемую левую (неустойчивую) область характеристики наблюдаются достаточно высокочастотные колебания потока относительно небольшой амплитуды, свойственные вращающемуся срыву.

Заключение

Приведено описание математической модели ГТД, предназначенной для расчета процессов, связанных с нарушением устойчивости течения в неравномерном поле давления и температуры. Применение разработанных алгоритмов на практике дает не только количественные характеристики устойчивости, но и предоставляет теоретическую основу для выработки мероприятий с целью обеспечения устойчивости или работоспособности двигателя в составе силовой установки летательного аппарата. Здесь уместно привести высказывание Р.В. Хемминга: «Цель расчетов – не числа, а понимание» [8].

Литература

1. Теория воздушно-реактивных двигателей / под ред. С.М. Шляхтенко. М.: Машиностроение, 1975. 568 с.
2. Локштанов Е.А. Сосредоточенные параметры, характеризующие динамические свойства элементов с движущейся сжимаемой средой // Лопаточные машины и струйные аппараты. Вып. 1. М.: Машиностроение, 1966.
3. Численное решение многомерных задач газовой динамики / Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П.; под ред. С.К. Годунова. М.: Наука, 1976. 400 с.
4. Краснов Д.С., Семерняк Л.И. Математическая модель процессов возникновения и развития неустойчивых режимов авиационных ГТД // Техника воздушного флота. 1999. № 1. С. 36–54.
5. Быков В.В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. М.: Советское радио, 1971. 328 с.
6. Математическое моделирование процессов до и после потери устойчивости течения в авиационных ГТД с включением каналов систем автоматического управления и защиты от помпажа / Л.Г. Близнюков, М.М. Жигунов, Д.С. Краснов, С.Е. Краснов, В.Н. Мартынов // Техника воздушного флота. 1999. № 2/3.
7. Исследование процессов нарушения устойчивости течения в силовой установке летательного аппарата при воздействии температурных возмущений во внешнем потоке / Х.Р. Гаджиев, М.А. Иванов, Н.Г. Воробьева, Д.С. Краснов, С.Е. Краснов // Техника воздушного флота. 2005. Т. 79, № 5.
8. Хемминг Р.В. Численные методы: для науч. работников и инженеров / пер. с англ. В.Л. Арлазарова и др.; под ред. Р.С. Гутера. 2-е изд., испр. М.: Наука, 1972. 400 с. (Физико-математическая библиотека инженера).

References

1. Teoriia vozduшно-reaktivnykh dvigatelei [Theory of air-jet engines] ed. by S.M. Shlyakhtenko. Moscow: Mashinostroenie [Mechanical Engineering], 1975. 568 p.
2. Lokshtanov E.A. Sosredotochennye parametry, kharakterizuiushchie dinamicheskie svoistva elementov s dvizhushcheisia szhimaemoi sredoi [Concentrated parameters characterizing dynamic properties of components with a moving compressible medium]. Lopatochnye mashiny i struinye apparaty [Turbomachines and jet apparatuses]. Issue 1. Moscow: Mashinostroenie [Mechanical Engineering], 1966.
3. Godunov S.K., Zabrodin A.V., Ivanov M.Ia., Kraiko A.N., Prokopov G.P. Chislennoe reshenie mnogomernykh zadach gazovoi dinamiki [Numerical solution of multidimensional problems of gas dynamics] edited by S.K. Godunov. Moscow: Nauka [Science], 1976. 400 p.
4. Krasnov D.S., Semerniak L.I. Matematicheskai model' protsessov vznikoventiia i razvitiia neustoichivykh rezhimov aviatsionnykh GTD [Mathematical model of processes of emergence and evolution of unstable modes in aviation gas turbine engines]. Tekhnika vozdušnogo flota [Air Fleet Technologies]. 1999. No. 1. P. 36–54.
5. Bykov V.V. Tsifrovoe modelirovanie v statisticheskoi radiotekhnike [Digital modeling in statistical radio engineering]. Moscow: Sovetskoe radio [Soviet Radio], 1971. 328 p.
6. L.G. Blizniukov, M.M. Zhigunov, D.S. Krasnov, S.E. Krasnov, V.N. Martynov. Matematicheskoe modelirovanie protsessov do i posle poteri ustoichivosti techeniia v aviatsionnykh GTD s vklucheniem kanalov sistem avtomaticheskogo upravleniia i zashchity ot pompazha [Mathematical modeling of processes before and after loss of flow stability in aviation gas turbine engines including channels of automatic control systems and surge protection]. Tekhnika vozdušnogo flota [Air Fleet Technologies]. 1999. No. 2/3.
7. Kh.R. Gadzhiev, M.A. Ivanov, N.G. Vorob'eva, D.S. Krasnov, S.E. Krasnov. Issledovanie protsessov narusheniia ustoichivosti techeniia v silovoi ustanovke letatel'nogo apparata pri vozdeistvii temperaturnykh vozmushchenii vo vneshnem potoke [Study of the processes of flow stability disruption in an aircraft power plant influenced by temperature disturbances in the external flow]. Tekhnika vozdušnogo flota [Air Fleet Technologies]. 2005. Vol. 79, no. 5.
8. R.W. Hamming. Numerical Methods for Scientists and Engineers. Translated by V.L. Arlazarov et al., edited by R.S. Guter, 2nd edition, Moscow: Nauka [Science], 1972, 400 p. (Fiziko-matematicheskai biblioteka inzhenera [Engineer's Physics and Mathematics Library]).

Материалы получены редакцией 12.03.2021