Проверка постулата изотропии при деформировании алюминиевого сплава B95 по прямолинейным траекториям с углом излома 135 градусов

Зубчанинов В.Г., Гультяев В.И., Алексеев А.А., Саврасов И.А., Субботин С.Л., Гараников В.В.

Тверской государственный технический университет, г. Тверь e-mail: vig0@mail.ru

Представлены результаты двух экспериментов по проверке постулата изотропии при сложном нагружении алюминиевого сплава В95, чувствительного к виду напряженного состояния. Испытания проведены с помощью экспериментального комплекса СН-ЭВМ на тонкостенных трубчатых образцах при деформировании по двузвенным ломаным траекториям с углом излома 135°. Программы экспериментов реализованы в девиаторной плоскости \mathcal{P}_1 – \mathcal{P}_3 при комбинированном действии в образцах продольной силы и крутящего момента (*P*–*M*-опыты, жесткое нагружение). Исследованы скалярные и векторные свойства сплава В95.

Ключевые слова: пластичность, сложное нагружение, постулат изотропии, скалярные свойства материала, векторные свойства материала, эксперимент, траектория деформирования, сплав B95

Verification of the isotropy postulate during deformation of aluminum alloy V95 along straight strain trajectories with a break angle of 135 degrees

Zubchaninov V.G., Gultyaev V.I., Alekseev A.A., Savrasov I.A., Subbotin S.L., Garanikov V.V. *Tver State Technical University, Tver*

The paper presents results of two experiments to verify the isotropy postulate under complex loading of the V95 aluminum alloy (7075), which is sensitive to the type of stress state. Experimental studies were carried out on the SN-EVM test unit on thin-walled tubular specimens during their deformation along two-link strain trajectories with break angles of 135°. The experimental programs were implemented in the deviatoric strain plane $\partial_1 - \partial_3$ with simultaneous combined action of axial force and torque on tubular specimens (*P*–*M* experiments, kinematic loading). The scalar and vector properties of the V95 alloy have been studied.

Keywords: plasticity, complex loading, isotropy postulate, scalar material properties, vector material properties, experiment, strain trajectory, V95 alloy

Введение

Нормы проектирования допускают при эксплуатации некоторых элементов высоконагруженных конструкций в условиях сложного, комбинированного непропорционального нагружения и деформирования ограниченные пластические деформации. Для того чтобы изучить поведение конструкционных металлов при сложном нагружении, необходимо экспериментально исследовать их механические свойства за пределами упругости. Накопление экспериментальных результатов необходимо для создания математических моделей пластичности и их проверки по результатам испытаний при сложном нагружении. Это следует считать важной задачей не только для теории пластичности, но и для всей механики деформируемого твердого тела.

Постулат изотропии А.А. Ильюшина [1; 2] является одним из основных положений теории пластичности. Он был экспериментально проверен применительно к ряду основных конструкционных материалов при испытаниях образцов по различным траекториям сложного деформирования и нагружения [3–12]. Суть постулата изотропии заключается в том, что при ортогональных преобразованиях, таких как вращение и отражение, траектории деформирования или нагружения в векторном девиаторном пространстве с базисом А.А. Ильюшина сохраняют образ процесса деформирования или нагружения. Это означает, что свойства материалов, как скалярные, так и векторные, сохраняются при этих преобразованиях. Однако следует отметить, что постулат изотропии не является универсальным и может не действовать для некоторых материалов, в зависимости от их структуры и физических свойств. Большинство исследований было проведено на начально-изотропных материалах, подчиняющихся закону о единой кривой деформирования, т.е. нечувствительных к виду напряженного состояния. Поэтому при проверке постулата изотропии особый интерес представляют материалы, чувствительные к виду напряженного состояния. Такие материалы по-разному сопротивляются даже при простом (пропорциональном) нагружении и имеют заметно различающиеся кривые пластического деформирования при осевом растяжении, сжатии и кручении [13; 14]. Для получения достоверных результатов при создании математических моделей теории пластичности, несомненно, нужно учитывать чувствительность материала (разносопротивляемость) к виду напряженного состояния [15]. Одним из таких материалов является алюминиевый сплав В95 – деформируемый высокопрочный сплав системы Al-Zn-Cu-Mg (дюралюминий), который широко используется в современной авиационной и ракетной технике [16], элементы которой работают в условиях сложного (непропорционального) деформирования и нагружения. Целью настоящей работы является проверка достоверности постулата изотропии А.А. Ильюшина применительно к сплаву В95 на плоских прямолинейных двузвенных ломаных траекториях деформирования.

Экспериментальные исследования

Опыты проводили в лаборатории механических испытаний кафедры сопротивления материалов, теории упругости и пластичности Тверского государственного технического университета на автоматизированном комплексе СН-ЭВМ имени Алексея Антоновича Ильюшина. Испытывали тонкостенные трубчатые образцы из алюминиевого высокопрочного сплава В95 с длиной рабочей части l = 110 мм, толщиной стенки h = 1 мм и радиусом срединной поверхности r = 15,5 мм. Так как толщина стенки образцов была много меньше радиуса срединной поверхности $(h \ll r)$, то напряженное состояние во всех точках цилиндрических образцов считали однородным и плоским ($\sigma_{33} = \sigma_{32} = \sigma_{31} = 0, \varepsilon_{32} = \varepsilon_{31} = 0$). Материал образцов считали однородным и начальноизотропным, однако полагали, что при его упругоплас-

тическом деформировании может возникать анизотропия деформационного упрочнения. Обработку экспериментальных данных и определение компонент тензоров малых деформаций и напряжений (ε_{ij} и σ_{ij} , где i, j = 1, 2, 3) проводили по формулам [3]

$$\begin{split} \varepsilon_{11} &= \frac{\Delta l}{l}; \ \varepsilon_{22} = \frac{\Delta r}{r}; \ \varepsilon_{12} = \frac{r\psi}{2l}; \\ \sigma_{11} &= \frac{P}{2\pi r h}; \ \sigma_{22} = q\frac{r}{h}; \ \sigma_{12} = \frac{M}{2\pi r^2 h}, \end{split}$$

где Δl и Δr – приращение длины рабочей части образца и радиуса срединной поверхности; ψ – угол закручивания поперечного сечения образца; P – осевая сила, вызывающая растяжение или сжатие образца; q – внутреннее давление; M – крутящий момент.

Девиаторам напряжений и деформаций при использовании векторного представления по А.А. Ильюшину [1–3] соответствуют векторы напряжений и деформаций формоизменения:

$$\overline{\sigma} = S_k \hat{i}_k, \ \overline{\varTheta} = \varTheta_k \hat{i}_k, \ k = 1, 2, 3,$$

где \hat{i}_k – единичные векторы базиса А.А. Ильюшина. При обработке экспериментальных данных принимали условие несжимаемости (постоянства объема) материала и в расчетах для координат S_k и \mathcal{P}_k (k = 1, 2, 3) векторов напряжений и деформаций формоизменения использовали зависимости

$$\begin{split} S_{1} &= \sqrt{\frac{3}{2}} S_{11} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\sigma_{11} - \frac{1}{2} \sigma_{22} \right); \\ S_{2} &= \sqrt{2} \left(S_{22} + \frac{1}{2} S_{11} \right) = \frac{\sigma_{22}}{\sqrt{2}}; \\ S_{3} &= \sqrt{2} S_{12} = \sqrt{2} \sigma_{12}; \\ \partial_{1} &= \sqrt{\frac{3}{2}} \partial_{11} = \sqrt{\frac{3}{2}} \varepsilon_{11}; \\ \partial_{2} &= \sqrt{2} \left(\partial_{22} + \frac{1}{2} \partial_{11} \right) = \sqrt{2} \left(\varepsilon_{22} + \frac{1}{2} \varepsilon_{11} \right) \\ \partial_{3} &= \sqrt{2} \partial_{12} = \sqrt{2} \varepsilon_{12}, \end{split}$$

где

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_0; \quad \mathcal{P}_{ij} = \varepsilon_{ij} - \delta_{ij}\varepsilon_0$$

– компоненты девиаторов напряжений и деформаций соответственно; δ_{ij} – символ Кронекера; $\sigma_0 = \sigma_{ii}/3$ и $\epsilon_0 = \epsilon_{ii}/3$ – средние напряжение и деформация. Модули векторов напряжений и деформаций, а также равные им модули девиаторов напряжений и деформаций соответственно вычисляются по формулам

$$\sigma = \sqrt{S_{ij}S_{ij}} = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2};$$

$$\Im = \sqrt{\Im_{ij}\Im_{ij}} = \sqrt{\Im_1^2 + \Im_2^2 + \Im_3^2}$$

С целью построения экспериментальной диаграммы упрочнения и проверки начальной изотропии материала образцов были проведены эксперименты на простое пропорциональное нагружение при растяжении, сжатии и кручении. В опытах при пропорциональном растяжении и кручении деформации превысили 2%, в испытании на сжатие образец потерял устойчивость при значении деформации чуть более 1% (рис. 1). При развитых пластических деформациях отличие диаграммы кручения по напряжениям от диаграммы растяжения достигает 18%, – таким образом, материал В95 чувствителен к виду напряженного состояния, т.е. имеет различные механические характеристики при растяжении, сжатии и кручении.

Программы сложного деформирования реализованы в девиаторной плоскости Э₁–Э₃ при жестком (кинематическом) нагружении, когда в тонкостенных трубчатых образцах одновременно действуют осевая сила и крутящий момент (*P*–*M*-опыты). Траектории деформирования – двузвенные ломаные с углом излома 135° (рис. 2). В исходной траектории деформирования (траектория 1, красный цвет) на первом звене реализовывалось кручение до значения $\Im_3^0 = 1,5\%$, а на втором звене – комбинированное растяжение с кручением до $\mathcal{P}_1\approx 1{,}9\%$ и $\mathcal{P}_3 \approx -0.4\%$. Преобразование исходной траектории осуществлялось вращением против часовой стрелки на 90° (траектория 2, черный цвет); на первом звене реализовывалось растяжение до значения $\mathcal{P}_1^0 = 1,5\%$, а на втором звене – комбинированное нагружение до $\mathcal{P}_1 \approx 0,1\%$ и $\mathcal{A}_3 \approx -1,5\%$. В проведенных опытах наблюдалось появление компоненты \mathcal{P}_2 , т.е. реализованные траектории деформирования не лежали в плоскости $\mathcal{P}_1 - \mathcal{P}_3$, однако значение компоненты \mathcal{P}_2 в процессе деформирования не превышало 8% Э, поэтому так называемый Э₂-эффект не учитывали.

На рис. З представлен отклик по напряжениям на плоскости S_1 – S_3 на реализованные траектории деформирования.

В теории упругопластических процессов А.А. Ильюшина связь между напряжениями и деформациями в материале определяется скалярными и векторными свойствами. Скалярные свойства материала характери-



зуют диаграммы деформирования σ–s (рис. 4), где s – длина дуги траектории вектора деформаций (траектории деформирования). На этих диаграммах явно заметен



скалярный нырок напряжений (уменьшение модуля вектора напряжений), который при изломе траектории в обоих экспериментах составил примерно 115 МПа. Векторные свойства материала характеризуют диаграммы $\vartheta_1 - \Delta s$ (рис. 5), где Δs – приращение длины дуги траектории деформирования после ее излома; ϑ_1 – угол сближения, который отражает влияние векторных свойств материала на процесс деформирования и характеризует отклонение вектора напряжений (σ̄) от касательной к траектории деформирования в каждой ее точке. При обработке данных эксперимента для определения угла сближения использовалось выражение

$$\cos \vartheta_1 = \frac{1}{\sigma \Delta s} \Big[S_1 (\partial_1 - \partial_1^0) + S_3 (\partial_3 - \partial_3^0) \Big],$$

где \Im_1^0 и \Im_3^0 – значения \Im_1 и \Im_3 в начале второго звена траектории деформирования.

Существенное различие экспериментальных данных для двух траекторий наблюдается только на диаграммах деформирования, диаграммы же $\vartheta_1 - \Delta s$ удовлетворительно совпадают. Можно сделать вывод о том, что в данной серии испытаний образцов из сплава В95, чувствительного к виду напряженного состояния, имеется явное отклонение от постулата изотропии только по скалярным свойствам, а по векторным свойствам постулат изотропии выполняется удовлетворительно.

При изучении векторных свойств материалов также особый интерес представляет величина следа запаздывания, хоть эта характеристика и не является стабильной [17]. На прямолинейных участках траекторий после излома следом запаздывания векторных свойств материала является участок такой длины, при котором угол сближения достигает значения $\vartheta_1 = 6...7^\circ$, что соответствует точности теории простых процессов. В данных экспериментах при достаточно развитых пластических деформациях было достигнуто лишь значение $\vartheta_1 = 14^\circ$ (траектория 1), т.е. след запаздывания не был исчерпан.

Можно предположить, что для сплава В95 след запаздывания векторных свойств значительно больше, чем для материалов, нечувствительных к виду напряженного состояния, например сталей 3 и 45. Это может быть связано с тем, что сплав В95 имеет более сложную кристаллическую структуру. Аналогичные результаты по величине следа запаздывания отмечают авторы работы [15], и это обстоятельство требует проведения дополнительных экспериментальных исследований.

На рис. 6 приведены локальные диаграммы деформирования: растяжения-сжатия по компонентам S₁-Э₁ и чистого сдвига по компонентам $S_3 - \partial_3$.

Заключение

Таким образом, были проведены два эксперимента, в которых изучалось упругопластическое деформирование алюминиевого сплава В95 по двузвенным ломаным траекториям с углом излома 135°. Изучены как скалярные, так и векторные свойства сплава, чувствительного к виду напряженного состояния. Эксперименты показали, что при сложных траекториях деформирования в виде двузвенных ломаных постулат изотропии не выполняется достаточно точно для скалярных свойств и требует дополнительной экспериментальной проверки.

Авторы не ставят под сомнение основной закон теории пластичности, поскольку он выполняется в подавляющем числе случаев сложного деформирования и нагружения для большинства конструкционных материалов. Тем не менее представляется, что есть особые случаи, когда постулат изотропии необходимо уточнять. В связи с этим, возможно, имеет смысл провести дополнительные эксперименты, чтобы более подробно изучить свойства сплава и уточнить границы применимости постулата изотропии.

Данное исследование имеет важное значение для



Рис. 6. Локальные диаграммы деформирования образцов

ных траекториях деформирования. Оно может служить основой для дальнейших исследований в области упругопластического деформирования алюминиевых сплавов с целью определения их свойств при деформировании по более сложным траекториям и соответствующего уточнения моделей пластичности.

Литература

- 1. Ильюшин А.А. Пластичность. Основы общей математической теории. М. : Изд-во АН СССР, 1963. 273 с.
- 2. Ильюшин А.А. Труды : в 2 т. Т. 2: Пластичность, 1946–1966 / сост.: Е.А. Ильюшина, Н.Р. Короткина. М. : Физматлит, 2004. 480 с.
- 3. Зубчанинов В.Г. Механика процессов пластических сред. М. : Физматлит, 2010. 352 с.
- 4. Зубчанинов В.Г., Алексеев А.А., Гультяев В.И. О построении поверхности текучести стали 45 и проверке постулата изотропии на прямолинейных траекториях при многократных знакопеременных нагружениях // Вестник ПНИПУ. Механика. 2014. № 3. С. 71–88. DOI 10.15593/perm.mech/2014.3.05.
- Ленский В.С. Экспериментальная проверка основных постулатов общей теории упругопластических деформаций // Вопросы теории пластичности : сборник статей / отв. ред. А.А. Ильюшин. М. : Изд-во Акад. наук СССР, 1961. С. 58–82.
- 6. Андреев Л.С. О проверке постулата изотропии // Прикладная механика. 1969. Т. 15, № 7. С. 122–125.
- 7. Васин Р.А., Никиточкин А.Н., Огибалов П.М. О проверке постулата изотропии при переменной скорости деформирования // Механика полимеров. 1975. № 2. С. 224–227.
- Шевченко Ю.Н., Терехов Р.Г. Исследование закономерностей термовязкопластического деформирования твердого тела при неизотермических сложных процессах нагружения. Ч. 1 // Прикладная механика. 2001. Т. 37, № 3. С. 3–34.
- 9. Щербо А.Г., Завистовский В.Э. Экспериментальная проверка постулата изотропии // Вестник Полоцкого государственного университета. Сер. С. Фундаментальные науки. 2008. № 9. С. 147–154.
- Exprimental verification of postulat of isotropy and mathmatical modeling of elastoplastic deformation processes follow the complex angled nonanalytic trajectories / V.G. Zubchaninov, A.A. Alekseev, E.G. Alekseeva, V.I. Gultiaev // Materials Physics and Mechanics. 2017. Vol. 32, no. 3. P. 298–304.
- 11. Зубчанинов В.Г., Алексеев А.А., Алексеева Е.Г. Проверка постулата изотропии и численное моделирование процессов деформирования материалов на сложных гладких траекториях // Materials physics and mechanics = Физика и механика материалов. 2016. Т. 29, № 2. С. 150–157.
- 12. Проверка постулата изотропии при сложном кинематическом нагружении материала сталь 45 по траекториям деформирования в виде полуокружностей / В.И. Гультяев, В.Г. Зубчанинов, А.А. Алексеев, И.А. Саврасов // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2021. № 4 (50). С. 16–24.
- 13. Коровин И.М. Экспериментальное определение зависимости напряжение-деформация при сложном нагружении по траекториям с одной точкой излома // Известия Академии наук СССР. Механика. 1964. № 3. С. 592–600.
- 14. Ohashi Y. Effect of complicated deformation history on inelastic deformation behavior of metals // Memoirs of Faculty of Engineering Nagoya University. 1982. Vol. 34, no. 1. P. 1–76.
- 15. Бондарь В.С., Абашев Д.Р. Пластическое деформирование материалов, чувствительных к виду напряженного состояния // Вестник ПНИПУ. Механика. 2018. № 1. С. 29–39.
- 16. Высокопрочные и сверхпрочные сплавы традиционной системы Al–Zn–Mg–Cu, их роль в технике и возможности развития / O.Г. Сенаторова, B.B. Антипов, А.В. Бронз, А.В. Сомов, Н.Ю. Серебренникова // Технология легких сплавов. 2016. № 2. С. 43–49.
- 17. Зубчанинов В.Г., Алексеева Е.Г. Запаздывание векторных и скалярных свойств материалов при сложном нагружении // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2012. № 4 (14). С. 26–39.

References

- 1. Il'iushin A.A. Plastichnost'. Osnovy obshchei matematicheskoi teorii [Plasticity. Fundamentals of general mathematical theory]. Moscow: Publishing House of the USSR Academy of Sciences, 1963. 273 p.
- 2. Il'iushin A.A. Selected collected Works: in 2 vols. Vol. 2: Plastichnost' [Plasticity], 1946-1966. Compiled by E.A. Ilyushina, N.R. Korotkina. Moscow: Fizmatlit, 2004. 480 p.

- 3. Zubchaninov V.G. Mekhanika protsessov plasticheskikh sred [Mechanics of the processes in plastic media]. Moscow: Fizmatlit, 2010. 352 p.
- Zubchaninov V.G., Alekseev A.A., Gultyaev V.I. O postroenii poverkhnosti tekuchesti stali 45 i proverke postulata izotropii na priamolineinykh traektoriiakh pri mnogokratnykh znakoperemennykh nagruzheniiakh [About drawing of the yield surface for steel 45 and verification of the postulate of isotropy on straight-line paths during repeated signvariable loadings]. Vestnik PNIPU. Mekhanika. [PNRPU Mechanics Bulletin]. 2014. No. 3. P. 71–88. DOI 10.15593/ perm.mech/2014.3.05.
- 5. Lenskii V.S. Eksperimental'naia proverka osnovnykh postulatov obshchei teorii uprugoplasticheskikh deformatsii [Experimental verification of the basic postulates from the general theory of elastic-plastic deformations]. Voprosy teorii plastichnosti [Problems in Plasticity Theory]: a collection of papers. Publishing editor A.A. Il'iushin. Moscow: USSR Academy of Sciences Publishing House, 1961. P. 58-82.
- 6. Andreev L.S. Verifying the isotropy postulate. Soviet Applied Mechanics. Vol. 5, no. 7. P. 762–765. DOI 10.1007/ BF00887496.
- 7. Vasin R.A., Nikitochkin A.N., Ogibalov P. M. Verification of the isotropy postulate with a variable strain rate. Polymer Mechanics. 1975. No. 2. P. 224–227.
- 8. Shevchenko Yu.N., Terekhov R.G. Studying the laws of the thermoviscoplastic deformation of a solid under nonisothermal complex loading. Part 1. International Applied Mechanics. 2001. Vol. 37, no. 3. P. 287–316. DOI 10.1023/A:1011331929237.
- 9. Shcherbo A.G., Zavistovsky V.E. Eksperimental'naia proverka postulata izotropii [Experimental verification of the isotropy postulate]. Vestnik Polotskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriia C. Fundamental'nye nauki [Bulletin of Polotsk State University. Part C. Fundamental Sciences]. 2008. No. 9. P. 147-154.
- 10. Exprimental verification of postulat of isotropy and mathmatical modeling of elastoplastic deformation processes follow the complex angled nonanalytic trajectories / V.G. Zubchaninov, A.A. Alekseev, E.G. Alekseeva, V.I. Gultiaev // Materials Physics and Mechanics. 2017. Vol. 32, no. 3. P. 298–304.
- 11. Zubchaninov V.G., Alekseev A.A., Alekseeva E.G. Proverka postulata izotropii i chislennoe modelirovanie protsessov deformirovaniia materialov na slozhnykh gladkikh traektoriiakh [Verification of the postulate of the isotropy and numerical simulation of the deformation of materials on a complex smooth trajectories]. Fizika i mekhanika materialov [Materials Physics and Mechanics]. 2016. Vol. 29, no. 2. P. 150–157.
- 12. Gultiaev V.I., Zubchaninov V.G., Alekseev A.A., Savrasov I.A. Proverka postulata izotropii pri slozhnom kinematicheskom nagruzhenii materiala stal' 45 po traektoriiam deformirovaniia v vide poluokruzhnostei [Verification of isotropy postulate under complex kinematic loading of steel 45 along the strain trajectories as semicircles]. Vestnik Chuvashskogo gosudar-stvennogo pedagogicheskogo universiteta imeni I.Ia. Iakovleva. Seriia: Mekhanika predel'nogo sostoianiia [Bulletin of the Yakovlev Chuvash state pedagogical university. Series: Mechanics of a limit state]. 2021. No. 4 (50). P. 16–24.
- 13. Korovin I.M. Eksperimental'noe opredelenie zavisimosti napriazhenie-deformatsiia pri slozhnom nagruzhenii po traektoriiam s odnoi tochkoi izloma [Experimental determination of the stress-strain relation under complex loading along trajectories with one break point]. Izvestiia Akademii nauk SSSR. Mekhanika [A Journal of Russian Academy of Sciences. Mechanics.]. 1964. No. 3. P. 592–600.
- 14. Ohashi Y. Effect of complicated deformation history on inelastic deformation behavior of metals // Memoirs of Faculty of Engineering Nagoya University. 1982. Vol. 34, no. 1. P. 1–76.
- Bondar V.S., Abashev D.R. Plasticheskoe deformirovanie materialov, chuvstvitel'nykh k vidu napriazhennogo sostoianiia [Plastic deformation of materials sensitive to a type of stress state]. Vestnik PNIPU. Mekhanika [PNRPU Mechanics Bulletin]. 2018. No. 1. P. 29–39.
- 16. Senatorova O.G., Antipov V.V., Bronz A.V., Somov A.V., Serebrennikova N.Yu. Vysokoprochnye i sverkhprochnye splavy traditsionnoi sistemy Al–Zn–Mg–Cu, ikh rol' v tekhnike i vozmozhnosti razvitija [High-strength and super high-strength conventional Al–Zn–Mg–Cu system-based alloys, their role in engineering and possibility of development]. Tekhnologija legkikh splavov [Technology of light alloys]. 2016. No. 2. P. 43–49.
- 17. Zubchaninov V.G., Alekseeva E.G. Zapazdyvanie vektornykh i skaliarnykh svoistv materialov pri slozhnom nagruzhenii [Delay of vector and scalar properties of materials under complex loading]. Vestnik Chuvashskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta imeni I.Ia. Iakovleva. Seriia: Mekhanika predel'nogo sostoianiia [Bulletin of the Yakovlev Chuvash state pedagogical university. Series: Mechanics of a limit state]. 2012. No. 4 (14). P. 26–39.

Материалы получены редакцией 19.04.2023