

# Применение пьезоэлементов для активного гашения резонансных колебаний лопаток турбомашин

Шорр Б.Ф., Бортников А.Д.

Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова, г. Москва

e-mail: adbortnikov@ciam.ru

Рассмотрены основные особенности активного гашения колебаний механических систем с помощью пьезоэлементов. Для расчетного воспроизведения эффекта активного пьезодемпфирования лопаток турбомашин использованы одномерные аналитические модели, в том числе в рамках волнового метода прямого математического моделирования, и трехмерные конечно-элементные модели. Приведены результаты экспериментально-расчетных исследований активного пьезодемпфирования вынужденных колебаний натурной рабочей лопатки компрессора газотурбинного двигателя.

**Ключевые слова:** гашение колебаний, пьезоэлемент, рабочая лопатка компрессора.

## Application of piezoelectric elements for active damping of resonant vibrations of turbomachine blades

Shorr B.F., Bortnikov A.D.

CIAM, Moscow

Main features of active vibration damping in mechanical systems via piezoelectric elements are presented. One-dimensional analytical models, including those within the wave method of direct mathematical modeling, and three-dimensional finite element models were used for computational recreation of the effect of active piezoelectric damping in turbomachine blades. Results of experimental and computational studies on active piezoelectric damping of forced vibrations in a GTE compressor's full-scale rotor blade are presented.

**Keywords:** vibration damping, piezoelectric element, compressor rotor blade.

### Введение

В последние десятилетия активно ведутся работы в области пьезоэлектрических материалов, электромеханических преобразователей, которые под действием механических напряжений генерируют электрическое поле (прямой пьезоэффект) и, наоборот, под действием электрического поля – механические напряжения (обратный пьезоэффект), и изучаются возможности

их использования для гашения резонансных колебаний элементов машин, в частности лопаток газотурбинных двигателей.

Пьезоэлементы (ПЭ) представляют собой устройства из пьезоэлектрического материала в форме пластин или цилиндров с нанесенными электродами. Условия возникновения прямого пьезоэффекта в ПЭ-сенсоре показаны на рис. 1, а обратного, в ПЭ-актюаторе, – на рис. 2:

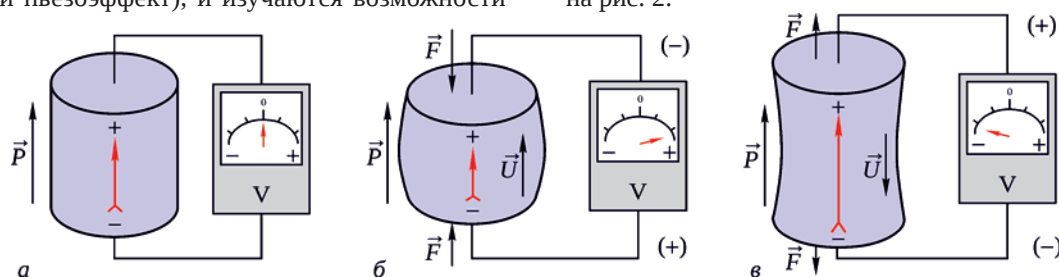


Рис. 1. Прямой пьезоэффект:

а – исходное состояние; б – сжимающая деформация; в – растягивающая деформация

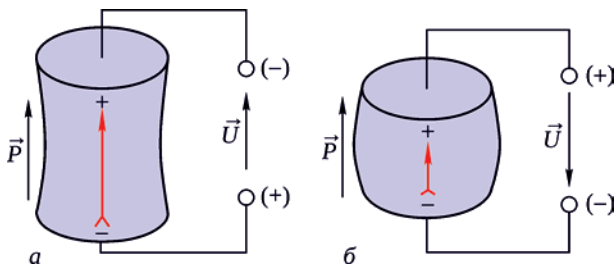


Рис. 2. Обратный пьезоэффект:  
а – растяжение; б – сжатие

- сжатие вдоль оси поляризации ( $\vec{P}$ ) генерирует внутри ПЭ электрическое напряжение ( $\vec{U}$ ), совпадающее по направлению с поляризацией (см. рис. 1,б);
- растяжение приводит к возникновению внутри ПЭ электрического напряжения, направление которого противоположно поляризации (см. рис. 1,а);
- при подаче внешнего электрического напряжения, совпадающего по направлению с поляризацией, ПЭ растягивается (см. рис. 2,а);
- при подаче напряжения, противоположного направлению поляризации, ПЭ сжимается (см. рис. 2,б).

Если ПЭ циклически сжимать и растягивать, он будет генерировать на электродах периодическое электрическое напряжение той же частоты. И наоборот, если на ПЭ действовать переменным электрическим напряжением, то он будет сжиматься – растягиваться. Когда ПЭ жестко соединен с механической системой, например лопаткой турбомшины, то деформация этой лопатки в месте их соединения вызовет деформацию ПЭ, что приведет к возникновению в нем электрического поля. Если же к ПЭ приложить разность потенциалов, то он начнет деформироваться и механически влиять на лопатку.

По общей теории деформации пьезоэлементов и связи упругих, диэлектрических и пьезоэлектрических свойств имеется множество публикаций, например [1–3]. В работах [4–6] исследованы уравнения движения различных конструкций с пьезоэлементами. Расчетное моделирование взаимодействия ПЭ с механической системой может проводиться посредством построения эквивалентных электрических цепей, электромеханических моделей и другими способами [7].

В настоящей работе для выявления основных особенностей пьезодемпфирования вынужденных колебаний механических систем принят простой расчетный способ учета влияния ПЭ путем введения в механическую систему добавочной активной силы, описывающей конечное силовое воздействие ПЭ-актюатора на систему, исходя из сигнала ПЭ-сенсора, отражающего текущее состояние системы.

Некоторые проблемы, способы и расчетно-теоретические вопросы пьезодемпфирования, в том числе применительно к лопаткам ГТД, рассмотрены в ряде работ,

например [4; 8–10]. Мало изученными расчетно-теоретически и экспериментально остаются вопросы применения ПЭ на нестационарных режимах, фазовые соотношения ПЭ при их разных расположениях и ряд других вопросов, которые изучаются в настоящей работе.

## Активное пьезодемпфирование

Гашение механических колебаний с помощью пьезоэлементов впервые было предложено в работе [11] для активного и пассивного демпфирования вибраций линз оптических приборов.

При активном пьезодемпфировании организуется система обратной связи, включающая:

- чувствительный элемент (ПЭ-сенсор), вырабатывающий электрический сигнал о текущем состоянии системы или вынуждающей нагрузке;
- блок обработки сигнала, формирующий и усиливающий управляющий сигнал с помощью энергии внешнего источника;
- исполнительное устройство, которое под действием управляющего сигнала, поступающего на ПЭ-актюатор, вызывает деформацию объекта или приводит его в движение.

Примеры применения активного гашения колебаний имеются в работах [12–15]. В [15; 16] обсуждаются вопросы возможного применения ПЭ для демпфирования колебаний деталей турбомашин, в том числе для вращающихся лопаток. В [15] несколько ПЭ размещались на поверхности вращающейся лопатки в разгонной камере, а система управления ПЭ – вне разгонной камеры. В [16] рассматривались способы включения ПЭ в конструкцию демпфируемого объекта, например внутрь модельной лопатки. В патенте [17] пьезоэлементы и электропровода предлагается располагать внутри охлаждаемой турбинной рабочей лопатки.

## Стационарные вынужденные колебания одномассового осциллятора

Рассмотрим одномассовый осциллятор (рис. 3) с жесткостью пружины  $C$  и собственным вязким трением с коэффициентом  $\beta$ . На одном конце пружины имеется сосредоточенная масса  $m$ , другой конец закреплен. В систему в неявном виде входят два взаимодействующих ПЭ. Отнесение обоих пьезоэлементов к одной и той же точке системы можно трактовать как предельный случай их сближения.

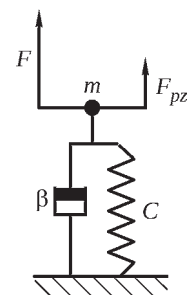


Рис. 3. Одномассовый осциллятор с добавочной активной силой

На массу одновременно действуют две переменные продольные силы:

- заданная вынуждающая сила  $F = F_0 \sin(\omega t)$ ;
  - сдвинутая относительно нее по фазе добавочная активная сила  $F_{pz}(y, t) = F_{pz0}(y) \sin(\omega t + \varphi + \alpha_{pz})$ , порождаемая перемещением массы  $y(t)$  при колебаниях системы.
- Уравнение движения массы имеет вид

$$m\ddot{y} + \beta\dot{y} + Cy = F(t) + F_{pz}(y, t). \quad (1)$$

Пассивный ПЭ-сенсор вырабатывает электрический сигнал, амплитуда которого пропорциональна амплитуде перемещения  $A$ . Сигнал с заданным коэффициентом усиления  $X_{pz}$  и задаваемым добавочным сдвигом фазы  $\alpha_{pz}$  поступает на ПЭ-актюатор, воздействие которого выражается появлением добавочной активной силы  $F_{pz}(y, t)$ . Перемещение сосредоточенной массы происходит со сдвигом  $\varphi$  по фазе относительно вынуждающей силы  $y(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$ , определяемым динамикой системы. Добавочная активная сила выражается следующим соотношением:

$$\begin{aligned} F_{pz}(y, t) &= X_{pz} K A \sin(\omega t + \varphi + \alpha_{pz}) = \\ &= X_{pz} K [A_1 \sin(\omega t + \alpha_{pz}) + A_2 \cos(\omega t + \alpha_{pz})] = \\ &= X_{pz} K [(A_1 \cos(\alpha_{pz}) - A_2 \sin(\alpha_{pz})) \sin(\omega t) + \\ &\quad + ((A_1 \sin(\alpha_{pz}) + A_2 \cos(\alpha_{pz})) \cos(\omega t)], \quad (2) \end{aligned}$$

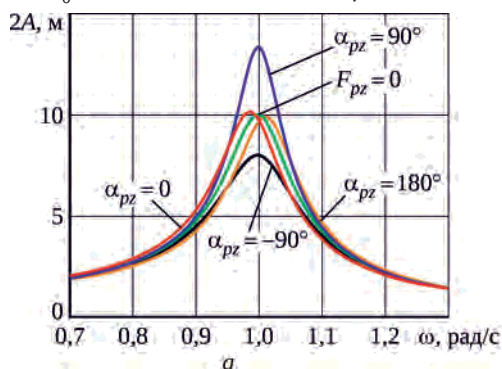
где  $A_1$  и  $A_2$  – гармонические составляющие амплитуды перемещения массы, м;  $K$  – продольная жесткость пьезоэлемента, Н/м.

Опуская промежуточные выкладки, получаем выражение для амплитуды перемещения массы под действием вынуждающей и добавочной активной силы:

$$A(\omega) = \frac{F_0 / m}{\sqrt{(-\omega^2 + \omega_0^2 - \frac{X_{pz} K}{m} \cos(\alpha_{pz}))^2 + (\frac{X_{pz} K}{m} \sin(\alpha_{pz}) - 2\eta\omega)^2}}, \quad (3)$$

где  $\beta / m = 2\eta$ ;  $\omega_0 = \sqrt{C / m}$ .

Для аналитического исследования зададим параметры системы:  $F_0 = 1$  Н,  $m = 1$  кг,  $C = 1$  Н/м,  $\beta = 0,1$  кг/с,



$K = 1$  Н/м – и построим зависимость размаха  $2A(\omega)$  при разных значениях  $X_{pz}$  и  $\alpha_{pz}$ , а также при отсутствии добавочной активной силы  $F_{pz} = 0$  (рис. 4).

Очевидно, что для гашения гармонических колебаний сдвиг фаз между активной и вынуждающей силой должен составлять  $-180^\circ$ , т.е.  $F_{pz} = F_0 \sin(\omega t - \pi)$ . Но так как на резонансе собственный сдвиг фазы между перемещением сосредоточенной массы и вынуждающей нагрузкой составляет  $\varphi = -\pi/2$ , то, приравнявая выражения

$$\sin(\omega t - \pi/2 + \alpha_{pz}) = \sin(\omega t - \pi), \quad (4)$$

найдем, что  $\alpha_{pz} = -\pi/2$ , т.е. при  $\alpha_{pz} = -90^\circ$  достигается противофазность действия вынуждающей и активной сил – происходит гашение колебаний по сравнению со случаем, когда добавочная сила отсутствует.

При  $\alpha_{pz} = 90^\circ$  возникает синфазность вынуждающей и активной сил, что приводит к увеличению амплитуды вынужденных колебаний («антигашение»). Однако при очень малых значениях  $\beta$ , когда резонансные перемещения сильно возрастают, их дальнейшее увеличение теряет смысл.

При  $\alpha_{pz} = 0; 180^\circ$  немного изменяется резонансная частота, а амплитуда колебаний почти не меняется.

### Нестационарные вынужденные продольные колебания консольного стержня

В реальных условиях резонансные режимы работы конструкций возникают постепенно, обычно при изменении частоты вынуждающей силы (в турбомашинах – при изменении частоты вращения). Длительность пребывания в резонансной области также может быть различной – от очень быстрого прохода через эту область до перехода к установившимся резонансным колебаниям. Поэтому расчетное моделирование нестационарного пьезодемпфирования представляет значительный интерес.

Рассмотрим нестационарные продольные колебания стержня постоянного поперечного сечения, закреп-

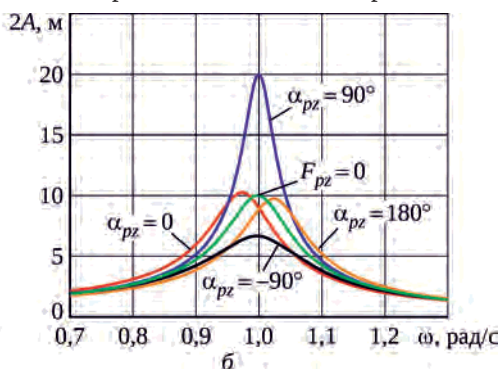


Рис. 4. Расчетные резонансные кривые размаха перемещения сосредоточенной массы при действии добавочной активной силы: а –  $X_{pz} = 0,025$ ; б –  $X_{pz} = 0,05$

ленного на одном конце и свободного на другом. На стержень действует равномерно распределенная по его длине  $l$  квазигармоническая продольная нагрузка

$$q(t) = q_0 \sin[2\pi(f_1 + 0,5vt)t + \alpha] \quad (5)$$

с постоянной амплитудой  $q_0$ , но линейно меняющейся по времени частотой возбуждения

$$f = f_1 + vt, \quad (6)$$

со скоростью  $v$  и начальной фазой  $\alpha$ .

На расстоянии  $l_{pz}$  от свободного конца на стержне закреплен ПЭ-актюатор, связывающий продольные деформации  $\varepsilon_{pz}$  в этом сечении с электрической цепью (рис. 5).

Внешняя электрическая цепь и сам ПЭ не моделируются, а механическое влияние ПЭ заменяется его силовым воздействием на стержень.

Исходные данные и результаты расчета приводятся в безразмерном виде:

$$\begin{aligned} \bar{l}_{pz} &= l_{pz} / l; \quad \bar{t} = t / t_0; \\ \bar{\sigma} &= \sigma / q_0; \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon / E q_0; \\ \bar{f} &= f / f_0; \quad \bar{v} = 4(\bar{f}_2 - \bar{f}_1) \bar{t}_\Sigma, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $t_0 = l/c$  – время одного прохода волны по стержню;  $c = (E/\rho)^{0,5}$  – скорость распространения продольных упругих волн;  $E$  – модуль упругости;  $\rho$  – плотность;  $f_0 = c/4l$  – первая собственная частота продольных колебаний стержня с периодом  $\tau_0 = 1/f_0 = 4l/c$ ;  $\bar{f}_1$  и  $\bar{f}_2$  – начальная и конечная частота возбуждения;  $\bar{t}_\Sigma$  – время процесса.

Нестационарные расчеты проводились согласно теории волновых конечных элементов [18], пошаговым

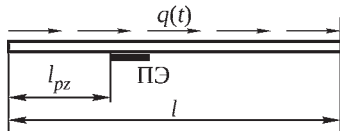


Рис. 5. Стержень с закрепленным пьезоэлементом

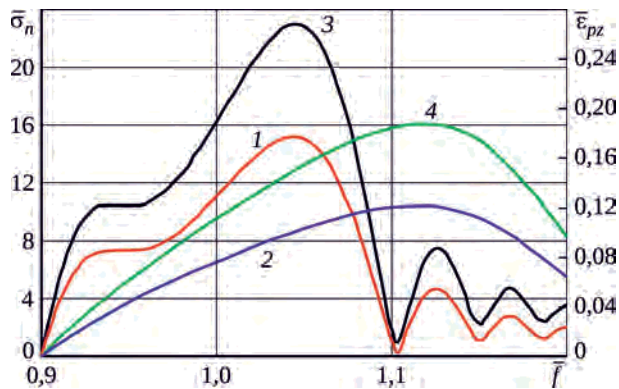


Рис. 6. Резонансные диаграммы напряжений в заделке стержня и деформаций в точке расположения пьезоэлемента ( $\bar{l}_{pz} = 0,2$ )

численным методом прямого математического моделирования [19], с дополнительным учетом взаимодействия пьезоэлементов.

Ниже проанализированы различные варианты нагружения и электромеханического демпфирования стержня. На рис. 6 – рис. 8 приводятся огибающие кривые, проведенные через локальные максимумы расчетных осциллограмм.

Для случая, когда ПЭ отсоединен от электросети, на рис. 6 показаны расчетные изменения напряжений ( $\bar{\sigma}_n$ ) в закрепленном конце стержня и деформаций ( $\bar{\varepsilon}_{pz}$ ) в точке расположения ПЭ (принято  $\bar{l}_{pz} = 0,2$ ) от частоты возбуждения ( $\bar{f}$ ), изменяющейся с невысокой скоростью,  $\bar{v} = 0,006$  (кривая 1), и со скоростью в пятьдесят раз выше,  $\bar{v} = 0,3$  (кривая 2).

Первая резонансная частота, на которой амплитуда напряжений достигает максимума при возбуждении колебаний постоянной частотой (при  $v = 0$ ) и принятой величине внутреннего демпфирования, составляет  $\bar{f} = 0,98$ . Уменьшение пика напряжений и его запаздывание с увеличением скорости изменения частоты соответствует теоретическим представлениям.

Зависимости  $\bar{\sigma}_n$  и  $\bar{\varepsilon}_{pz}$  связаны линейно: при принятом методе нестационарного расчета сигнал от распределенной нагрузки, соответствующий деформации в некоторой точке детали, правильно передает зависимость максимальных переменных напряжений в детали от меняющейся частоты возбуждения. Следовательно, и электрический сигнал, в который пьезоэлемент преобразовывает деформации в месте крепления, также будет правильно передавать эту зависимость.

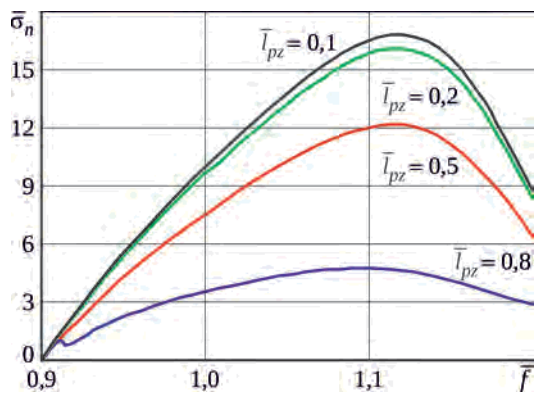
В технике ПЭ нередко используются в качестве возбуждителей колебаний, для чего к ним подводится переменный электрический ток (или электрическое напряжение) с регулируемой частотой колебаний. На рис. 6 приведены расчетные зависимости  $\bar{\sigma}_n$  и  $\bar{\varepsilon}_{pz}$  для разных скоростей изменения вынуждающей частоты (кривая 3 –  $\bar{v} = 0,006$ , кривая 4 –  $\bar{v} = 0,3$ ) при возбуждении колебаний с помощью ПЭ. В этом случае внешняя сосредоточенная сила  $F_{pz}(t)$  со стороны ПЭ (действующая с заданной добавочной фазой  $\alpha_{pz}$ ) представляется формулой, аналогичной (5):

$$F_{pz}(t) = F_{pz0} \sin[2\pi(f_1 + 0,5vt)t + \alpha_{pz}]. \quad (8)$$

Отношение амплитудных значений сил обозначим через  $Y_{pz} = F_{pz0}/F_{q0}$  (здесь  $F_{q0} = q_0 l$ ). В выражении (8) с помощью  $\alpha_{pz}$  задается фазовое различие действия сил  $F_{pz}$  и  $F_q$ , когда они действуют совместно. Кривые на рис. 6 получены при одинаковых значениях амплитуд полной распределенной и сосредоточенной в точке ПЭ сил,  $Y_{pz} = 1$ , при их несвязанных воздействиях.

Из теории колебаний (см., например, [20]) следует, что при вынужденных колебаниях, вызываемых произ-





**Рис. 7.** Зависимость напряжений в заделке стержня от частоты возбуждения при разном расположении пьезоэлемента вольными нагрузками, распределение напряжений по длине стержня при подходе к каждой резонансной области совпадает с соответствующей собственной формой колебаний, а за резонансной областью постепенно перестраивается к следующей форме колебаний, с чем связан одинаковый качественный характер кривых на рис. 6, полученных при одинаковых скоростях изменения вынуждающей частоты. Поэтому сосредоточенная сила от ПЭ и распределенная нагрузка  $q(t)$  могут рассматриваться с точки зрения частотного анализа как идентичные возбудители колебаний.

При этом сосредоточенная сила от ПЭ той же величины, что и сила от распределенной нагрузки  $q(t)$ , приводит к большим амплитудам напряжений, как это видно из сравнения кривых 3 и 1 (аналогично и кривых 4 и 2) на рис. 6. Напряжения можно приравнять, если изменить соотношение амплитуд  $F_{pz}$  и  $F_q$ , но их соотношение, обеспечивающее одинаковую величину напряжений, существенно зависит от места расположения ПЭ (рис. 7). Резонансное напряжение ( $\bar{\sigma}_n$ ) возрастает с уменьшением  $\bar{l}_{pz}$ , т.е. по мере удаления точки приложения вынуждающей силы  $F_{pz}$  от заделки, так как при этом увеличивается подводимая работа. Но при рассмотрении поперечных колебаний, например, пластин или лопаток влияние места расположения ПЭ может быть иным.

В работах по применению ПЭ для демпфирования колебаний обычно предполагается, что полученный от

колеблющейся детали гармонический сигнал может быть использован для настройки ПЭ как возбудителя с той же частотой, но противоположной фазой. Для моделирования этого эффекта примем, что внешняя распределенная нагрузка  $q(t)$  и сосредоточенная сила  $F_{pz}(t)$ , определяемые соответственно формулами (5) и (8), действуют одновременно, но с противоположными фазами  $\alpha_{pz} = \alpha + \pi$ . Амплитуды сил при этом могут быть различными.

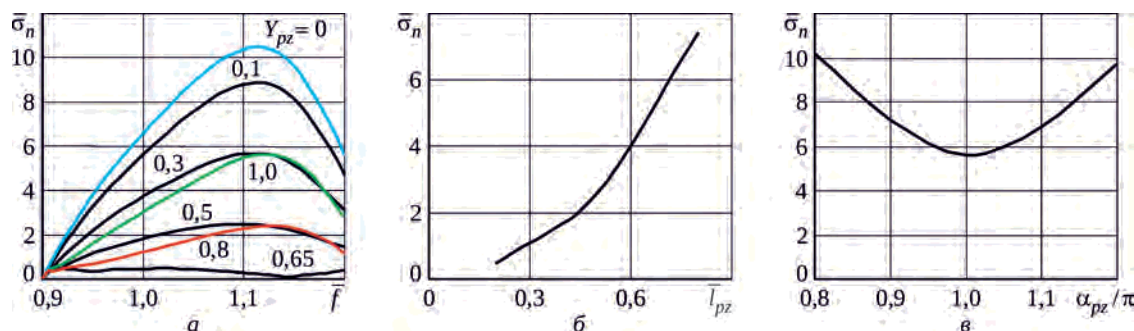
На рис. 8,а показано влияние коэффициента  $Y_{pz}$  на протекание зависимости  $\bar{\sigma}_n$  при  $\Delta\alpha = \alpha_{pz} - \alpha = \pi$  и прочих равных условиях ( $\bar{l}_{pz} = 0,2$ ;  $\bar{v} = 0,006$ ). Необходимость ограничения предельной силы  $F_{pz}$  для ПЭ не учитывалась. Оптимальное демпфирование получилось при  $Y_{pz} = 0,65$ : напряжения от сил  $F_{pz}$  и  $F_q$  практически сравниваются и при противофазном демпфировании компенсируют друг друга. Дальнейшее увеличение напряжений при  $Y_{pz} > 0,65$  обусловлено возрастанием сосредоточенной силы  $F_{pz}$ .

Влияние различного расположения ПЭ по длине стержня ( $\bar{l}_{pz}$ ) на демпфирование при сдвиге фаз  $\Delta\alpha = \pi$  и одинаковой величине  $Y_{pz} = 0,65$  показано на рис. 8,б. Видно, что при данной фиксированной величине коэффициента  $Y_{pz}$  эффект демпфирования снижается при приближении ПЭ к заделке, но при других значениях  $Y_{pz}$  эта зависимость может измениться.

Кривая на рис. 8,в демонстрирует влияние точности фазовой расстройки сигналов вынуждающей ( $q(t)$ ) и демпфирующей ( $F_{pz}(t)$ ) сил на величину  $\bar{\sigma}_n$  при  $\bar{l}_{pz} = 0,2$ ,  $\bar{v} = 0,006$ . Отклонение сдвига фазы от величины  $\pi$  заметно ослабляет эффект демпфирования. Неудачный сдвиг фаз  $\Delta\alpha \neq \pi$  может привести к повышению резонансных напряжений из-за сложения воздействий от сил  $F_q$  и  $F_{pz}$ .

При проходе через область резонанса с меняющейся частотой возбуждения сдвиг фазы все время меняется, что не может не отразиться на характере «фазового» демпфирования.

Расчетное моделирование пьезодемпфирования в нестационарной постановке наиболее полно отразило развитие демпфированных колебаний механических



**Рис. 8.** Влияние коэффициента  $Y_{pz}$  (а), различного расположения пьезоэлемента (б) и точности фазовой расстройки (в) на напряжение в заделке стержня

систем при меняющейся во времени частоте возбуждения. Гашение колебаний происходит не только вблизи резонансного пика, но и в околорезонансной области (см. рис. 6).

### Расчет пьезодемпфирования вынужденных колебаний натурной лопатки компрессора при использовании 3D-метода конечных элементов

Подход, аналогичный примененному к одномассовому осциллятору, использован для оценки возможности пьезодемпфирования вынужденных колебаний натурной лопатки компрессора газотурбинного двигателя.

Рассмотрим консольно-закрепленную по хвостовику лопатку с двумя пьезоэлементами (рис. 9). ПЭ расположены на пере лопатки в области повышенных радиальных деформаций, соответствующих первой изгибной форме колебаний лопатки: один ПЭ (на корыте) выполняет функцию сенсора, другой (на спинке) – актюатора. Лопатка и ПЭ смоделированы с помощью трехмерных конечных элементов. Физико-механические свойства материала для лопатки (сталь), а также физико-механические и пьезоэлектрические свойства материала для пьезоэлементов (ЦТС-19) взяты из опубликованных источников.

Лопатка испытывает кинематическое возбуждение под действием гармонически меняющегося виброускорения  $a(t) = a_0 \sin(2\pi ft)$ , приложенного ко всем узлам конечно-элементной модели. Расчет вынужденных колебаний лопатки проводится с шагом  $\Delta f = 0,001$  Гц в программном комплексе ANSYS, с использованием опции гармонического анализа в диапазоне частот возбуждения, включающем первую собственную частоту колебаний лопатки. На каждой расчетной частоте учитывается изменение поля деформаций лопатки под действием демпфирующих усилий от ПЭ-актюатора, вычисленное на предыдущем расчетном шаге:

$$V_i^A = X_{pz} V_{i-1}^C \sin(2\pi f_{i-1} t + \varphi_{i-1} + \alpha_{pz}), \quad (9)$$

где  $V_{i-1}^C$  и  $V_i^A$  – амплитуды электрического напряжения, возникающего на ПЭ-сенсоре и поступающего на ПЭ-актюатор соответственно;  $\varphi_{i-1}$  – разность фаз между электрическим напряжением ПЭ-сенсора и возбуждающей нагрузкой.

Расчеты проводились при двух постоянных амплитудах виброускорения –  $a_0 = 5$ ;  $15 \text{ м/с}^2$ : для лопатки без ПЭ, для лопатки с закрепленными, но выключенными ПЭ, а также для лопатки с ПЭ, объединенными системой обратной связи, с различными коэффициентами обратной связи ( $X_{pz}$ ) и сдвигами фазы  $\alpha_{pz} = \pm 90^\circ$ . В расчетах лопатки без ПЭ и лопатки с выключенными ПЭ использовались разные коэффициенты собственного

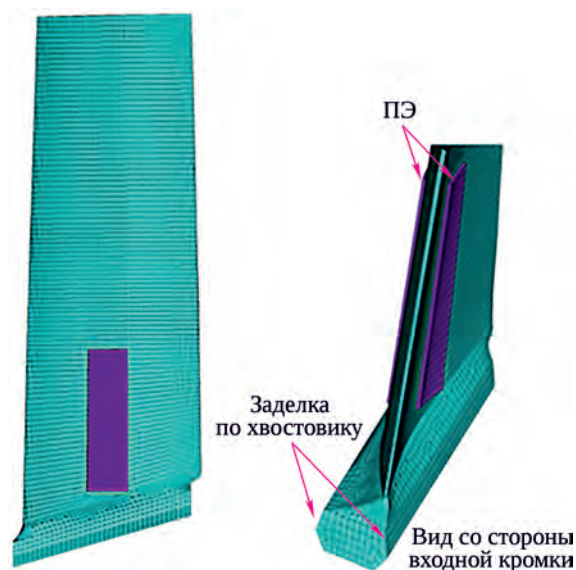


Рис. 9. Конечно-элементная модель лопатки компрессора с пьезоэлементами

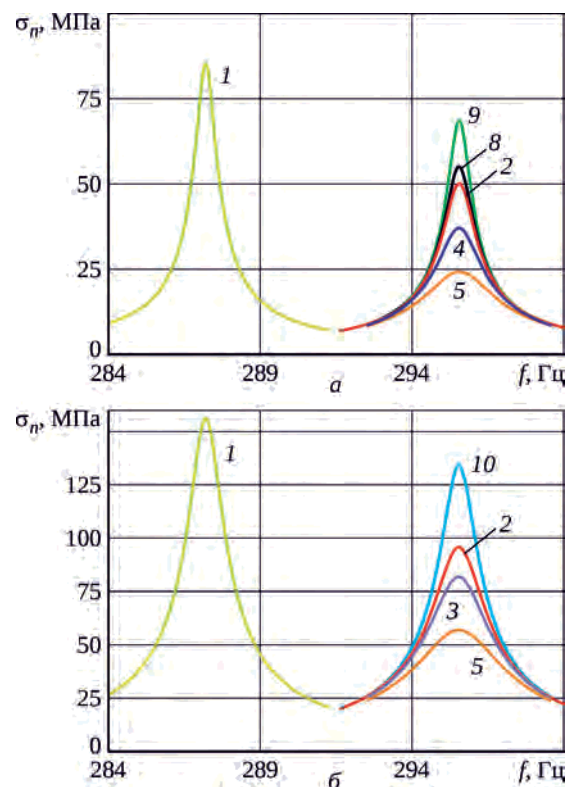


Рис. 10. Расчетные резонансные кривые вибронпряжений на входной кромке лопатки: а –  $a_0 = 5 \text{ м/с}^2$ ; б –  $a_0 = 15 \text{ м/с}^2$

Таблица. Обозначение резонансных кривых при электрическом соединении ПЭ

$\alpha_{pz}$	-90°					90°					
	$X_{pz}$	0,3	0,4	1,2	2,0	3,0	0,1	0,3	0,5	2,0	3,0
Номер кривой		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

демпфирования, соответствующие полученным экспериментально для этих случаев. Коэффициенты учитывают рассеяние энергии в материале лопатки и ПЭ, а также в клеевом слое в месте соединения лопатки и ПЭ. При объединении ПЭ на спинке и корыте системой обратной связи вводимый коэффициент демпфирования принимался как для случая с выключенными ПЭ и далее программно не изменялся.

На рис. 10 показаны расчетные резонансные кривые вибронпряжений на входной кромке лопатки компрессора при различном уровне виброускорения в области частоты первой изгибной формы колебаний при следующих условиях: без наклейки ПЭ – кривая 1, с наклеенными, но не соединенными электрически ПЭ – кривая 2. Обозначение кривых в случае электрического соединения ПЭ в зависимости от  $\alpha_{pz}$  и  $X_{pz}$  приведено в таблице. Номера расчетных кривых совпадают с номерами экспериментальных кривых, приведенных далее.

### Сопоставление результатов расчетных и экспериментальных исследований активного пьезодемпфирования колебаний натурной лопатки компрессора

Ранее в [21] авторами настоящей статьи было проведено исследование активного демпфирования вынужденных колебаний консольно-закрепленной на вибростенде титановой пластины биморфными ПЭ и подтверждена потенциальная эффективность такого способа гашения колебаний. Далее сопоставляются некоторые результаты испытаний по пьезодемпфированию рабочей лопатки компрессора (рис. 11), исследованной выше расчетно (см. рис. 9).

Для активного гашения вынужденных колебаний использовалась пара пьезоэлементов, которые крепились на лопатке в тех же местах, что и в расчетном исследовании. Пьезоэлементы связывались между собой электрической цепью через блок обработки сигнала, в котором имелась возможность менять фазу  $\alpha_{pz}$  сигнала от ПЭ-сенсора и его амплитуду (в  $X_{pz}$  раз). Испытательная установка принципиально не отличалась от примененной в [21], но содержала более мощный усилитель и позволяла сдвигать фазу сигнала от ПЭ-сенсора на  $\alpha_{pz} = \pm 90^\circ$  (в [21] использовались значения  $\alpha_{pz} = 0$  и  $180^\circ$ ).

Испытания проводились путем возбуждения гармонически меняющимся виброускорением вибростенда  $a(t) = a_0 \sin(2\pi ft)$  резонансных колебаний в области первой изгибной формы консольно-закрепленной лопатки без ПЭ, лопатки с закрепленными, но выключенными ПЭ, а также лопатки с ПЭ, объединенными системой обратной связи. Амплитуда вынуждающей нагрузки, коэффициенты обратной связи и сдвиг фазы совпадают с расчетными. В процессе испытаний регистрирова-

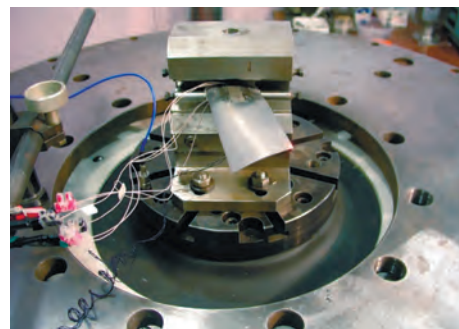


Рис. 11. Лопатка компрессора в оснастке вибростенда

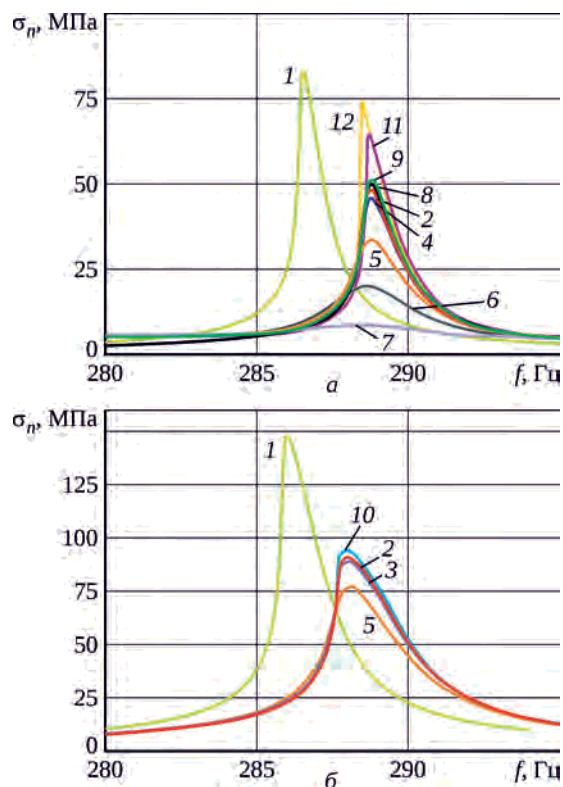


Рис. 12. Экспериментальные резонансные кривые вибронпряжений на входной кромке лопатки:  
 $a - a_0 = 5 \text{ м/с}^2$ ;  $б - a_0 = 15 \text{ м/с}^2$

лись задаваемая частота вынужденных колебаний и переменные напряжения по показаниям тензодатчика, наклеенного на входной кромке лопатки.

На рис. 12 видно, что после наклейки ПЭ значительно снижаются резонансные вибронпряжения (кривые 1 и 2) – вследствие наличия дополнительного демпфирования в клеевом соединении. Поэтому оценка активного пьезодемпфирования проводилась относительно кривой 2.

При  $a_0 = 5 \text{ м/с}^2$ ,  $\alpha_{pz} = -90^\circ$  и увеличении  $X_{pz}$  резонансные вибронпряжения снижаются и практически гасятся при  $X_{pz} = 3,0$  (кривые 4–7 на рис. 12,а). Кривые 8 и 9, 11 и 12 иллюстрируют возможность «антигашения» колебаний ( $\alpha_{pz} = 90^\circ$ ) без увеличения внешней вынуждающей нагрузки.



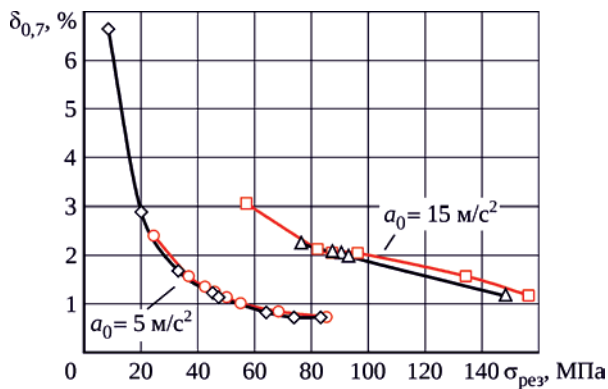


Рис. 13. Расчетные (красный цвет) и экспериментальные (черный цвет) зависимости декремента колебаний от резонансных вибронапряжений

Данные, приведенные на рис. 12,б, указывают на снижение эффективности применения пьезоэлементов для гашения и «антигашения» колебаний при увеличении внешней нагрузки. При максимальных заданных коэффициентах обратной связи резонансные вибронапряжения изменяются относительно слабо (кривые 5 и 10), что является следствием ограниченной мощности используемых ПЭ.

Вид экспериментальных резонансных кривых указывает на наличие нелинейности, которая может быть связана не только с клеевым соединением, но и с амплитудно-зависимым рассеянием энергии в материале лопатки и ПЭ.

Экспериментальные резонансные кривые показали удовлетворительное качественное совпадение с расчетными кривыми в характере гашения и «антигашения» колебаний. Причиной некоторых отличий является в основном то, что в расчетах соединение ПЭ с лопаткой принималось абсолютно жестким, а в испытаниях между ПЭ и лопаткой имеется клеевое соединение.

Для каждой расчетной и экспериментальной кривой был вычислен декремент колебаний на уровне  $0,7\sigma_{рез}$

приблизительно отражающий влияние коэффициента обратной связи на изменение резонансных механических напряжений ( $\sigma_{рез}$ ). В данном случае декремент носит условный характер.

На рис. 13 показаны расчетные и экспериментальные зависимости декремента колебаний от резонансных вибронапряжений в лопатке компрессора при различном уровне виброускорения: 5 и 15  $m/s^2$ . Близкий характер расчетных и экспериментальных кривых подтверждает корректное расчетное моделирование пьезодемпфирования и обратной связи в форме (9).

## Заключение

С использованием простой одномассовой модели, содержащей пьезоэлементы, аналитически исследованы основные особенности организации активного гашения резонансных колебаний механических систем.

Для расчетного анализа пьезодемпфирования при прохождении упругим стержнем области резонанса с разным темпом изменения частоты колебаний применен метод волновых конечных элементов (в форме прямого математического моделирования).

Выполненные на 3D-моделях конечно-элементные расчеты и проведенные на вибростенде испытания полноразмерной лопатки компрессора авиационного двигателя подтвердили эффективность активного гашения вынужденных изгибных колебаний с помощью пары пьезоэлементов – сенсора и актюатора, наклеенных на противоположные точки спинки и корыта пера лопатки. Расчеты показали удовлетворительное качественное и частично количественное совпадение с экспериментом.

Показано, что пьезоэлементы могут сохранять работоспособность при высоком исходном уровне вибронапряжений, хотя с увеличением вынуждающей нагрузки эффективность пьезодемпфирования снижается.

## Литература / Reference

1. Уорден К. Новые интеллектуальные материалы и конструкции. Свойства и применение / пер. с англ. под ред. С.Л. Баженова. М.: Техносфера, 2006. 224 с. (Мир материалов и технологий).  
Warden K. Novye intellektual'nye materialy i konstruksii. Svoistva i primeneniye [New smart materials and structures. Properties and Design]. Translation from English edited by S.L. Bazhenov. Moscow: Technosphere, 2006. 224 p. (The World of Materials and Technologies).
2. Бальшева О.Л., Смирнов Ю.Г., Клuzдин В.В. База данных кварцеподобных материалов // Изв. высш. учеб. заведений. Материалы электронной техники. 2008. № 4. С. 17–23.  
Balysheva O.L., Smirnov Yu.G., Kluzdin V.V. Baza dannykh kvartsepodobnykh materialov [Database of quartz-like materials]. Proceedings of higher schools. Materials of electronic engineering. 2008. No. 4. P. 17–23.
3. Helicopter rotor blade vibration control on the basis of active/passive piezoelectric damping approach / S. Shevtsov, A. Soloviev, V. Acopyan, I. Samochenko. 2009. 9 p. (4th International Conference on Physics and Control (PHYSCON 2009), Catania, Italy, September 1–4, 2009).



- 
4. Christian W. Analysis of the dynamical behavior of piezoceramic actuators using piezoelectric isogeometric finite elements // *Advances in Computational Design*. 2016. Vol. 1, nr 1. P. 37–60.
  5. Aghakhani A., Gozum M.M., Basdogan I. Vibration reduction of composite plates with shunted piezopatches: analytical modeling and numerical validation. 2017. 4 p. (MEDYNA 2017: 2nd Euro-Mediterranean Conference on Structural Dynamics and Vibroacoustics, Sevilla (Spain), 25–27 April 2017).
  6. Bendine K., Wankhade R.L. Vibration control of FGM piezoelectric plate based on LQR genetic search // *Open Journal of Civil Engineering*. 2016. Vol. 6, nr 1. P. 1–7.
  7. Koutsawa Y., Giunta G., Belouettar S. A free vibration analysis of piezo-electric beams via hierarchical one-dimensional finite elements // *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. 2014. Vol. 25, nr 8. P. 1009–1023.
  8. Юрлов М.А., Юрлова Н.А. Стратегии демпфирования колебаний конструкций с пьезоэлементами и внешними электрическими цепями и их экспериментальная иллюстрация // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. 2014. № 4. С. 240–270.  
Iurlov M.A., Iurlova N.A. Strategii dempfirovaniia kolebaniï konstruksii s p'ezoelementami i vneshnimi elektricheskimi tsepiami i ikh eksperimental'naia illiustratsiia [Strategies of vibration damping of structures with piezoelectric elements and external electric circuits, and their experimental illustrations]. *Perm National Research Polytechnic University Mechanics Bulletin*. 2014. No 4. P. 240–270.
  9. Korishetti C.H., Huddar D.S. Active vibration control of composite plate / *International Journal of Research and Scientific Innovation (IJRSI)*. 2017. Vol. 4, iss. 6S. P. 16–22.
  10. Gundage V.V., Sonawane P.R. Active vibration control of cantilever beam using piezoelectric patches // *International Journal for Science and Advance Research in Technology (IJSART)*. 2016. Vol. 2, iss. 12. P. 56–65.
  11. Forward R.L. Electronic damping of vibrations in optical structures // *Applied Optics*. 1979. Vol. 18, nr 5. P. 691–697.
  12. Integral equation approach for beams with multi-patch piezo sensors and actuators / J.M. Sloss, J.C. Bruch Jr., I.S. Sadek, S. Adali // *Journal of Vibration and Control*. 2002. Vol. 8, nr 4. P. 503–526.
  13. Dhuri K.D., Seshu P. Favorable locations for piezo actuators in plates with good control effectiveness and minimal change in system dynamics // *Smart Materials and Structures*. 2007. Vol. 16, nr 6. P. 2526–2542.
  14. Zehetner C., Zenz G., Gerstmayr J. Piezoelectric control of flexible vibrations in rotating beams: an experimental study // *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics*. 2011. Vol. 11, iss. 1. P. 77–78.
  15. Active piezoelectric vibration control of subscale composite fan blades / K.P. Duffy, B.B. Choi, A.J. Provenza, J.B. Min, N. Kray // *ASME Turbo Expo 2012: Turbine Technical Conference and Exposition, June 11–15, 2012, Copenhagen, Denmark*. Vol. 7: Structures and Dynamics, pt. A/B. P. 1217–1226. GT2012-68639.
  16. On blade damping technology using passive piezoelectric dampers / S.M. Schwarzendahl, J. Szwedowicz, M. Neubauer, L. Panning, J. Wallaschek // *ASME Turbo Expo 2012: Turbine Technical Conference and Exposition, June 11–15, 2012, Copenhagen, Denmark*. Vol. 7: Structures and Dynamics, pt. A/B. P. 1205–1215. GT2012-68600.
  17. Способ демпфирования, соответственно, подавления возникающих во время работы механических колебаний в лопатке турбинной машины, а также лопатка турбинной машины для осуществления способа: патент RU 2531103 C2 / Шведович Я.Л., Каппис В., Паннинг Л. и др. № 2011147579/06; заявл. 23.11.2011; опубл. 20.10.2014, Бюл. № 29. 16 с.  
Sposob dempfirovaniia, sootvetstvenno, podavleniia vznikaiushchikh vo vremia raboty mekhanicheskikh kolebaniï v lopatke turbinnoi mashiny, a takzhe lopatka turbinnoi mashiny dlia osushchestvleniia sposoba: patent RU 2531103 C2 [Method of damping and suppression of mechanical vibrations arising in a turbomachinery blade during operation, as well as a turbomachinery blade to implement this method: patent RU 2531103 C2]. Shvedovich Ia.L., Kappis V., Panning L. et al. No. 2011147579/06; declared 11.23.2011; published 20.10.2014, Bulletin No. 29. 16 p.
  18. Shorr B.F. The wave finite element method. Berlin etc.: Springer, 2004. XI, 355 p. (Foundations of Engineering Mechanics).
  19. Шорр Б.Ф., Мельникова Г.В. Расчет конструкций методом прямого математического моделирования. М.: Машиностроение, 1988. 160 с.  
Shorr B.F., Mel'nikova G.V. Raschet konstruksii metodom priamogo matematicheskogo modelirovaniia [Structural analysis by direct mathematical modeling]. Moscow: Mashinostroenie, 1988. 160 p.
  20. Вибрации в технике: справочник: в 6 т. / ред. совет: В.Н. Челомей (пред., гл. ред. изд.) и др. Т. 1. Колебания линейных систем / И.И. Артоболевский, А.Н. Боголюбов, В.В. Болотин и др.; под ред. В.В. Болотина. М.: Машиностроение, 1978. 352 с.
-

---

Vibratsii v tekhnike: spravochnik v 6 tomakh. [Vibrations in machinery: a reference book in 6 volumes]. Editors: V.N. Chelomei (editor-in-chief) et al. Vol. 1. Kolebaniia lineinykh system [Oscillations of linear systems] I.I. Artobolevskii, A.N. Bogoliubov, V.V. Bolotin et al; edited by V.V. Bolotin. Moscow: Mashinostroenie, 1978. 352 p.

21. Экспериментально-расчетные исследования эффективности различных способов демпфирования колебаний деталей газотурбинных двигателей / Б.Ф. Шорр, Н.Н. Серебряков, А.Н. Стадников, Д.В. Шадрин, Е.С. Руденко, А.В. Каначкин, А.Д. Бортников // Вестник Самар. гос. аэрокосм. ун-та им. акад. С.П. Королева (нац. исслед. ун-та). 2015. Т. 14, № 3, ч. 1. С. 171–182. Новое назв.: Вестник Самар. ун-та. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение.

Ekspperimental'no-raschetnye issledovaniia effektivnosti razlichnykh sposobov dempfirovaniia kolebaniy detalei gazo-turbinykh dvigatelei [Experimental and computational studies of the effectiveness of various methods of damping vibrations of parts of gas turbine engines]. B.F. Shorr, N.N. Serebriakov, A.N. Stadnikov, D.V. Shadrin, E.S. Rudenok, A.V. Kanachkin, A.D. Bortnikov. Bulletin of the Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolev, 2015. Vol. 14, No. 3, part 1. P. 171–182. New name: VESTNIK of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering.

*Материалы получены редакцией 31.08.2020*