

Снижение вибронпряженности авиационных зубчатых передач

Кожаринов Е.В., Калинин Д.В., Голованов В.В.

Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова, г. Москва

e-mail: egor@ciam.ru

На основе разработанных динамических моделей цилиндрических и конических зубчатых передач выполнено расчетное исследование влияния основных источников возбуждения колебаний в зубчатых передачах на динамические нагрузки в трансмиссии. Выявлены особенности возбуждения крутильных и изгибных колебаний в высоконагруженных передачах. Сформированы рекомендации по снижению динамических нагрузок в зацеплении с помощью выбора оптимальных параметров профильной модификации для цилиндрических зубчатых передач и выбора конструкции демпфера сухого трения и оптимальной величины силы поджатия для конических зубчатых колес.

Ключевые слова: зубчатое колесо, динамическая модель, вибрация, демпфер сухого трения.

Reduction of aviation gear's vibration

Kozharinov E.V., Kalinin D.V., Golovanov V.V.

CIAM, Moscow

The computational study of the influence of main sources of vibration excitation in gears on dynamic loads in a transmission was carried out based on developed dynamic models of spur and bevel gears. Particular properties of the excitation of torsional and bending vibrations in high-loaded gears were identified. Recommendations were made to reduce dynamic loads in gearing by choosing optimal profile modification parameters for spur gears and choosing coulomb-friction damper design and an optimal compressive force for bevel gears.

Keywords: gears, dynamic model, vibration, coulomb-friction damper.

Введение

Авиационные зубчатые колеса работают в условиях высоких динамических нагрузок, которые могут представлять опасность и снижать ресурсные характеристики как самих зубчатых передач, так и деталей авиационных двигателей. Отказ зубчатых колес в коробке приводов авиационного двигателя приводит к аварийной ситуации, отказ колес главного редуктора вертолета – к катастрофе.

Основным повреждающим фактором в зубчатых колесах авиационных приводов при высоком уровне их вибронпряженности является многоцикловая усталость. Для оценки конструктивных способов снижения вибронпряженности зубчатых передач и выбора их оптимальных параметров необходимо создание адекватных динамических моделей. Сложность и актуальность задачи определения динамических нагрузок в зубчатых передачах, возникающих как при пересопряжении зубьев, так и при их резонансных колебаниях,

были отмечены И.А. Биргером [1]. В настоящей статье представлены разработанные модели цилиндрических и конических зубчатых передач и результаты расчетного исследования влияния основных источников возбуждения колебаний в этих передачах на динамические нагрузки в трансмиссии.

Динамические модели зубчатых передач

Цилиндрические зубчатые передачи. Динамическая модель цилиндрической зубчатой передачи (рис. 1) представляет собой систему с шестью степенями свободы, состоящую из двух жестких дисков, соединенных упруго-демпфирующей связью с переменной жесткостью $k_m(t)$, имитирующей зацепление зубьев. Уравнение Лагранжа для такой системы имеет вид [2]:

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{q}}\} + [\mathbf{K}(t, \mathbf{q})]\{\mathbf{q}\} + [\mathbf{C}]\{\dot{\mathbf{q}}\} = \{\mathbf{F}(t)\} + \{\mathbf{F}_{\text{тр}}(t, \mathbf{q})\}, \quad (1)$$

где $\{\mathbf{q}\} = \{\varphi_1, \varphi_2, x_1, x_2, y_1, y_2\}^T$ – вектор обобщенных координат системы (углы поворота φ_1, φ_2 , горизон-

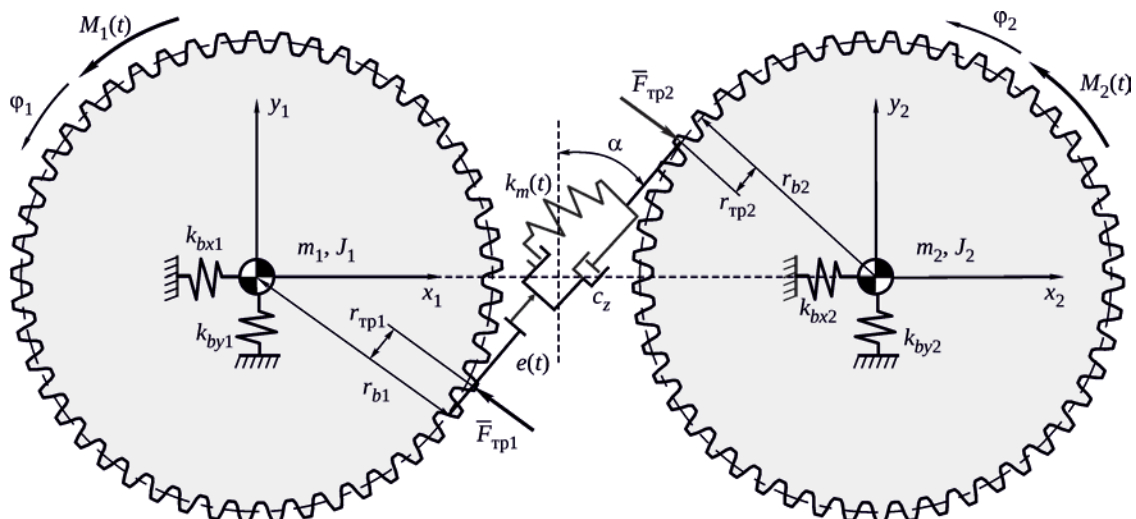


Рис. 1. Схема динамической модели цилиндрической зубчатой передачи

тальные x_1 , x_2 и вертикальные y_1 , y_2 перемещения центров масс ведомого и ведущего зубчатых колес); $[\mathbf{M}] = \text{diag}[J_1, J_2, m_1, m_2, m_1, m_2]$ – диагональная матрица инерции, элементами которой являются моменты инерции J_1 , J_2 и массы m_1 , m_2 зубчатых колес; $[\mathbf{K}(t, \mathbf{q})]$ – симметричная матрица жесткости, элементами которой являются составляющие жесткости зацепления $k_m(t)$ и жесткости подшипниковых опор колес по направлениям k_{bx} , k_{by} ; $[\mathbf{C}]$ – матрица демпфирования; $\{\mathbf{F}(t)\}$ – вектор внешних сил; $\{\mathbf{F}_{\text{тр}}(t, \mathbf{q})\}$ – вектор сил трения.

Составляющая кинематической погрешности зацепления, обусловленная деформацией зубьев под нагрузкой, учитывается путем определения функции переменной жесткости зацепления по результатам решения контактной задачи зацепления двух колес для серии угловых положений колес внутри периода зацепления. Для решения используется метод конечных элементов (МКЭ) в квазистатической трехмерной постановке. Результаты расчетов для функции жесткости зацепления $k_m(t)$, а также распределения статических контактных и изгибных напряжений для одного периода зацепления передаются в аналитическую систему (1) динамической модели.

Технологическая составляющая кинематической погрешности задается как независящая от нагрузки функция, определяемая параметрами точности зубчатой передачи.

При высоких динамических нагрузках $F_{\text{дин}} > k_m(t)b_n$ происходит потеря контакта между зубьями, что ведет к появлению в системе разрывных колебаний вследствие разрыва упруго-демпфирующей связи колес. При выборке бокового зазора возможен «обратный» контакт зубьев по нерабочим поверхностям, приводящий к повышенному износу и быстрому выходу передачи из строя.

Нелинейные процессы, связанные с размыканием зубьев, в том числе при выборке бокового зазора b_n , учитываются в модели через функцию бокового зазора $f(\delta_{12})$:

$$f(\delta_{12}) = \begin{cases} \delta_{12} - b_n, & \delta_{12} > b_n; \\ 0, & -b_n \leq \delta_{12} \leq b_n; \\ \delta_{12} + b_n, & \delta_{12} < -b_n; \end{cases} \quad (2)$$

$$\delta_{12} = r_{b1}\varphi_1 + r_{b2}\varphi_2 + e(t) + (y_1 - y_2)\cos\alpha + (x_1 - x_2)\sin\alpha; \quad (3)$$

где δ_{12} – величина относительного перемещения точек пружин, имитирующих жесткость зацепления колес вдоль линии зацепления; α – угол зацепления. При $f(\delta_{12}) = 0$ связь между зубчатыми колесами отсутствует.

Для построения амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) колебаний колес рассчитываются динамические напряжения при каждом значении частоты вращения в рабочем диапазоне (с шагом 5 Гц), задаваемой через период изменения жесткости зацепления $k_m(t)$ и силы трения $F_{\text{тр}}(t)$. В расчетной точке система плавно нагружается крутящим моментом с выходом на установившиеся колебания, после чего определяется амплитуда колебаний вычисляемого параметра.

Амплитудно-частотная характеристика для коэффициента динамической нагрузки K_V в зацеплении цилиндрических зубчатых колес приведена на рис. 2. Штриховкой отмечены зоны возможного присутствия разрывных крутильных колебаний зубчатых колес при превышении коэффициента динамичности $K_V > 2$ на резонансных и субрезонансных режимах. Нелинейный характер кривой АЧХ в зонах разрывных колебаний обусловлен учетом условия выборки бокового зазора в динамической модели.

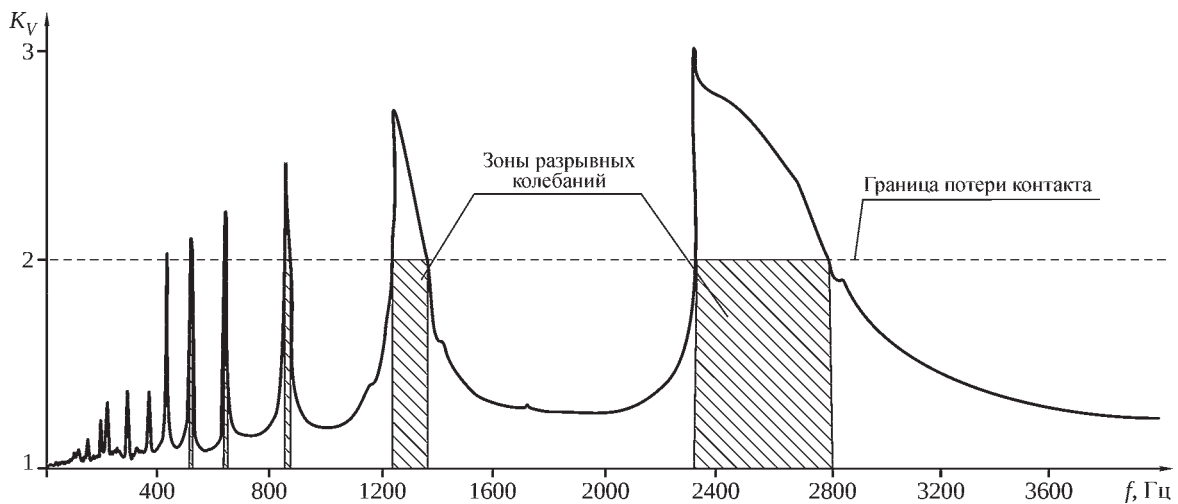


Рис. 2. Зоны потери контакта зубьев на АЧХ коэффициента динамичности цилиндрической передачи

Конические зубчатые передачи. В конической передаче на функцию статуса контакта влияют также перемещение обода шестерни в осевом направлении в точке контакта $z_l(t)$ и осевой зазор в передаче b_{0z} при отсутствии тангенциального перемещения $x(t) = \delta_{12}$, см. формулу (3). Кинематическая связь между осевыми и относительными тангенциальными перемещениями выражается линейной зависимостью с коэффициентами η_c для контакта по смежной (работающей на стартерном режиме в ГТД или на режиме авторотации в трансмиссии вертолета) поверхности зуба и η_d для контакта по рабочей поверхности зуба. Значения коэффициентов определены на основе приведенных в [3] зависимостей между различными компонентами сил в зацеплении.

Каждому значению осевой координаты $z_l(t)$ соответствует свой тангенциальный зазор, условно разделенный на зазоры по рабочему b_{td} и смежному b_{tc} профилям. Упругие деформации в передаче возникают только после полной выборки зазора по соответствующим координатам.

Статус контакта конической передачи определяется следующим образом:

$$cst(t) = \begin{cases} 1, & x(t) \geq \frac{z_l(t) + b_{0z}}{\eta_d}; \\ 0, & -\frac{z_l(t) + b_{0z}}{\eta_c} < x(t) < \frac{z_l(t) + b_{0z}}{\eta_d}; \\ -1, & x(t) \leq -\frac{z_l(t) + b_{0z}}{\eta_c}. \end{cases} \quad (4)$$

Диаграмма зазора в конической зубчатой передаче без учета деформации под нагрузкой (кинематическая диаграмма зазора) представлена на рис. 3.

Система уравнений, описывающая колебания ведомого конического колеса по узловым диаметрам в предположении, что в рабочий диапазон попадают

первые n его собственных частот колебаний, а сила в зацеплении действует в узле с номером l , может быть записана в виде [4]:

$$\{\ddot{q}_k\} + (\alpha_k + \Omega_k \beta_k) \{\dot{q}_k\} + \Omega_k \{q_k\} = F_{lz}(t) \{u_z^{(l)}\}^T. \quad (5)$$

Здесь $\{q_k\}$ – вектор-столбец обобщенных координат при собственных колебаниях колеса; α_k – коэффициент пропорциональности матрицы масс, определяющий внешнее демпфирование вязкого трения (для рассматриваемого зубчатого колеса внешнее трение отсутствует и $\alpha_k = 0$); β_k – коэффициент пропорциональности матрицы жесткости, определяющий внутреннее демпфирование в материале при соответствующей форме колебаний; Ω_k – диагональная матрица квадратов первых n собственных частот колеса; $\{u_z^{(l)}\}^T$ – транспонированный вектор осевых компонент собственных форм в узле l (рис. 4); $F_{lz}(t)$ – сила, действующая на ведомое колесо от зацепления.

АЧХ системы по осевым перемещениям z_l , относительным упругим тангенциальным перемещениям x , действующей на обод колеса осевой силой F_{3z} и максимальным напряжениям в ободу σ_1 приведены на рис. 5 и рис. 6.

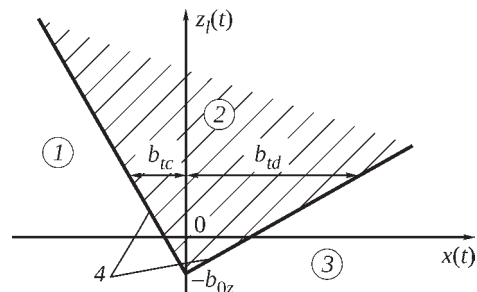


Рис. 3. Кинематическая диаграмма зазора в конической зубчатой передаче:

- 1 – область контакта по смежному профилю; 2 – область зазора; 3 – область контакта по рабочему профилю; 4 – линия кинематического контакта

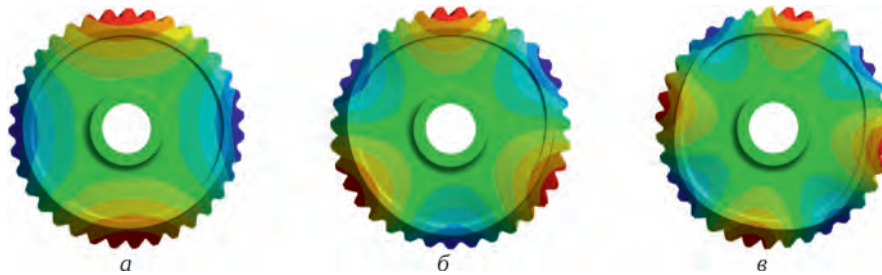


Рис. 4. Формы изгибных колебаний конического зубчатого колеса:

а – два узловых диаметра (4626 Гц); б – три узловых диаметра (8704 Гц); в – четыре узловых диаметра (14 218 Гц)

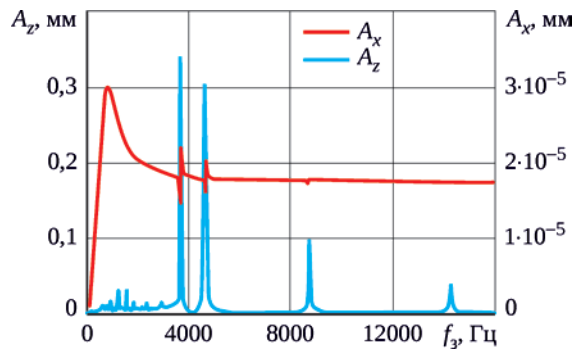


Рис. 5. АЧХ системы по осевым z_1 и относительным тангенциальным x перемещениям в передаче

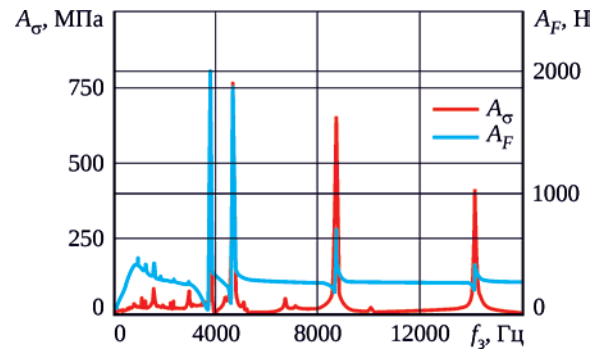


Рис. 6. АЧХ системы по осевой силе F_{32} , действующей на обод ведомого колеса, и максимальным напряжениям в обode σ

Особенности возбуждения колебаний в зацеплениях зубчатых колес

Основным фактором возбуждения колебаний в зубчатых передачах является кинематическая погрешность (КП), характеризующая отклонение реального угла поворота ведомого колеса $\theta_2^a(\theta_1)$ от теоретического $\theta_2^t(\theta_1)$, определяемого номинальным передаточным отношением передачи [5; 6]:

$$\Delta\theta_2(\theta_1) = \theta_2^a(\theta_1) - \theta_2^t(\theta_1) = \theta_2^a(\theta_1) - \frac{z_2}{z_1}\theta_1, \quad (6)$$

где θ_1 – угол поворота ведущей шестерни; θ_2 – угол поворота ведомого колеса.

Причины возникновения кинематической погрешности можно подразделить на технологические (погрешности изготовления и сборки деталей привода), эксплуатационные (деформация деталей привода под передаваемой нагрузкой и температурная деформация) и конструктивные (податливость деталей привода, модификация рабочей поверхности зуба) [7; 8].

С целью исследования влияния параметров модификации рабочей поверхности конической зубчатой передачи на кинематическую погрешность рассмотрены два комплекта зубчатых колес: комплект «А» с порядком модификации 50 мкм и комплект «Б» с порядком модификации 100 мкм. АЧХ, представленные на рис. 5 и рис. 6, соответствуют варианту модификации «А».

Для оценки влияния конструктивных параметров передачи и условий ее работы на функцию кинемати-

ческой погрешности выделим следующие характерные параметры функции: амплитуду $\Delta\theta_{2a}$, среднее за период значение $\Delta\theta_{2m}$, амплитуды коэффициентов разложения в ряд Фурье m_i .

На основе проведенного расчета установлено, что в зависимости от частоты колебаний вибронпряжения на ведомом колесе из комплекта «Б» превосходят вибронпряжения на колесе из комплекта «А» примерно в 4 раза (рис. 7). Полученный результат коррелирует с тем, что амплитуда функции кинематической погрешности для комплекта «Б» превосходит соответствующую амплитуду для комплекта «А» в 3,5 раза (рис. 8,б). При этом абсолютная величина среднего за период значения функции погрешности для комплекта «Б» в 1,08 раза больше. Графики зависимости амплитуды и среднего за период значения функции кинематической погрешности от величины передаваемого крутящего момента приведены на рис. 9.

Функция кинематической погрешности передается в динамическую модель зубчатого зацепления в виде коэффициентов разложения в ряд Фурье вплоть до шестой гармоники:

$$\Delta\bar{\theta}_2(\theta_1) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^6 (a_i \cos(i\theta_1) + b_i \sin(i\theta_1)); \quad (7)$$

$$m_i = \sqrt{a_i^2 + b_i^2},$$

где a_i и b_i – коэффициенты разложения, найденные преобразованием Фурье. Спектральный состав функции кинематической погрешности показан на рис. 10.

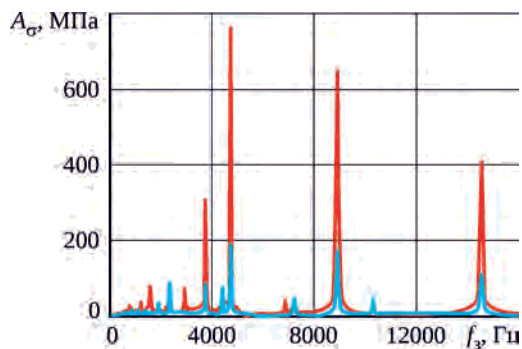


Рис. 7. АЧХ по максимальным напряжениям в ободу ведомого конического колеса:

— модификация «А»; — модификация «Б»

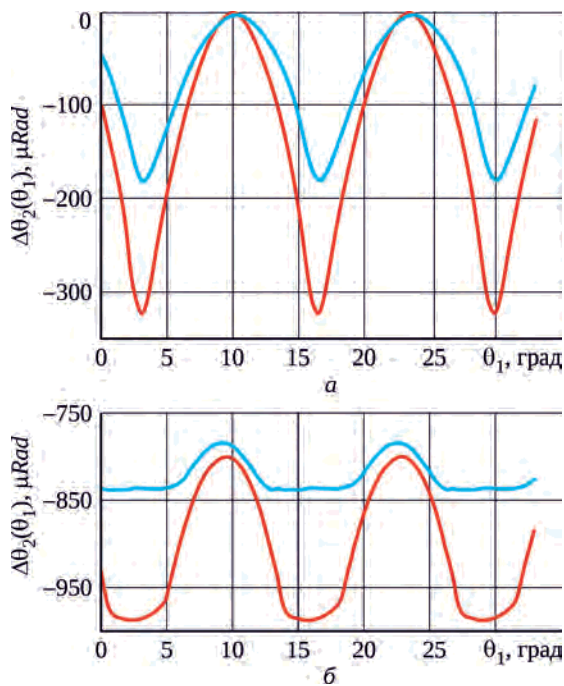


Рис. 8. Графики функции КП при передаваемом крутящем моменте $T_2 = 10$ Н·м (а) и $T_2 = 200$ Н·м (б):

— модификация «А»; — модификация «Б»

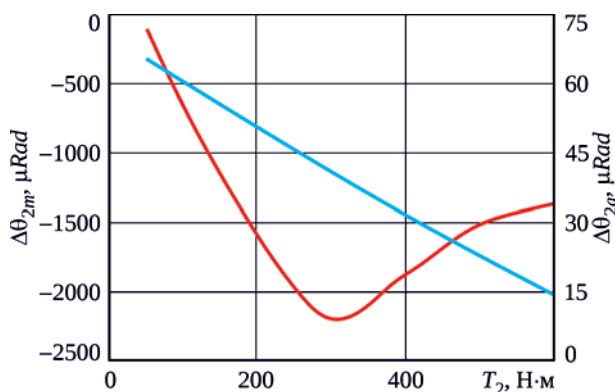


Рис. 9. Графики зависимостей амплитуды $\Delta\theta_{2m}$ и среднего за период значения $\Delta\theta_{2a}$ КП от величины передаваемого крутящего момента T_2 для передачи с модификацией «А»:

— $\Delta\theta_{2m}$; — $\Delta\theta_{2a}$

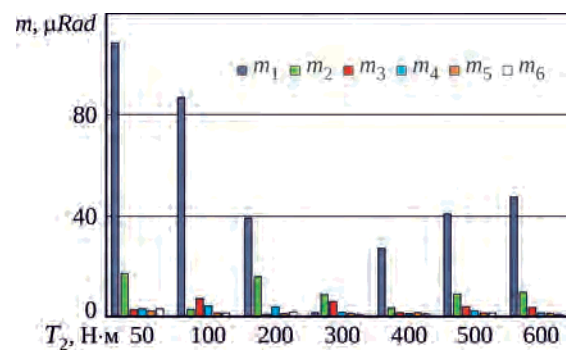


Рис. 10. Зависимость амплитуды коэффициентов разложения функции КП в ряд Фурье от передаваемого крутящего момента T_2

Способы снижения вибронапряженности авиационных зубчатых передач

Профильная модификация зубьев колес авиационных приводов применяется для снижения контактных напряжений в зубьях, компенсации технологических погрешностей и снижения динамических нагрузок. В зависимости от формы отклоняемого участка эвольвенты различают линейную (короткую и длинную) модификацию (рис. 11), модификацию по параболе, по дуге и др. Вместе с тем некорректный выбор параметров модификации может привести к серьезным негативным последствиям в работе передачи [9; 10].

На основе разработанных моделей (динамической и трехмерной квазистатической) цилиндрической зубчатой передачи выполнен анализ влияния профильной модификации с различной глубиной фланка C_a (см. рис. 11) на динамические нагрузки в зубьях и спектральный состав прогнозируемых вибросигналов. Результаты моделирования для передачи с коэффициентом перекрытия $\varepsilon = 1,72$ представлены на рис. 12 – рис. 14.

Сокращение участка дугпарного зацепления (рис. 13) происходит как за счет снижения коэффициента перекрытия передачи, так и за счет приближения функции жесткости зацепления $k_m(\varphi)$ к гармоническому виду (уменьшение амплитуды второй и высших гармоник разложения функции в ряд Фурье).

При отсутствии модификации в цилиндрических зубчатых передачах с коэффициентом перекрытия $\varepsilon > 1,7$ жесткость однопарного зацепления под нагрузкой превышает жесткость непосредственного контакта одной пары зубьев вследствие преждевременного начала кромоного контакта следующей пары зубьев. Введение профильной модификации с глубиной фланка 15 мкм и более снижает коэффициент перекрытия передачи, в результате жесткость однопарного зацепления достигает минимального значения (см. рис. 13). При этом амплитуда первой гармоники функции жесткости зацепления при модификации 60 мкм, рекомендуемой стандартами, превышает значение для передачи без

модификации почти в три раза (рис. 12), что ведет к увеличению динамических нагрузок в зацеплении и повышению уровня вибраций на частотах, кратных основной зубцовой частоте.

Важным выводом из анализа АЧХ коэффициента динамичности передачи (рис. 14) является отсутствие снижения динамических нагрузок при основном параметрическом резонансе в передачах с профильной модификацией зубьев. Амплитуда первой гармоники в функции жесткости передачи, соответствующая частоте переспряжения зубьев, практически не снижается при введении модификации. При этом в определенных условиях (для передач с коэффициентом перекрытия $\epsilon > 1,7$) амплитуда первой гармоники функции жесткости передачи

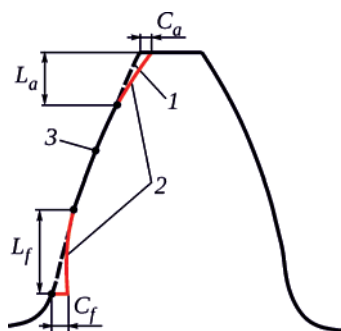


Рис. 11. Короткая линейная модификация (фланкирование): 1 – исходный эвольвентный профиль; 2 – модифицированный профиль; 3 – полюс зацепления

даже с оптимальными параметрами модификации может возрастать, что приведет к увеличению динамических напряжений на зубцовой частоте.

Уменьшение коэффициента перекрытия передачи ϵ из-за снижения длины активного участка линии зацепления при введении профильной модификации приводит к увеличению зоны параметрических резонансных колебаний, сопровождающихся потерей контакта зубьев, что также оказывает негативное влияние на динамическую нагруженность передачи.

На основе анализа полученных результатов можно сформулировать следующие рекомендации по выбору параметров профильной модификации цилиндрических зубчатых передач.

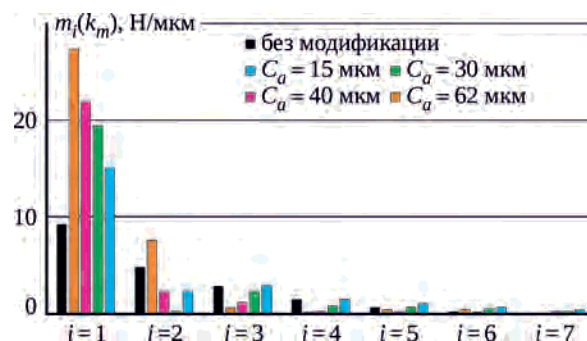


Рис. 12. Спектральный состав функции жесткости зацепления цилиндрической передачи ($\epsilon = 1,72$) с различными параметрами профильной модификации

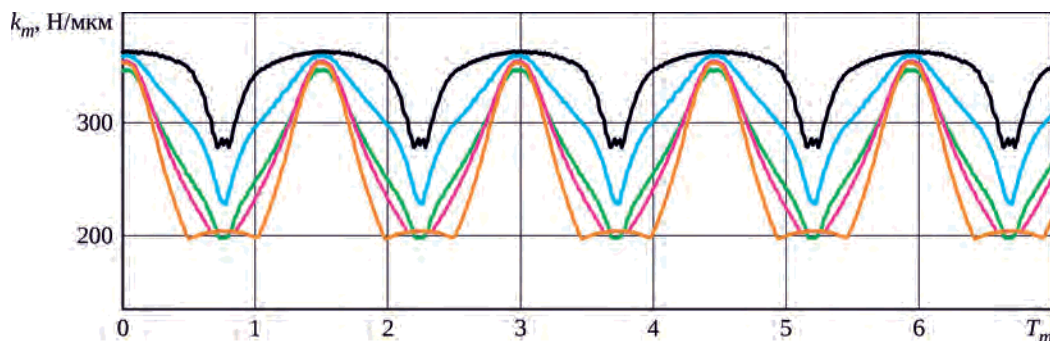


Рис. 13. Жесткость зацепления $k_m(\varphi)$ цилиндрической передачи с различными параметрами профильной модификации: — без модификации; — $C_a = 15$ мкм; — $C_a = 30$ мкм; — $C_a = 40$ мкм; — $C_a = 62$ мкм

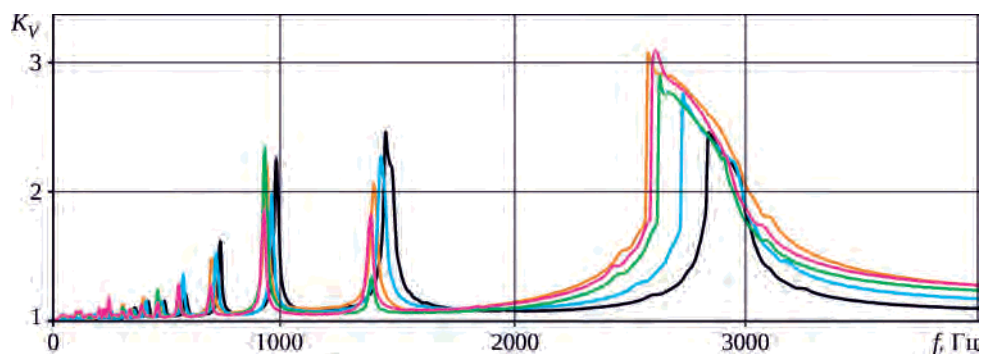


Рис. 14. АЧХ цилиндрической передачи ($\epsilon = 1,72$) с различными параметрами профильной модификации: — без модификации; — $C_a = 15$ мкм; — $C_a = 30$ мкм; — $C_a = 40$ мкм; — $C_a = 62$ мкм

1. Амплитуда первой гармоники разложения функции жесткости зацепления в ряд Фурье для передач с модификацией не должна превышать значения для передачи без модификации.

2. Для передач с коэффициентом перекрытия $\varepsilon > 2$ не рекомендуется использовать профильную модификацию.

3. Критерием выбора оптимальных параметров профильной модификации может служить уровень амплитуд основных гармоник (от зубцовой частоты) разложения функции жесткости зацепления передачи в ряд Фурье, что позволит определять параметры модификации без проведения длительных расчетов с построением АЧХ динамических нагрузок в зацеплении.

Применение демпфера сухого трения. Конические авиационные передачи работают в широком диапазоне частот вращения, что затрудняет отстройку всех собственных частот колебаний обода конического колеса. Одним из эффективных способов снижения амплитуды резонансных колебаний конических зубчатых колес и, соответственно, уменьшения значений переменных напряжений является использование демпфера, работающего за счет сил сухого трения. Пример такого демпфера представлен на рис. 15.

Подробное описание динамической модели конического зубчатого колеса с демпфером сухого трения приведено в [4]. Результаты моделирования представлены на рис. 16 в виде АЧХ системы по амплитуде перемещения z_l узла l при изменении силы поджатия демпфера. Установка демпфера с оптимальной силой поджатия $F_{p\text{opt}}$ позволяет снизить амплитуду в ~ 80 раз. На АЧХ можно выделить четыре основных режима работы демпфера: режим I с отрывными колебаниями демпфера (нерасчетный режим); режим II с преобладанием проскальзывания в контакте; режим III с преобладанием длительных относительных остановок в контакте; режим IV с полным отсутствием проскальзывания (запертый режим).

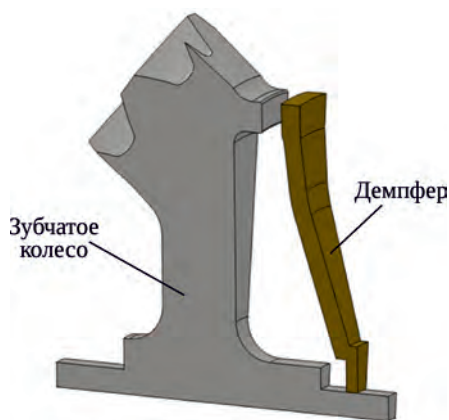


Рис. 15. Общий вид сектора конического зубчатого колеса с демпфером сухого трения

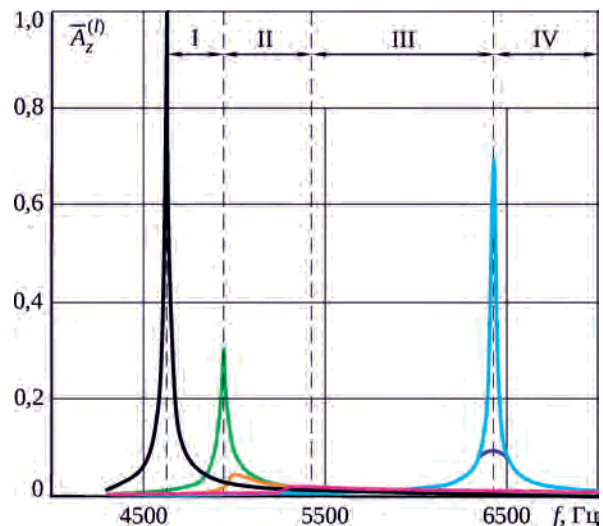


Рис. 16. АЧХ системы при различной величине силы поджатия демпфера:

— без демпфера; — $F_{p\text{min}}$; — $1,5F_{p\text{min}}$; — $F_{p\text{opt}}$; — $0,07F_{p\text{max}}$; — $F_{p\text{max}}$

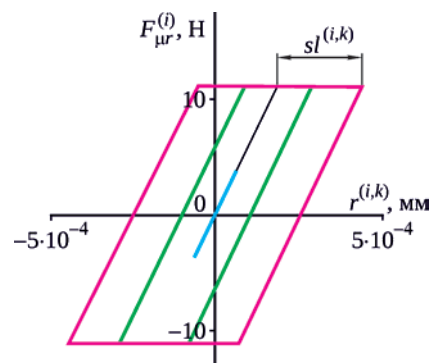


Рис. 17. Петля гистерезиса силы $F_{\mu}^{(i)}$ для различных узлов i в области контакта μ :

— $i = 1$; — $i = 5$; — $i = 10$

Каждый узел i в области μ контакта колеса и демпфера в зависимости от своей угловой координаты φ_i может контактировать с демпфером как с проскальзыванием, так и без него. Определив перемещение $r^{(i,k)}$ i -го узла, зависящее от угла $\varphi_i(t)$, и, как следствие, проскальзывание $s_l^{(i,k)}$, можно построить петли гистерезиса цикла «нагрузка – разгрузка», параметры которых будут отличаться для различных узлов (рис. 17, [4]).

Заключение

На основе разработанной динамической модели зацепления прямозубых колес сделаны выводы о влиянии профильной модификации зубьев на динамические нагрузки в передаче. Показано, что максимальные значения динамических напряжений во впадинах зубьев при работе передачи ($\varepsilon = 1,72$) на резонансных частотах не могут быть снижены путем введения профильной модификации зубьев. Применение профильной

модификации для прямозубых передач с высоким коэффициентом перекрытия оказывает негативный эффект на динамические нагрузки и должно быть ограничено для авиационных зубчатых передач.

Для рассмотренного конического зубчатого колеса наблюдается корреляция между амплитудой кинемати-

ческой погрешности и амплитудой вибронпряжений при резонансных колебаниях ведомого колеса по узловым диаметрам. Показано, что применение демпфера сухого трения позволяет на порядок уменьшить амплитуду колебаний конического зубчатого колеса по узловым диаметрам.

Литература

1. Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Иосилевич Г.Б. Расчет на прочность деталей машин: справочник. М.: Машиностроение, 1979. 702 с.
2. Kalinin D., Temis Y., Kozharinov E. Simulation of Gears Systems with Dynamic Analysis // 14th IFToMM World Congress, Taipei, Taiwan, October 25–30, 2015. Curran Associates, 2017. Vol. 4. P. 2355–2359.
3. Громан М.Б., Шлейфер М.А. Конические передачи с круговым зубом. М.: Машиностроение, 1964. 175 с.
4. Кожаринов Е.В. Расчет и проектирование демпфера сухого трения конического зубчатого колеса: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Москва, 2017. 135 с.
5. Лопато Г.А., Кабатов Н.Ф., Сегаль М.Г. Конические и гипоидные передачи с круговыми зубьями: справ. пособие. М.: Машиностроение, 1977. 423 с.
6. TANG Jinyuan, HU Zehua, WU Lijuan, CHEN Siyu. Effect of Static Transmission Error on Dynamic Responses of Spiral Bevel Gears // J. Cent. South Univ. 2013. Vol. 20. P. 640–647.
7. Шевелева Г.И. Теория формообразования и контакта движущихся тел. М.: Станкин, 1999. 494 с.
8. Litvin F.L., Hong-Tao Lee. Generation and Tooth Contact Analysis for Spiral Bevel Gears with Predesigned Parabolic Function of Transmission Errors. Chicago: NASA. 1989. 218 p.
9. Kahraman A., Blankenship G.W. Experiments on Nonlinear Dynamic Behavior of an Oscillator with Clearance and Periodically Time-Varying Parameters // J. of Applied Mechanics: trans. of the ASME. 1997. Vol. 64, iss. 1. P. 217–226.
10. Hsiang His Lin, Denis P. Townsend, Fred B. Oswald. Profile Modification to Minimize Spur Gear Dynamic Loading // NASA Technical Memorandum 89901. 1988. 22 p.

References

1. Birger I.A., Shorr B.F., Iosilevich G.B. Raschet na prochnost' detalei mashin: spravochnik [Strength Calculation of Machine Parts: a Guidebook]. Moscow: Mechanical Engineering, 1979. 702 p.
2. Kalinin D., Temis Y., Kozharinov E. Simulation of Gears Systems with Dynamic Analysis // 14th IFToMM World Congress, Taipei, Taiwan, October 25–30, 2015. Curran Associates, 2017. Vol. 4. P. 2355–2359.
3. Groman M.B., Shleifer M.A. Konicheskie peredachi s krugovym zubom [Bevel Gears with Circular Eooth]. Moscow: Mechanical Engineering, 1964. 175 p.
4. Kozharinov E.V. Raschet i proektirovanie dempfera sukhogo treniia konicheskogo zubchatogo koleasa [Calculation and Design of a Dry Friction Damper of a Bevel Gear]. The dissertation for the degree of candidate of technical sciences. Moscow, 2017. 135 p.
5. Lopato G.A., Kabatov N.F., Segal' M.G. Konicheskie i gipoidnye peredachi s krugovymi zub'iami: spravochnik [Conical and Hypoid Gears with Circular Teeth: a Guidebook]. Moscow: Mechanical Engineering, 1977. 423 p.
6. TANG Jinyuan, HU Zehua, WU Lijuan, CHEN Siyu. Effect of Static Transmission Error on Dynamic Responses of Spiral Bevel Gears // J. Cent. South Univ. 2013. Vol. 20. P. 640–647.
7. Sheveleva G.I. Teoriia formoobrazovaniia i kontakta dvizhushchikhsia tel [Theory of Shaping and Contact of Moving Bodies]. Moscow, Stankin publ., 1999. 494 p.
8. Litvin F.L., Hong-Tao Lee. Generation and Tooth Contact Analysis for Spiral Bevel Gears with Predesigned Parabolic Function of Transmission Errors. Chicago: NASA. 1989. 218 p.
9. Kahraman A., Blankenship G.W. Experiments on Nonlinear Dynamic Behavior of an Oscillator with Clearance and Periodically Time-Varying Parameters // J. of Applied Mechanics: trans. of the ASME. 1997. Vol. 64, iss. 1. P. 217–226.
10. Hsiang His Lin, Denis P. Townsend, Fred B. Oswald. Profile Modification to Minimize Spur Gear Dynamic Loading // NASA Technical Memorandum 89901. 1988. 22 p.

Материалы получены редакцией 28.11.2018
