

# Численное моделирование работы плазменного актуатора на основе диэлектрического барьерного разряда

Семенёв П.А.<sup>1,2</sup>, Токталиев П.Д.<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова, г. Москва

<sup>2</sup> Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, г. Москва

<sup>3</sup> Институт проблем химической физики РАН, г. Черноголовка

e-mail: semenov@gmail.com

На основе сдвигово-диффузионной аппроксимации уравнений гидродинамического метода описания плазмы в многокомпонентном двухтемпературном приближении построена и программно реализована математическая модель взаимодействия плазменного актуатора, использующего диэлектрический барьерный разряд, с окружающим воздухом. Показано, что основным фактором, влияющим на распределение зарядов является электронная температура. Получены характеристики Дебаевского слоя вблизи электродов. На основе распределения объемной плотности зарядов и ионов проанализированы форма и расположение «активного» объема, в котором осуществляется генерация объемной силы.

**Ключевые слова:** диэлектрический барьерный разряд, ионизация воздуха, сдвигово-диффузионное приближение, схема переменных направлений, плазменный актуатор.

## Numerical modeling of plasma actuator operational process based on dielectric barrier discharge

Semenov P.A.<sup>1,2</sup>, Toktaliev P.D.<sup>3</sup>

<sup>1</sup> CIAM, Moscow

<sup>2</sup> BMSTU, Moscow

<sup>3</sup> IPCP RAS, Chernogolovka

Based on the drift-diffusion approximation of hydrodynamic method for describing plasma in a multicomponent two-temperature approximation, a mathematical model of the interaction between a plasma actuator using dielectric barrier discharge and surrounding air was developed and programmatically implemented. It was shown that electron temperature is the main factor affecting charge distribution. Characteristics of the Debye sheath near electrodes were obtained and position of the “active” volume in which the volume force is generated was analyzed based on distribution of volume density of charges and ions.

**Keywords:** dielectric barrier discharge, air ionization, drift-diffusion approximation, alternate direction implicit method, plasma actuator.

### Введение

Одним из путей повышения массогабаритных характеристик авиационных двигателей является использование более коротких внутренних проточных каналов. Применение коротких диффузоров с большим отношением площади выхода к площади входа с сильно искривленной центральной линией позволяет существенно уменьшить габариты и массу силовой установки.

Однако в таких каналах имеет место отрыв потока, и наряду с продольным градиентом давления под действием центробежных сил появляется поперечный градиент, индуцирующий вторичные течения, искажающие поле давления. С целью частичного или полного устранения этих негативных эффектов применяют пассивные (интерцепторы) и активные (синтетические струи, диэлектрический барьерный разряд (ДБР), сверхвысокочастотный разряд) методы воздействия.

---

Интерес к использованию ДБР-актуаторов в газодинамических приложениях связан с их малым весом, возможностью монтажа электродов практически без внесения в поток дополнительных возмущений, отсутствием сложных механических или пневматических систем и, главное, возможностью их установки непосредственно в месте зарождения неблагоприятных эффектов (развитие возмущений, отрыв потока и т.д.), а также простотой создания на их основе активных систем управления, работающих только на критических режимах.

Управляющее устройство (актуатор) на основе ДБР обычно состоит из двух электродов, расположенных на поверхности и разделенных диэлектриком. Переменный ток большого напряжения, приложенный к электродам, вызывает слабую ионизацию в близлежащей области. Ионизированный газ (плазма) в присутствии градиента электрического поля, производимого электродами, испытывает действие объемной силы, что приводит к появлению во внешнем потоке дополнительных возмущений скорости.

Анализ взаимодействия между плазменным актуатором на основе ДБР и потоком газа – это сложная многодисциплинарная задача, объединяющая в себе элементы газовой динамики, турбулентности, теплообмена, плазмодинамики и ионной кинетики. Ранее авторами был рассмотрен и реализован подход [1], основанный на оценке значений источниковых членов в уравнениях Навье – Стокса и топологии области их применения по экспериментальным полям скорости потока. В рамках подхода использованы эмпирические оценки для задания областей с постоянными значениями источниковых членов (так называемых «активных» объемов). Преимущество этого подхода заключается в простоте задания кусочно-постоянного поля объемных сил и получении экспресс-оценок возможностей такого силового (импульсного) воздействия. Недостатком является то, что подход не раскрывает физических особенностей процесса и не позволяет связать абсолютные значения сил с электрическими характеристиками ДБР-актуатора, а также требует наличия проверенных эмпирических оценок.

Более сложная математическая модель, позволяющая получить непрерывные поля электрического потенциала и объемной плотности заряда в расчетной области (и, как следствие, осреднением за период и перемножением указанных характеристик – непрерывное поле объемной силы), была реализована на основе метода двойного потенциала DPM [2]. Важная особенность этого подхода – получение связи указанных полей с напряжением на электродах и частотой переменного тока, которые являются параметрами данного метода. Усложнение вычислительной процедуры позволило

в большей степени учесть реальные физические процессы, происходящие вблизи актуатора. Однако эта модель также содержит некоторый набор эмпирических констант, учитывающихся, главным образом, в граничных условиях при решении уравнений для потенциала и плотности заряда.

Принципиальным является то, что в обоих подходах не рассматривался механизм ионизации, т.е. образования низкотемпературной плазмы в окрестности электродов. Наиболее рациональным представляется последовательное решение задачи с поэтапным моделированием ионизации, применением метода типа DPM для нахождения поля объемной силы и интеграцией полей источниковых членов в газодинамический расчет.

### Описание математической модели

Для анализа механизма формирования объемных и поверхностных зарядов реализован подход, основанный на сдвигово-диффузионной аппроксимации уравнений гидродинамического метода описания плазмы. Этот подход, широко используемый при моделировании образования электронов проводимости и дырок в полупроводниках [3 – 5], основан на предположении о том, что времена релаксации скорости и энергии в системе заряженных частиц существенно меньше характерного времени задачи. Основой подобного описания является механизм ионизации – рекомбинации воздуха. В сокращенном виде он с комментариями изложен в [6], более полная картина кинетических процессов, протекающих в воздухе в присутствии электрического поля, представлена в [7; 8]. В общем случае для многих приложений механизм ионизации может включать компоненты с возбужденными внутренними степенями свободы, в том числе электронными. На первом этапе расчетов в реакциях ионизации были приняты постоянные константы скоростей реакций  $k_i$ , однако, как показал анализ результатов расчетов, подобное упрощение не позволяет получить физическую картину разделения зарядов. Поэтому далее использовались аппроксимации зависимостей констант скоростей реакции от электронной температуры или температуры газа. К гомогенным реакциям, протекающим в объеме ионизированного воздуха, следует присовокупить поверхностные реакции бимолекулярной рекомбинации ионов и атомов кислорода на поверхности диэлектрика. Рекомбинация играет важную роль в формировании поверхностного заряда, однако для ее учета требуется дополнительное усложнение модели, поэтому в первом приближении рекомбинация не учитывалась. Поверхностный заряд формировался только за счет диффузии свободных зарядов от/к поверхности, этот механизм был учтен в граничных условиях.

---

Анализ скоростей реакции в используемом механизме показывает, что образование ионов азота происходит гораздо менее интенсивно, чем образование ионов кислорода, при этом они сразу образуют нейтральные атомы азота. Другая картина наблюдается для кислорода: при небольших электронных температурах образовавшиеся ионы кислорода сразу рекомбинируют, однако при повышении температуры образование ионов происходит одновременно по нескольким цепям, что ведет к локальному увеличению их концентрации. Обозначая концентрации рассматриваемых нейтральных частиц, ионов и электронов через  $n_i$  в приближении малоподвижных сравнительно тяжелых ионов, получаем систему уравнений переноса относительно  $n_i$  ( $i$  – индекс компонент  $e, O_2, N_2, O_2^+, O, O^-, O^+, N_2^+$ ). Типичные уравнения переноса для электронов, ионов и нейтральных компонентов имеют вид (нормировочное уравнение для суммы компонент не использовалось):

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla(n_e \mu_e \nabla \varphi - D_e \nabla n_e) = n_e(k_{11} n_{N_2} n_{N_2} - k_3 n_{N_2^+} + (k_{11} - k_6 + k_4) n_{O_2} + k_9 n_{O^+} + k_{12} n_{O^-}); \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_{O_2^+}}{\partial t} + \nabla(n_{O_2^+} \mu_{O_2^+} \nabla \varphi - D_{O_2^+} \nabla n_{O_2^+}) = k_4 n_e n_{O_2} - k_7 n_{O_2^+} n_{O^+}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial n_{N_2}}{\partial t} + \nabla(n_{N_2} \mu_{N_2} \nabla \varphi - D_{N_2} \nabla n_{N_2}) = -k_1 n_e n_{N_2} - k_2 n_e n_{N_2} + k_3 n_e n_{N_2^+}. \quad (3)$$

Здесь  $\varphi$  – электрический потенциал;  $\mu_i, D_i$  – коэффициенты подвижности и диффузии, соответственно. Каждое из приведенных уравнений представляет собой уравнение переноса с источниками в правой части, моделирующими образование компоненты посредством электронных реакций;  $k_1, \dots, k_{12}$  – константы реакций, приведенных выше, нумерация соответствует порядку из [6].

Подвижность  $\mu_i$  и коэффициент диффузии  $D_i$  можно вычислить на основе функции распределения частиц по скоростям, которая в общем случае имеет не Максвелловский вид. Для упрощения модели значения этих коэффициентов определялись из полуэмпирических соотношений Ланжевена и Эйнштейна для ионов. В общем случае эти коэффициенты представляют собой тензоры и зависят от напряженности электрического поля, причем для полей высокой интенсивности эта зависимость имеет нелинейный характер. Для нейтральных компонент использованы соотношения кинетической теории газов. Кроме того, в модели предполагалось, что распределение электронов по скоростям имеет Максвелловский вид.

Для ДБР-приложений справедливо допущение о малости влияния на процессы ионизации магнитного поля, поэтому полная система уравнений Максвелла может быть сведена к закону Гаусса, который для принятого кинетического механизма имеет вид:

$$\nabla(\epsilon_r \nabla \varphi) = e(n_e + n_{O^-} - n_{O_2^+} - n_{N_2^+} - n_{O^+}). \quad (4)$$

Здесь  $\epsilon_r = 10\epsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость среды;  $e$  – заряд электрона.

Наконец, последнее соотношение, которое необходимо добавить к системе уравнений переноса и электромагнитной части задачи, описывает эволюцию электронной температуры  $T_e$ :

$$\frac{3}{2} \frac{\partial n_e T_e}{\partial t} + \nabla \left( \frac{5}{2} \Gamma_e T_e - \frac{5}{2} D_e n_e \nabla T_e \right) = \frac{e}{k} \Gamma_e \nabla \varphi + S; \quad (5)$$

$$\Gamma_e = n_e \mu_e \nabla \varphi + D_e \nabla n_e,$$

где  $k$  – постоянная Больцмана.

Таким образом, полная система уравнений задачи и выражения для потоков  $\Gamma_m$  и  $\Gamma_U$  имеют вид:

$$\frac{\partial n_m}{\partial t} = S_m - \nabla \Gamma_m; \quad m = 1 \dots 8; \quad (6)$$

$$\Gamma_m = n_m \mu_m \nabla \varphi - D_m \nabla n_m;$$

$$\frac{3}{2} \frac{\partial U}{\partial t} + \nabla \Gamma_U = \frac{e}{k} \Gamma_e \nabla \varphi + S; \quad (7)$$

$$\Gamma_U = \frac{5}{2} \Gamma_e T_e - \frac{5}{2} D_e n_e \nabla T_e = \frac{5}{2} \mu_e U \nabla \varphi - \frac{5}{2} D_e \nabla U;$$

$$\nabla(\epsilon_r \nabla \varphi) = e(n_e + n_{O^-} - n_{O_2^+} - n_{N_2^+} - n_{O^+}). \quad (8)$$

В уравнении (7) принято:

$$S = P_{ext} - P_{coll} = P_{ext} - n_e \sum_{m \neq e} K_j \epsilon_j.$$

Здесь  $P_{ext}$  – источниковый член, ответственный за бесстолкновительный «нагрев» электронной компоненты;  $\sum K_j \epsilon_j$  – суммарные удельные потери энергии электронной компонентой за счет процессов ионизации, возбуждения внутренних степеней свободы, упругих столкновений. Для рассматриваемых условий ( $P \sim 1$  атм, частота изменения напряжения на электродах  $f \sim 1 \dots 10$  кГц) принято  $P_{ext} \approx 0$ . Также принято допущение о малости слагаемого  $P_{coll}$  в сравнении с величиной Джоулева нагрева:

$$P_{coll} \ll \left| \frac{e}{k} \Gamma_e \nabla \varphi \right|.$$

Решение начально-краевой задачи (6) – (8) рассмотрено в прямоугольной области (рис. 1):

$$G = G_a \cup G_d; \quad \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq L_x, 0 \leq y \leq L_y, 0 \leq t \leq T\}$$

при  $L_x = 0,04$  м,  $L_y = 0,01$  м,  $T = 40T_0$ , где  $T_0$  – период изменения напряжения на электродах. Толщина слоя диэлектрика 1 мм.

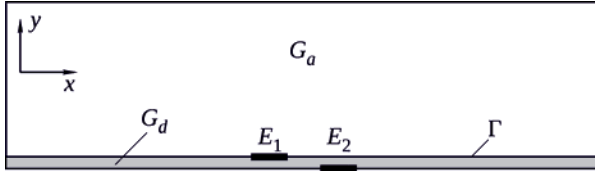


Рис. 1. Схема расчетной области:

$E_1$  – внешний электрод;  $E_2$  – заземленный электрод;  
 $G_a$  – область, занятая газом;  $G_d$  – область, занятая диэлектриком;  $\Gamma$  – граница областей

В области диэлектрика находилось только решенные уравнения (8), т.е. область определения решения  $\varphi(\mathbf{r}, t)$ ,  $\mathbf{r} \in G$ .

Начальные условия для всех переменных:

$$n_i(\mathbf{r}, 0) = \begin{cases} n_{e,0}, & i=1; \\ n_{ox,0}, & i=2; \\ n_{nitr,0}, & i=3, \mathbf{r} \in G_a \setminus \Gamma; \\ 0, & i>3; \end{cases}$$

$$T_e(\mathbf{r}, 0) = T_g = T_0, \mathbf{r} \in G_a \setminus \Gamma;$$

$$\varphi(\mathbf{r}, 0) = 0, \mathbf{r} \in G,$$

где  $n_{e,0} \approx 10^4 \text{ м}^{-3}$ ;  $n_{ox,0} \approx 4 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$ ;  $n_{nitr,0} \approx 15 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$ ;  $T_0 = 300 \text{ К}$ .

Граничные условия на всех границах области, кроме электродов и границы раздела фаз, имеют вид:

$$\frac{\partial n_i(\mathbf{r}, t)}{\partial \mathbf{n}} = 0, i=1 \dots 8, \mathbf{r} \in G_a \setminus \Gamma;$$

$$\frac{\partial T_e(\mathbf{r}, t)}{\partial \mathbf{n}} = 0, \mathbf{r} \in G_a \setminus \Gamma;$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{n}} = 0, \mathbf{r} \in G_a \setminus (\Gamma \cup E_2).$$

Для электронной компоненты в условиях малости вторичного коэффициента эмиссии на стенках и электроде:

$$\frac{\partial n_e(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = 0, 25 n_e (8kT_e / \pi m_e)^{0,5}, \mathbf{r} \in \Gamma, \quad (9)$$

где  $m_e$  – масса электрона.

Для электронной температуры на стенках и электроде:

$$\frac{\partial T_e}{\partial \mathbf{n}} = \frac{1}{5n_e D_e} T_e \frac{\partial n_e}{\partial \mathbf{n}},$$

Граничные условия для электрического потенциала:

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \begin{cases} 1500 \sin(10000\pi t), & \mathbf{r} \in E_1; \\ 0, & \mathbf{r} \in E_2. \end{cases}$$

Накопление поверхностного заряда на границе диэлектрик – газ и связанное с ним граничное условие для электрического потенциала имеют вид:

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} = e \left( \frac{\partial n_{O_2}(\mathbf{r}, t)}{\partial \mathbf{n}} + \frac{\partial n_{N_2}(\mathbf{r}, t)}{\partial \mathbf{n}} + \frac{\partial n_{O_2}(\mathbf{r}, t)}{\partial \mathbf{n}} - \frac{\partial n_{O_2}(\mathbf{r}, t)}{\partial \mathbf{n}} - \frac{\partial n_e(\mathbf{r}, t)}{\partial \mathbf{n}} \right), \mathbf{r} \in \Gamma;$$

$$\varepsilon_r \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{n}_r} - \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{n}_g} = -\rho_s,$$

где  $\rho_s$  – поверхностная плотность заряда;  $\mathbf{n}_r$ ,  $\mathbf{n}_g$  – нормали на границе диэлектрик – газ, направленные в сторону диэлектрика и газа, соответственно.

Построим сетку с постоянными шагами  $h_x = L_x / IM$  и  $h_y = L_y / JM$  по пространству

$$\omega_h = \{(x_i, y_j) \mid x_i = ih_x, i = 0 \dots IM, y_j = jh_y, j = 0 \dots JM\},$$

равномерную сетку по времени с шагом  $\tau = T/N$

$$\omega_\tau = \{t_n = n\tau, n = 0 \dots N\}$$

и сетку в расчетной области  $G$  в виде  $\omega_{h\tau} = \omega_h \times \omega_\tau$ .

Аппроксимируем компоненту  $\Gamma_m$  на сетке  $\omega_{h\tau}$  в предположении кусочно-постоянного распределения:

$$(\Gamma_m)_{x,j+1/2} = n_m \mu_m (\nabla \varphi)_{x,j+1/2} - D_m (\nabla n_m)_{x,j+1/2}; \quad (10)$$

$$(\Gamma_m)_{y,j+1/2} = n_m \mu_m (\nabla \varphi)_{y,j+1/2} - D_m (\nabla n_m)_{y,j+1/2}. \quad (11)$$

Следуя схеме Шарфеттера – Гаммеля [10], получим выражение для  $(\Gamma_m)_{x,i+1/2}$  путем умножения обеих частей равенства (10) на  $\exp(-\mu_m (\nabla \varphi)_{x,i+1/2} \frac{x-x_i}{D_m})$  и интегрирования по интервалу  $(x_i, x_i + h)$ :

$$\begin{aligned} & \int_{x_i}^{x_i+h_x} (\Gamma_m)_{x,j+1/2} \exp\left(-\mu_m (\nabla \varphi)_{x,j+1/2} \frac{x-x_i}{D_m}\right) dx = \\ & = \int_{x_i}^{x_i+h_x} \frac{\partial}{\partial x} \left( D_m n_m \exp\left(-\mu_m (\nabla \varphi)_{x,j+1/2} \frac{x-x_i}{D_m}\right) \right) dx; \\ & (\Gamma_m)_{x,j+1/2} = \frac{\mu_m (\nabla \varphi)_{x,j+1/2} \left( n_{i+1} e^{-\mu_m (\nabla \varphi)_{x,j+1/2} \frac{h_x}{D_m}} - n_i \right)}{e^{-\mu_m (\nabla \varphi)_{x,j+1/2} \frac{h_x}{D_m}} - 1} \end{aligned}$$

$$= \frac{D_m}{h_x} B \left( -\mu_m (\nabla \varphi)_{x,j+1/2} \frac{h_x}{D_m} \right) n_i -$$

$$- \frac{D_m}{h_x} B \left( \mu_m (\nabla \varphi)_{x,j+1/2} \frac{h_x}{D_m} \right) n_{i+1} =$$

$$= \frac{D_m}{h_x} \left( B_{x,j+1/2}^- n_i - B_{x,j+1/2}^+ n_{i+1} \right).$$

$$B_{x,j+1/2}^\mp = B(\mp x_{x,j+1/2}) = \frac{\mp x_{x,j+1/2}}{e^{\mp x_{x,j+1/2}} - 1} - \text{функция Бернулли.}$$

Аналогично:

$$(\Gamma_U)_{x,j+1/2} = \frac{5 D_e}{2 h_x} (B_{x,j+1/2}^- U_j - B_{x,j+1/2}^+ U_{j+1}), \quad (12)$$

Тогда разностный аналог дивергенции векторов потока  $\Gamma_m$ ,  $\Gamma_U$  может быть представлен в виде:

$$(\nabla \Gamma_{m,U})_{i,j} = \frac{1}{h_x} ((\Gamma_{m,U})_{x,j+1/2} - (\Gamma_{m,U})_{x,j-1/2}) + \frac{1}{h_y} ((\Gamma_{m,U})_{y,j+1/2} - (\Gamma_{m,U})_{y,j-1/2}). \quad (13)$$

Известные ограничения схемы Шарфеттера – Гаммеля, связанные с устойчивостью, могут быть преодолены за счет введения дополнительных фиктивных узлов вычисления градиента  $\varphi$  с пересчетом решения [10] или использования метода Ньютона [4]. Эти ограничения, в первую очередь, связаны с величиной  $E$  и членом  $n_m \mu_m \nabla \varphi$  в (6) – (7). В рассматриваемых условиях с независимыми от  $E$  подвижностями ионов и умеренной напряженностью поля  $E$  в использовании дополнительных фиктивных узлов нет необходимости.

Ограничения на шаг по времени связаны с наиболее быстро протекающим процессом, которым является поляризация связанных зарядов в диэлектрике. Характерное время этого процесса для рассматриваемых условий  $\Delta t = m_e v_{e,n} \epsilon_0 / (e^2 n_e) \sim 10^{-15} \dots 10^{-13}$  с, где  $v_{e,n}$  – частота ион-электронных столкновений. Таким образом, использование явных схем по времени требует достаточно мелких шагов [11 – 13]. В данном случае приоритетным является применение неявных схем, несмотря на большее количество арифметических операций на шаг.

Воспользуемся простейшей продольно-поперечной неявной схемой для дискретизации уравнений (6) – (7) (индексы  $m$ ,  $U$  приведены только в отличающихся членах):

$$\alpha_{m,U} \frac{n_{i,j}^{n+1/2} - n_{i,j}^n}{0,5\tau} = \frac{1}{h_x} (\Gamma_{x,j-1/2}^{n+1/2} - \Gamma_{x,j+1/2}^{n+1/2}) + \frac{1}{h_y} (\Gamma_{y,j-1/2}^n - \Gamma_{y,j+1/2}^n) + (S_{m,U})_{i,j}^n; \quad (14)$$

$$\alpha_{m,U} \frac{n_{i,j}^{n+1} - n_{i,j}^{n+1/2}}{0,5\tau} = \frac{1}{h_x} (\Gamma_{x,j-1/2}^{n+1/2} - \Gamma_{x,j+1/2}^{n+1/2}) + \frac{1}{h_y} (\Gamma_{y,j-1/2}^{n+1} - \Gamma_{y,j+1/2}^{n+1}) + (S_{m,U})_{i,j}^{n+1/2}, \quad (15)$$

где  $\alpha_m = 1$ ;  $\alpha_U = 3/2$ ;  $S_m = \sum_i k_i n_j n_k$ ;  $S_U = \frac{e}{k} \Gamma_e \nabla \varphi$ .

Решение системы (14) – (15) после подстановки (10) – (13) сводится к последовательности скалярных и, с учетом всех химических компонент и электронной

температуры, векторных прогонок относительно  $X = (n_1, \dots, n_8, U)^T$ :

$$B_{x,j-1/2}^- X_{i-1,j}^{n+1/2} - \left( B_{x,j-1/2}^+ + B_{x,j+1/2}^+ + \alpha_{m,U} \frac{h_x^2}{D} \frac{2}{\tau} \right) X_{i,j}^{n+1/2} + B_{x,j+1/2}^+ X_{i+1,j}^{n+1/2} = -F_{i,j}^n; \quad (16)$$

$$F_{i,j}^n = \frac{h_x^2}{h_y^2} (B_{y,j-1/2}^- X_{i,j-1}^n - B_{y,j-1/2}^+ X_{i,j}^n - B_{y,j+1/2}^- X_{i,j}^n + B_{y,j+1/2}^+ X_{i,j+1}^n) + \frac{h_x^2}{D} (S_{m,U})_{i,j}^n + \beta_{m,U} \frac{h_x^2}{D} \frac{2}{\tau} X_{i,j}^n;$$

$$B_{y,j-1/2}^- X_{i,j-1}^{n+1} - \left( B_{y,j-1/2}^+ + B_{y,j+1/2}^+ + \alpha_{m,U} \frac{h_y^2}{D} \frac{2}{\tau} \right) X_{i,j}^{n+1} + B_{y,j+1/2}^+ X_{i,j+1}^{n+1} = -F_{i,j}^{n+1/2}; \quad (17)$$

$$F_{i,j}^{n+1/2} = \frac{h_y^2}{h_x^2} (B_{x,j-1/2}^- X_{i-1,j}^{n+1/2} - B_{x,j-1/2}^+ X_{i,j}^{n+1/2} - B_{x,j+1/2}^- X_{i,j}^{n+1/2} + B_{x,j+1/2}^+ X_{i+1,j}^{n+1/2}) + \frac{h_y^2}{D} (S_{m,U})_{i,j}^{n+1/2} + \beta_{m,U} \frac{h_y^2}{D} \frac{2}{\tau} X_{i,j}^{n+1/2},$$

где  $\alpha_m = \beta_m = 1$ ;  $\alpha_U = 2/5$ ;  $\beta_U = 3/5$ .

Решение уравнений (16) – (17) совместно с разностными аналогами граничных и начальных условий позволяет получить концентрации компонентов смеси и электронную температуру на следующем временном шаге. В использованном варианте вычислительной процедуры решение уравнения (8) осуществлялось после решения уравнений (16) – (17). Детали постановки граничных условий для рассматриваемой модели плазмы, а также некоторые особенности их дискретизации описаны в [14; 15].

## Результаты моделирования

Результаты моделирования работы плазменного актуатора в виде полей средних за один период изменения напряжения на электродах концентраций ионов приведены на рис. 2 (показана только область, занятая газом). На рисунках отчетливо видно образование особенностей – областей со значительной концентрацией ионов в окрестностях заземленного и внешнего электродов. В этих областях концентрация ионов повышается на один-два порядка относительно остальной области и достигает значений:

$$n_{O^-} \approx 2,565 \cdot 10^{14} \text{ м}^{-3}; \quad n_{O_2^+} \approx 1,881 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3};$$

$$n_{N_2^+} \approx 4,942 \cdot 10^{14} \text{ м}^{-3}; \quad n_{O^+} \approx 3,893 \cdot 10^{14} \text{ м}^{-3}.$$

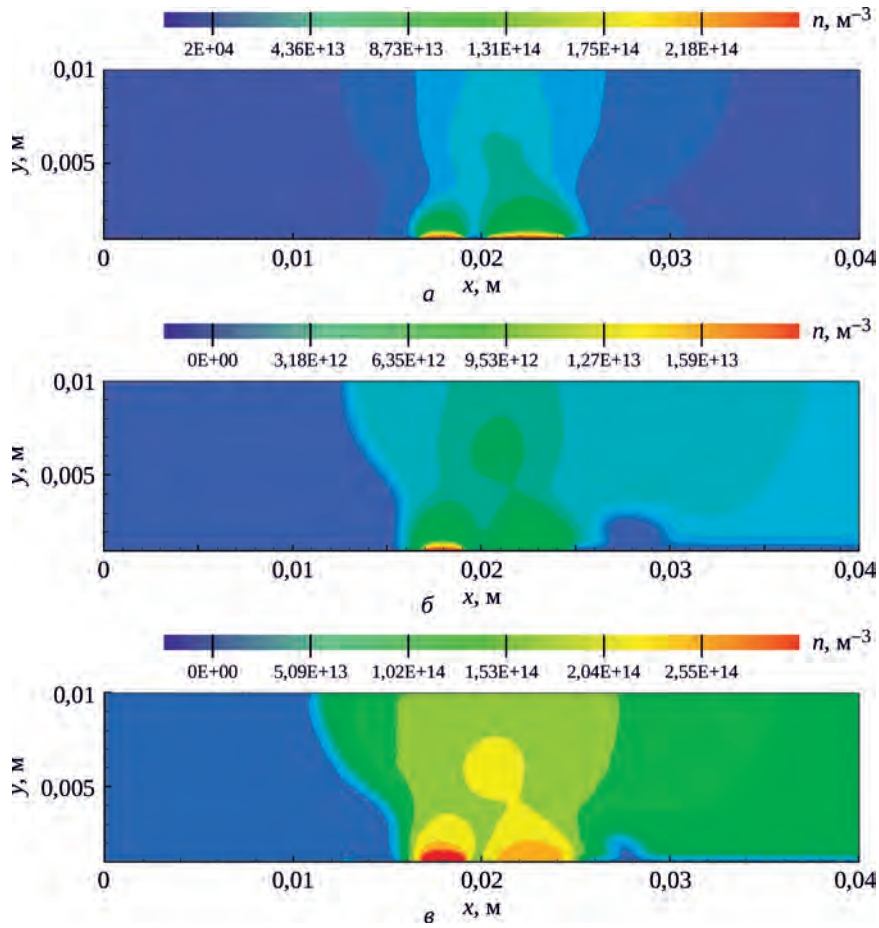


Рис. 2. Осредненные поля концентраций ионов  $O^-$ ,  $O_2^+$ ,  $N_2^+$ :  
 $a$  – отрицательный ион атомарного кислорода,  $O^-$ ;  $б$  – положительный ион  $O_2^+$ ;  $в$  – положительный ион  $N_2^+$

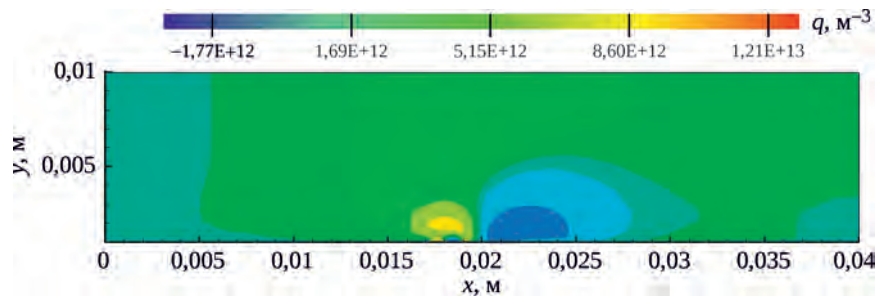


Рис. 3. Распределение средней за период объемной плотности заряда  $q$ ,  $m^{-3}$

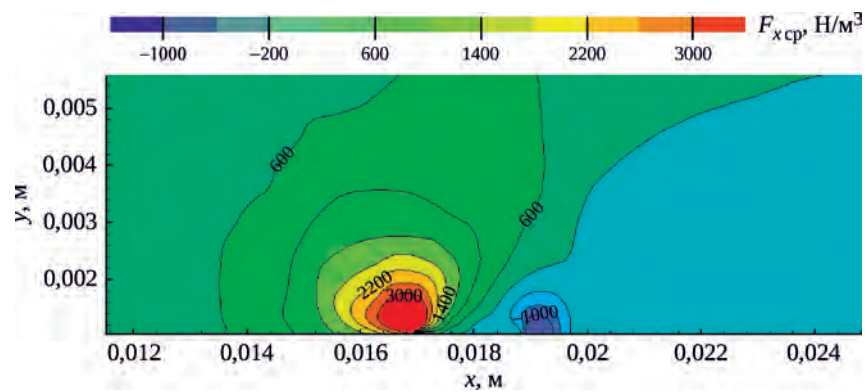


Рис. 4. Поле средней за период продольной компоненты объемной силы  $F_{xcp}$  вблизи электродов

Области повышенной концентрации ионов представляют собой Дебаевский слой вблизи электродов. Его характерная величина (высота области, занятой положительным ионом  $N_2^+$  над поверхностью погруженного в поток электрода) составляет 5...100 мкм. Для разрешения Дебаевского слоя на сеточном уровне использованы неравномерные, адаптированные к поверхности раздела фаз, расчетные сетки с размером пристеночной ячейки  $h = 1$  мкм. В рассматриваемых условиях формирование Дебаевского слоя осуществляется за счет однократно ионизированного молекулярного азота  $N_2^+$ , его концентрация вблизи электродов имеет наибольшие значения по сравнению с концентрациями остальных положительных ионов.

На основе распределений осредненных концентраций всех ионов и электронной компоненты можно построить поле средней за период объемной плотности заряда  $q = n_{O_2^+} + n_{N_2^+} + n_{O^+} - n_e - n_{O^-}$  (рис. 3). Наибольшие значения объемной плотности заряда достигаются вблизи электродов и в межэлектродном пространстве. Таким образом, область со значимыми величинами объемной плотности заряда имеет протяженность не более 2 мм по вертикальной координате и 4...5 мм по продольной координате. Еще меньший размер имеет «активный» объем, внутри которого средняя по периоду объемная сила, действующая со стороны заряженных компонент на основную массу газа, имеет значение  $F_{x\text{cp}} > 1000 \text{ Н/м}^3$  ( $F_{x\text{cp}} = qeE_{x\text{cp}}$ , где  $E_{x\text{cp}}$  – средняя за период продольная компонента вектора напряженности электрического поля;  $e$  – заряд электрона). Обсуждение механизма передачи импульса от заряженных частиц к нейтральным и обсуждение выражения для объемной силы может быть найдено в работе [16]. Поле силы  $F_{x\text{cp}}$  в окрестности электродов приведено на рис. 4. Видно, что высота «активного» объема при рассматриваемых характеристиках актуатора не превышает 1 мм, а длина – 3 мм. Поля объемной силы  $F_{x\text{cp}}$  и  $F_{y\text{cp}}$  в явном виде или в виде аппроксимаций аналитическими функциями [1; 2] могут быть использованы при проведении газодинамических расчетов.

По результатам выполненных расчетов можно также определить поверхностную плотность заряда  $\rho_s$ ,

которая является внешним параметром в моделях ДБР на основе одинарного или двойного потенциалов. Как показал расчет, наибольшее накопление поверхностного заряда наблюдается на поверхности над заземленным электродом: среднее значение  $\rho_s$  над электродом составило  $10^{-6} \text{ Кл/м}^2$ , протяженность поверхности с зарядами – 2 мм (соответствует длине электрода), распределение имеет один максимум. Вдоль остальной поверхности раздела фаз накопление поверхностного заряда в рассматриваемой постановке практически не происходит – касательные к эквипотенциалам электрического потенциала проходят через границу практически без разрыва.

## Заключение

В работе построена и программно реализована математическая модель работы плазменного актуатора, использующего ДБР, основанная на сдвигово-диффузионной аппроксимации уравнений гидродинамического метода описания плазмы в многокомпонентном двухтемпературном приближении.

В результате расчетов показано, что для рассматриваемого режима работы актуатора (максимальное напряжение на электродах 1500 В, характерный размер электродов 2 мм) размеры «активного» объема, в котором происходит эффективная генерация объемной силы, составляют около 1 мм в нормальном к электродам направлении и 3 мм в продольном направлении. При этом максимальное значение средней за период изменения напряжения на электродах продольной компоненты генерируемой объемной силы равно  $\approx 4300 \text{ Н/м}^3$ . Это значение подтверждает ранее полученные оценки [1; 2] и вывод о необходимости увеличения плотности энергии, передаваемой актуатором в поток для управления им (предотвращения отрыва) даже для существенно дозвуковых режимов течения  $M \sim 0,1 \dots 0,2$ . Структура поля объемной силы, а также распределение поверхностной плотности зарядов (характерное среднее значение над заземленным электродом  $10^{-6} \text{ Кл/м}^2$ ) могут быть использованы в моделях работы ДБР-актуатора на основе метода двойного потенциала и источникового метода [1; 2].

## Литература / References

1. Semenev P.A., Pudovikov D.E. Dielectric Barrier Discharge Numerical Simulation and Analysis of Its Flow Control Application Effectiveness. 2015. (6th European Conference for Aeronautics and Space Sciences (EUCASS), 29 June – 3 July 2015, Krakow, Poland).
2. Semenev P.A., Pudovikov D.E., Toktaliev P.D. Numerical Simulation of Interaction Process between Dielectric Barrier Discharge and Duct Flow // ECCOMAS Congress 2016: Proc. of the VII Europ. Congr. on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering: held in Crete, Greece, 5–10 June 2016. Athens: Inst. of Structural Analysis and Antiseismic Research, Nat. Techn. Univ. of Athens, 2016. Vol. 1. P. 844–856.

- 
3. Stewart R.A., Vitello P., Graves D.B. Two-Dimensional Fluid Model of High Density Inductively Coupled Plasma Sources // *J. of Vacuum Science & Technology B: Microelectronics and Nanometer Structures Processing, Measurement, and Phenomena*. 1994. Vol. 12, no. 1 (Jan.). P. 478–485.
  4. Lymberopoulos D.P., Economou D.J. Fluid Simulations of Glow Discharges: Effect of Metastable Atoms in Argon // *J. of Applied Physics*. 1993. Vol. 73, no. 8 (Apr. 15). P. 3668–3679.
  5. Selberherr S. *Analysis and Simulation of Semiconductor Devices*. Wien; New York: Springer-Verlag, 1984.
  6. Semenev P.A., Toktaliev P.D., Martynenko S.I. Numerical Simulation of Air Ionization Processes in Plasma-Actuator Electric Field // *J. of Physics: Conf. Ser.* 2019. Vol. 1158, iss. 4. Paper 042013. URL: [doi.org/10.1088/1742-6596/1158/4/042013](https://doi.org/10.1088/1742-6596/1158/4/042013).
  7. Kinetic Scheme of the Non-Equilibrium Discharge in Nitrogen-Oxygen Mixtures / I.A. Kossyi, A.Yu. Kostinsky, A.A. Matveyev and V.P. Silakov // *Plasma Sources Science and Technology*. 1992. Vol. 1, no. 3 (Aug.). P. 207–220.
  8. Bose D., Govindan T.R., Meyyappan M. A Continuum Model for the Inductively Coupled Plasma Reactor in Semiconductor Processing // *J. of the Electrochemical Society*. 1999. Vol. 146, no. 7. P. 2705–2711.
  9. Chung T.H., Yoon H.J., Seo D.C. Global Model and Scaling Laws for Inductively Coupled Oxygen Discharge Plasmas // *J. of Applied Physics*. 1999. Vol. 86, no. 7. P. 3536–3542.
  10. Kulikovski A.A. A More Accurate Sharfetter-Gummel Algorithm of Electron Transport for Semiconductor and Gas Discharge Simulation // *J. of Computational Physics*. 1995. Vol. 119, iss. 1 (June). P. 149–155.
  11. Barnes M.S., Cotler T.J., Elta M.E. Large-Signal Domain Modeling of Low-Pressure RF Glow Discharges // *J. of Applied Physics*. 1987. Vol. 61, no. 1. P. 81–89.
  12. Colella P., Dorr M.R., Wake D.D. A Conservative Finite Difference Method for the Numerical Solution of Plasma Fluid Equations // *J. of Computational Physics*. 1999. Vol. 149, iss. 1 (10 Febr.). P. 168–193.
  13. Roy S., Singh K.P., Gaitonde D.V. Air Plasma Actuators for Effective Flow Control. 2007. 10 p. (45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 8–11 Jan. 2007, Reno, Nevada).
  14. Hagelaar G.J.M., Hoog F.J. de, Kroesen G.M.W. Boundary Conditions in Fluid Models of Gas Discharges // *Physical Review E*. 2000. Vol. 62, iss. 1. P. 1452–1454.
  15. Wilson A., Shotorban B. Investigation of Surface Boundary Conditions for Continuum Modeling of RF Plasmas // *Physics of Plasmas*. 2018. Vol. 25, iss. 5 (May). Art. 053509. DOI 10.1063/1.5020983; URL: <https://arxiv.org/abs/1804.10077v1>.
  16. Boeuf J.P., Pitchford L.C. Electrohydrodynamic Force and Aerodynamic Flow Acceleration in Surface Dielectric Barrier Discharge // *J. of Applied Physics*. 2005. Vol. 97, no. 10. Art. 103307.

*Материалы получены редакцией 25.12.2019*