

Прогнозирование циклической долговечности дисков авиадвигателей на основе моделирования устойчивого роста трещин малоциклового усталости

Туманов Н.В., Лаврентьева М.А.

Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова, г. Москва
e-mail: tumanov@rtc.ciam.ru

Рассмотрен универсальный высокоэнергоемкий микромеханизм периодического расслаивания-разрыва (МППР), который действует на фронте усталостной трещины в металлических материалах, обеспечивая ее устойчивый рост, формируя Т-образную вершину и бороздчатый микрорельеф поверхности разрушения. С учетом МППР и асимптотических соотношений, характеризующих напряженное состояние перед фронтом трещин с Т-образной вершиной, разработаны физически обоснованная математическая модель устойчивого роста трещин малоциклового усталости и методы прогнозирования циклической долговечности дисков авиадвигателей.

Ключевые слова: диски авиадвигателей, малоцикловая усталость, усталостная трещина, циклическая долговечность, диаграмма живучести, интервал контроля.

Prediction of aero engine discs cyclic life based on modeling the steady growth of low cycle fatigue cracks

Tumanov N.V., Lavrentyeva M.A.

CIAM, Moscow

High-energy-type universal micromechanism of periodic splitting-rupture (PSR) is reviewed. It operates at the front of the fatigue cracks in metallic materials, providing their steady growth and forming T-shaped crack tip and striated microrelief of the fracture surface. Taking into account the PSR micromechanism and asymptotic stress distribution in front of T-shaped crack tip the physically based mathematical model for steady growth of low cycle fatigue cracks is created. On this basis, the techniques for predicting the safe cyclic life of aero engine discs are developed.

Keywords: aero engine discs, low cycle fatigue, fatigue crack, safe cyclic life, survivability diagram, inspection interval.

Введение

Устойчивый рост усталостной трещины в металлических материалах происходит на второй стадии ее развития, соответствующей второму участку кинетической диаграммы «скорость роста трещины – размах коэффициента интенсивности напряжений (КИН)». Фрактографическим признаком устойчивого роста является бороздчатый микрорельеф поверхности разрушения (фракторельеф), при этом в диапазоне скоростей роста трещины от 0,1 до 2 мкм/цикл шаг бороздок определяет микроскорость устойчивого роста (продвижение микрофронта трещины в каждом цикле нагру-

жения) [1], а осредненные значения шага бороздок характеризуют кинетику макрофронта трещины. Наличие измеримой характеристики скорости устойчивого роста усталостной трещины в натуральных деталях в рабочих условиях обеспечивает возможность разработки методов надежного прогнозирования циклической долговечности дисков авиационных газотурбинных двигателей (АГТД), для которых малоцикловая усталость (МЦУ) является основным повреждающим фактором в процессе выполнения полетных циклов, а период устойчивого роста трещин МЦУ в критических зонах составляет значительную часть общей циклической наработки до наступления предельного состояния [2, 3].

Для вычисления скорости роста усталостных трещин предложены многочисленные зависимости. В настоящее время наиболее распространенным соотношением является степенное эмпирическое уравнение Пэриса [4], устанавливающее связь между скоростью роста трещины и размахом КИН. Параметры уравнения Пэриса (коэффициент и показатель степени) определяются на основании испытания образцов на циклическую трещиностойкость. Однако результаты применения этого уравнения для описания устойчивого роста усталостных трещин в натуральных деталях могут значительно расходиться с экспериментальными данными. В качестве примера на рис. 1,а,б

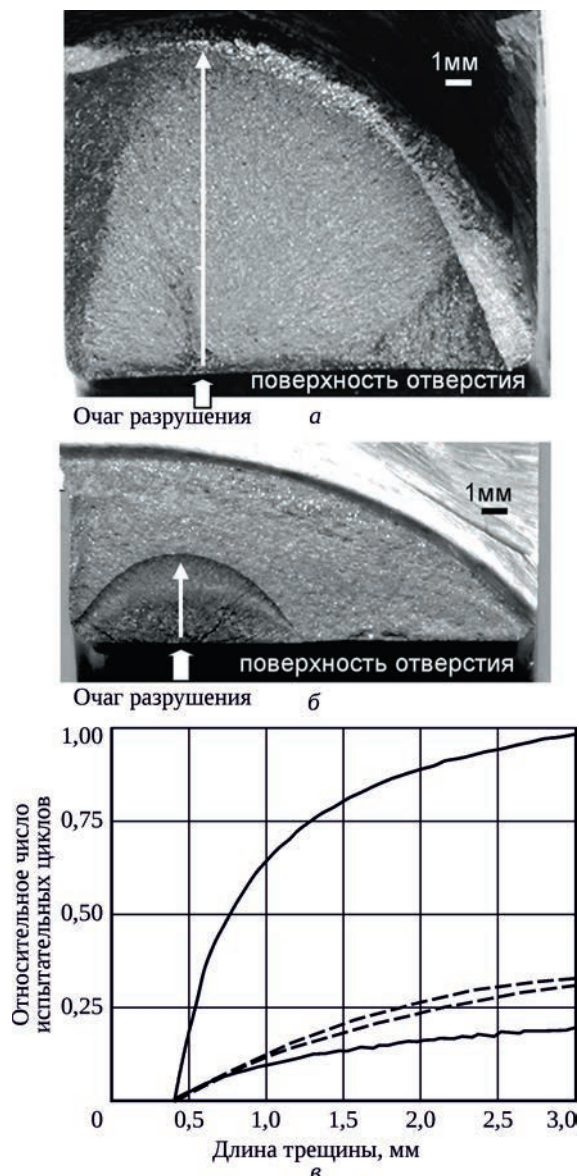


Рис. 1. Изломы по двум трещинам МЦУ в идентичных зонах двух одинаковых дисков АГТД, испытанных при одних и тех же условиях (а, б), а также расчетные (сплошные линии) и экспериментальные (пунктирные линии) кинетические зависимости для этих трещин (в)

показаны изломы по двум трещинам МЦУ, которые развивались в процессе циклических испытаний при одном и том же режиме нагружения в идентичных местах (в области болтовых отверстий) двух одинаковых дисков АГТД (из жаропрочного никелевого сплава). Для этих трещин на рис. 1,в приведены фрактографически реконструированные (на основании измерения шага усталостных бороздок вдоль указанного на рис. 1,а,б направления) экспериментальные кинетические зависимости «относительное число циклов N – длина трещины l » на стадии устойчивого роста и две расчетные зависимости $N(l)$. При расчетах использовались уравнения Пэриса, параметры которых были определены в двух разных организациях по результатам испытания образцов из материала дисков при той же температуре, что и в области развития трещин в дисках. Как видно на рис. 1,в, расчетные значения периода роста трещины отличаются от экспериментальных данных в одном случае в полтора раза, в другом – более чем в три раза, а между собой результаты расчетов различаются в пять раз. При этом экспериментальные зависимости $N(l)$ для обеих трещин близки между собой, что свидетельствует о закономерном характере устойчивого роста усталостных трещин и возможности его надежного прогнозирования на основе понимания этих закономерностей. Следует отметить, что общий период роста первой трещины (см. рис. 1,а) составляет около 90% циклической наработки диска, причем $\frac{3}{4}$ этого периода происходил устойчивый рост – до длины трещины 3 мм, составляющей $\frac{1}{4}$ ее общей длины [2].

В данной работе кратко рассмотрены результаты физико-математического моделирования устойчивого роста усталостных трещин и его применения для прогнозирования кинетики трещин МЦУ в дисках АГТД с целью определения показателей циклической долговечности дисков (микромеханизм и математическая модель устойчивого роста усталостных трещин подробно изложены в статье [5]). При моделировании использовался микромеханический подход, т.е. применялись методы механики сплошной среды с учетом влияния деформационной микроструктуры, локализованной у фронта трещины.

Микромеханизм устойчивого роста трещины

Известно, что при достаточной степени деформации все металлические материалы с любой исходной структурой можно перевести в сильно фрагментированное состояние [6 – 8], при этом прочность материала приблизится к теоретической [9]. Материал перед фронтом усталостной трещины подвергается многократной возрастающей (по мере приближения фронта)

пластической деформации в благоприятных для фрагментации условиях больших градиентов полей напряжений и деформаций. Характерные для фрагментированного состояния нано- или субмикроструктурные структуры были обнаружены перед фронтом усталостных трещин или под поверхностью усталостных изломов при исследовании методами просвечивающей электронной микроскопии тонких срезов (фольг) материала под усталостными бороздками или у вершины усталостной трещины (см., например, [10 – 12]). Устойчивый рост усталостных трещин в металлических материалах детерминирован критической (предшествующей разрушению) фрагментированной структурой, формирующейся перед фронтом трещины [5]. На эту универсальную структуру предразрушения («структуру-аттрактор» [13]) выходят на последнем этапе своей эволюции деформационные структуры, образующиеся перед фронтом усталостной трещины в металлических материалах с различным исходным структурным состоянием, что приводит к универсальности механизма устойчивого роста и бороздчатого фрактурельефа.

Критическую фрагментированную структуру по масштабному уровню можно разделить на однородную мелкомасштабную структуру и крупномасштабную структуру, которую формируют протяженные границы сильной разориентации, расположенные вдоль направления максимальной главной деформации [6, 7]. Эти крупномасштабные «ножевые границы» (НГ) пересекают границы зерен и фаз и являются источниками внутренних напряжений, что приводит к хрупкому расслаиванию материала вдоль НГ [6]. На стадии устойчивого роста усталостной трещины НГ разделяют материал перед фронтом трещины на параллельные ему тончайшие слои. В результате хрупкого микро-

расслаивания вдоль НГ у трещины формируется Т-образная вершина, следами которой на обеих парных поверхностях разрушения являются микрорасслоения – усталостные бороздки (рис. 2,а). При этом микро-механизм устойчивого роста, аналогичный механизму Гордона – Кука для композиционных материалов [14] и механизму расслаивания при однократном нагружении [6], реализуется следующим образом. В каждом цикле перед Т-образной вершиной появляется новое хрупкое поперечное микрорасслоение вдоль НГ вблизи местоположения λ максимума растягивающих напряжений от внешней нагрузки σ_x^{ext} , действующих перед фронтом трещины в ее плоскости. Затем происходит разрыв перемычки между микрорасслоением и вершиной, что вызывает подрастание трещины на величину $\approx \lambda$, формирование новой Т-образной вершины и образование новых усталостных бороздок, отделенных от предыдущих разрушенной перемычкой (рис. 2,б). Таким образом, 1) усталостные бороздки являются следами Т-образных вершин трещины, которые формируются и разрушаются в процессе ее развития в каждом цикле нагружения; 2) расстояние между соседними усталостными бороздками (шаг бороздок) $S \approx \lambda$.

Следы действия рассмотренного механизма периодического расслаивания – разрыва (МППР) [5] – поперечные микрорасслоения и разорванные перемычки между ними – хорошо видны на естественных поперечных срезах (сколах) бороздчатого фрактурельефа, образующихся при вскрытии хрупких микротрещин на его поверхности, расположенных вдоль направления роста трещины (см. рис. 2,б). Поскольку микрорасслоения являются стопперами, которые ограничивают распространение трещины в каждом цикле нагружения, МППР представляет собой естественный механизм задержки развития усталостной трещины, обеспечи-

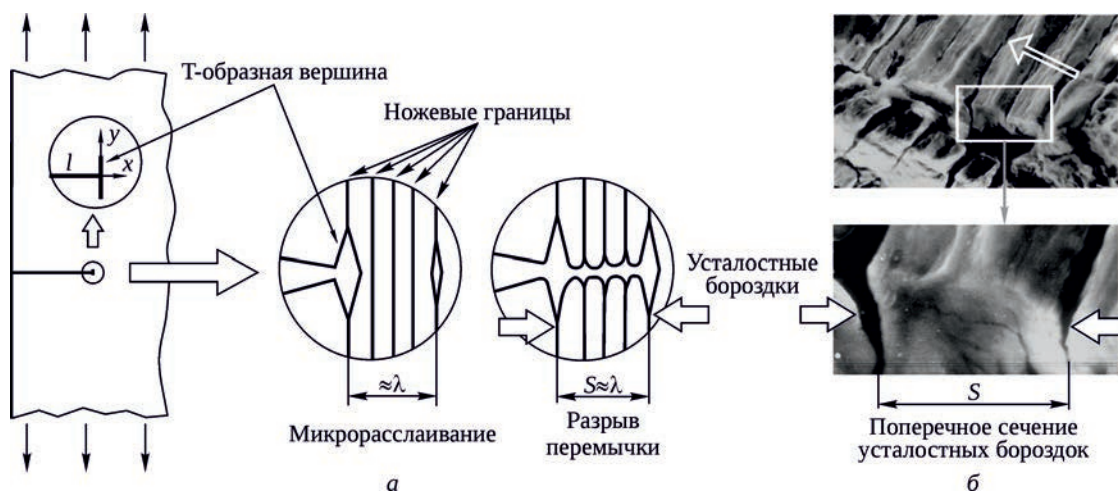


Рис. 2. Микромеханизм устойчивого роста усталостных трещин и образования усталостных бороздок: а – схема продвижения трещины с Т-образной вершиной; б – бороздчатый фрактурельеф, расколовшийся поперек бороздок (контурная стрелка на поверхности разрушения – направление роста трещины)

вающий живучесть высоконапряженных деталей при циклическом нагружении.

Скорость устойчивого роста трещины

В соответствии с моделью МПРР скорость устойчивого роста усталостной трещины (подростание трещины за цикл нагружения, равное шагу усталостных бороздок S) определяется расстоянием от Т-образной вершины трещины до микрорасслоения перед ней. Микрорасслоение образуется вблизи координаты λ максимума растягивающих напряжений от внешней нагрузки σ_x^{ext} , действующих в плоскости трещины (см. рис. 2,а). Следовательно, для расчета скорости устойчивого роста достаточно определить величину λ . С этой целью рассматривали трещины двух типов – с Т-образной вершиной, образованной симметричным микрорасслоением длиной L (рис. 3,а), и идеальные трещины (математические разрезы) (рис. 3,б). Начало координат находится в вершине трещины: ось x расположена в плоскости трещины по нормали к ее фронту, ось y направлена перпендикулярно этой плоскости. Микрорасслоение в вершине трещины расположено вдоль оси y . Исследовали краевые (длиной l), сквозную (длиной $2l$) и поверхностную (полукруглую радиусом l) трещины обоих описанных выше типов, расположенные в линейно-упругих телах разной конфигурации в условиях одноосного, двухосного или внецентренного растяжения [15].

При одноосном и внецентренном растяжении нагрузка прикладывалась вдоль оси y , при двухосном – вдоль осей x и y (рис. 3,в). Поскольку фрактурельеф практически не влияет на локальное напряженно-деформированное состояние у фронта трещины и величину КИН [16], моделировали трещины с плоскими берегами, «сглаживающими» бороздчатый фрактурельеф. Напряженно-деформированное состояние перед фронтом трещин рассчитывали методом конечных элементов, значения КИН для идеальных трещин вычисляли прямым методом напряжений [17].

На рис. 3,з,д показаны зависимости безразмерных напряжений σ_x^{ext} , действующих перед фронтом трещин с Т-образной вершиной в плоскости $y = 0$, от безразмерной координаты x/L : напряжения нормированы на величину K/\sqrt{L} , где K – КИН для соответствующей идеальной трещины. При $L/l = 10^{-4} \dots 10^{-3}$ указанные зависимости для всех исследованных типов нагрузок и трещин вблизи их фронта близки или совпадают. Как видно,

$$\sigma_{x \text{ max}}^{\text{ext}} = (0,27 \dots 0,29)K/\sqrt{L}; \quad (1)$$

$$\lambda = (1,05 \dots 1,2)L. \quad (2)$$

Исключив из (1) и (2) величину L , получим соотношение

$$\sigma_{x \text{ max}}^{\text{ext}} = K/(A\sqrt{\lambda}) \quad (A = 3,2 \dots 3,6), \quad (3)$$

связывающее характеристики напряженного состояния перед микрорасслоением в вершине трещины

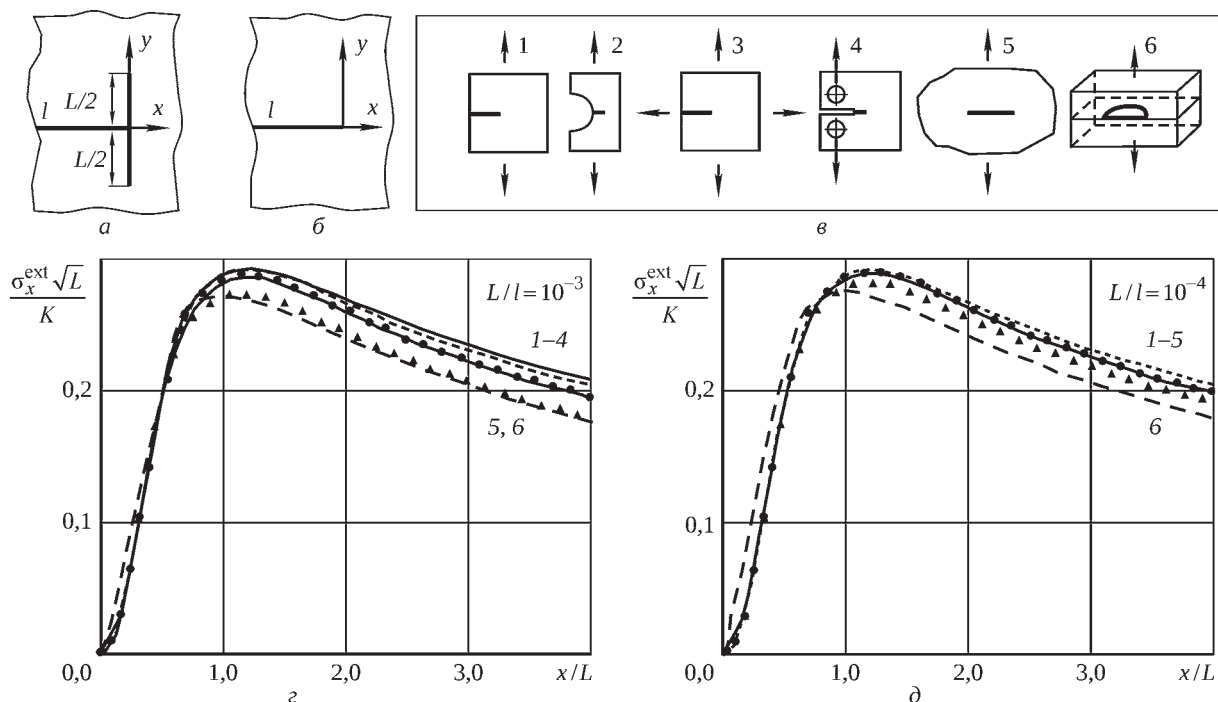


Рис. 3. Модели вершины трещин (а, б), модели трещин и нагрузок (в), распределения нормированных напряжений σ_x , действующих перед фронтом трещин с Т-образной вершиной в плоскости $y = 0$ (для полукруглой трещины – в точке максимальной глубины) при $L/l = 10^{-3}$ (z) и $L/l = 10^{-4}$ (d)

(максимальное значение напряжений σ_x^{ext} , координату λ этого максимума) со значением КИН для идеальной трещины той же конфигурации в том же теле и при такой же нагрузке.

С учетом соотношения (3) сформулируем математическую модель устойчивого роста усталостных трещин, включающую описанные выше модели трещин с Т-образной вершиной, модель материала перед фронтом трещин и условие зарождения микрорасслоения перед Т-образной вершиной. В качестве модели материала рассмотрим упругооднородную и упругоизотропную среду, анизотропную по прочности в результате действия растягивающих внутренних (структурных) напряжений σ_x^{int} у ножевых границ критической фрагментированной структуры. Такая анизотропия моделируется снижением предела прочности в направлении оси x до величины $(\sigma_{th} - \sigma_x^{int})$, где σ_{th} – теоретическая прочность материала на отрыв. Предположим, что возрастание нагрузки в полцикле нагружения происходит квазистатически (что характерно для трещин МЦУ) и поперечное микрорасслоение зарождается в плоскости $y=0$ под действием напряжений σ_x^{ext} в месте их максимума (т.е. $\lambda = S$) при условии

$$\sigma_{x \max}^{ext} = \sigma_{th} - \sigma_x^{int}. \quad (4)$$

Из (3) и (4) при $\lambda = S$ и $\sigma_{th} = 0,1E$ (E – модуль Юнга) получим

$$S = B(\alpha / \beta)^2 (\Delta K / E)^2, \quad (5)$$

где $\alpha = K_* / \Delta K$; $\beta = 1 - \sigma_x^{int} / \sigma_{th}$; K_* – значение КИН при зарождении микрорасслоения; ΔK – размах КИН в цикле нагружения; $B = 8 \dots 10$ (с точностью до целых значений).

Экспериментальное определение параметра α / β для трещин МЦУ проводили при исследовании их устойчивого роста в процессе циклических испытаний дисков компрессора и турбины АГТД из жаропрочных сплавов на основе титана и никеля [18]. В нескольких точках вдоль пути распространения трещины измеряли шаг бороздок S и рассчитывали величину ΔK , моделируя фронты реальной трещины методом конечных элементов, после чего в двойных логарифмических координатах строили линейную регрессионную зависимость S от $\Delta K / E$ и вычисляли ее коэффициенты. В результате было показано, что $\alpha / \beta \approx 1$. Тогда

$$S = B(\Delta K / E)^2. \quad (6)$$

Для обеспечения консервативности оценок скорости устойчивого роста рекомендуется использовать значение коэффициента $B = 10$, соответствующее верхней границе диапазона его изменения.

Вывод кинетического уравнения (6) с использованием соотношения (3) раскрывает физический смысл

КИН при описании устойчивого роста усталостной трещины: рассчитанное для модельной идеальной трещины значение КИН характеризует величину и местоположение максимума растягивающих напряжений, которые действуют перед микрорасслоением в вершине реальной усталостной трещины в ее плоскости и определяют скорость устойчивого роста.

Кинетическая зависимость (6), включающая КИН, шаг бороздок S и характеристику прочности межатомных связей $\sigma_{th} = 0,1E$, связывает простым соотношением величины разной природы – математическую (ΔK) и физические (S и E) – и объединяет процессы, происходящие в макро-, мезо- и микроскопическом масштабах. Это объединение обусловлено тем, что на мезомасштабный уровень, где действует МПРР, с макроуровня переносится возможность моделирования материала в виде однородного континуума (в результате предельной фрагментации материала перед фронтом трещины и инвариантности МПРР относительно исходного структурного состояния материала), а с микроуровня – применимость критерия микроразрушения (вследствие коррелированных разрывов межатомных связей вдоль границ критической фрагментированной структуры в процессе хрупкого микрорасслаивания перед фронтом трещины, определяющего величину S).

В процессе устойчивого роста усталостных трещин при сложных циклах нагружения (СЦН), типичных для МЦУ дисков АГТД маневренной авиации (рис. 4, а), в каждом СЦН образуется блок бороздок и скорость роста трещины (ее подрастание за СЦН) определяется

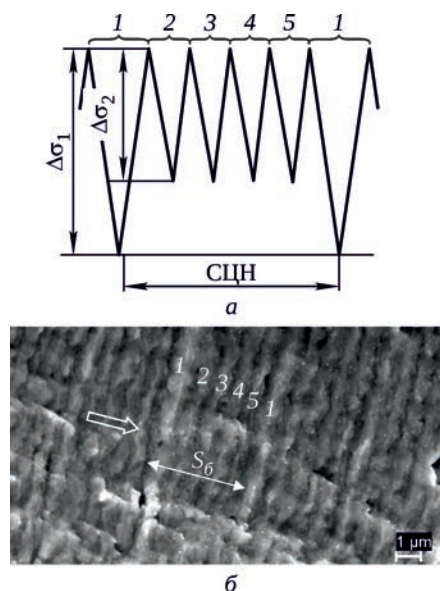


Рис. 4. Схема сложного испытательного цикла диска (из жаропрочного никелевого сплава) турбины АГТД (а) и блоки усталостных бороздок при развитии трещины МЦУ в диске (контурная стрелка – направление роста трещины) (б)

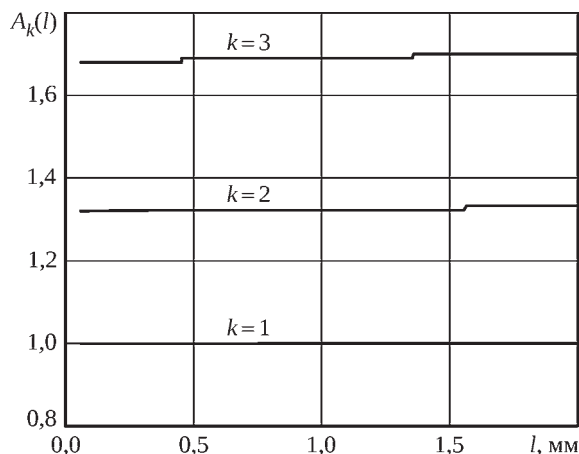


Рис. 5. Функции, характеризующие увеличение скорости устойчивого роста трещины МЦУ в диске АГТД под действием внутренних подциклов СЦН

шириной (шагом) блока S_6 (рис. 4,б). Пусть СЦН содержит L типов простых циклов (подциклов) и n_j подциклов каждого типа: индекс $j=1$ соответствует основным подциклам (с максимальным размахом напряжений $\Delta\sigma_1$), индекс $j=2$ – внутренним подциклам со следующим по величине размахом напряжений $\Delta\sigma_2$ и т.д. В СЦН на рис. 4,а значения $L=2$, $n_1=1$ и $n_2=4$. При этом в каждом СЦН образуется блок бороздок, шаг S_6 которого состоит из пяти шагов бороздок, характеризующих подрастание трещины в каждом подцикле СЦН – в основном (1-м) подцикле и в четырех последующих внутренних подциклах (со 2-го по 5-й) (см. рис. 4,б). Тогда

$$S_6 = \sum_{j=1}^L n_j S_j, \quad (7)$$

где S_j – шаг бороздок в j -м подцикле. При вычислении S_j с использованием кинетического уравнения (6) соотношение (7) можно представить в виде

$$S_6 = BA_L(l) [\Delta K_1(l) / E]^2, \quad (8)$$

где

$$A_k(l) = \sum_{j=1}^k n_j \left[\frac{\Delta K_j(l)}{\Delta K_1(l)} \right]^2 \quad (k=1,2,\dots,L); \quad (9)$$

$\Delta K_j(l)$ – зависимость ΔK от длины трещины l (в направлении измерения шага бороздок), соответствующая подциклам j -го типа.

Как следует из соотношений (6), (8) и (9), при $n_1=1$ (например, при сложных полетных циклах) $A_1=1$ и функция $A_k(l)$ определяет во сколько раз возрастает скорость устойчивого роста при СЦН – по сравнению с ее величиной при простом цикле нагружения с $\Delta K = \Delta K_1$ – под действием внутренних подциклов до k -го типа включительно (при $k=L$ – под действием всех внутренних подциклов). В качестве примера на рис. 5 приведены зависимости $A_k(l)$ (9)

для трещины МЦУ в критической зоне диска турбины высокого давления АГТД в условиях СЦН с $L=3$ (область определения функций $A_k(l)$ – диапазон устойчивого роста трещины). Подциклы «Максимальный режим – Малый газ – Максимальный режим» ($k=2$) приводят к увеличению скорости роста трещины примерно в 1,3 раза, а суммарное действие этих подциклов и подциклов «Максимальный режим – Крейсерский режим – Максимальный режим» ($k=3$) – в 1,7 раза, причем эти величины практически не зависят от длины трещины.

Кинетические уравнения (6) и (8) верифицированы при сравнении результатов расчетного прогнозирования и микрофрактографического реконструирования (на основе измерения шага усталостных бороздок или их блоков) устойчивого роста трещин МЦУ в дисках АГТД при простых и сложных циклах нагружения [18–20].

Конфигурация трещины на стадии устойчивого роста

Развитие усталостной трещины под действием МПРР происходит по нормали к направлению максимальных (в цикле нагружения) первых главных напряжений перед ее фронтом, так как вдоль этого направления располагаются микрорасслоения, разрыв перемычки между которыми формирует поверхность разрушения в перпендикулярном направлении. В результате ориентация вновь образующейся поверхности разрушения совпадает с ориентацией первой главной площадки перед фронтом трещины при максимальной нагрузке, т.е. имеет место локальный обобщенный нормальный разрыв [5, 16, 21–23].

Поскольку во внутренних слоях материала градиенты полей напряжений и деформаций вдоль фронта трещины малы по сравнению с градиентами поперек фронта, в малой его окрестности (на расстоянии от фронта, которое существенно меньше радиуса его

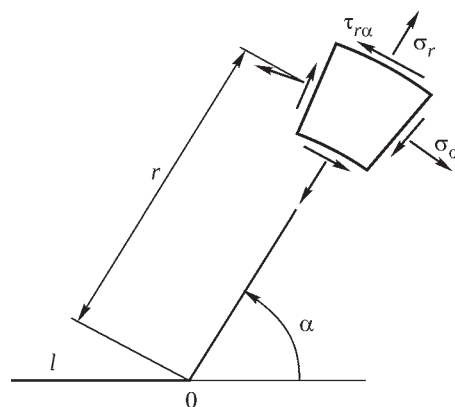


Рис. 6. Локальная полярная система координат в вершине трещины и компоненты напряжений

кривизны, а также линейных размеров тела и трещины) в любой перпендикулярной фронту плоскости, удаленной от поверхности, реализуются условия плоской деформации [22]. Трещина в указанной плоскости представляется математическим разрезом длиной l , ее фронт – точкой 0 (вершиной трещины) (рис. 6).

Для трещин МЦУ в дисках характерны квазистатическое изменение нагрузки и смешанная мода нагружения – нормальный отрыв (мода I) + поперечный сдвиг (мода II). Тогда напряженное состояние в рассматриваемой области при максимальной нагрузке характеризуется соответствующими этим модам коэффициентами интенсивности напряжений K_I и K_{II} , а нормальные напряжения σ_α определяются суперпозицией упругих решений [24]

$$\sigma_\alpha^I = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}} \left(3\cos\frac{\alpha}{2} + \cos\frac{3\alpha}{2} \right);$$

$$\sigma_\alpha^{II} = -\frac{3K_{II}}{4\sqrt{2\pi r}} \left(\sin\frac{\alpha}{2} + 3\sin\frac{3\alpha}{2} \right).$$

С учетом соотношений

$$3\cos\frac{\alpha}{2} + \cos\frac{3\alpha}{2} = 4\cos^3\frac{\alpha}{2};$$

$$\sin\frac{\alpha}{2} + 3\sin\frac{3\alpha}{2} = 2\sin\alpha\cos\frac{\alpha}{2}$$

получим

$$\sigma_\alpha = \sigma_\alpha^I + \sigma_\alpha^{II} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\alpha}{2} \left(K_I \cos^2\frac{\alpha}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin\alpha \right). \quad (10)$$

Угол α , задающий ориентацию первой главной площадки, которая проходит через вершину трещины, находится из условий максимума функции (10):

$$\frac{d\sigma_\alpha}{d\alpha} = 0; \quad (11)$$

$$\frac{d^2\sigma_\alpha}{d\alpha^2} < 0. \quad (12)$$

После ее дифференцирования и тригонометрических преобразований получим

$$\frac{d\sigma_\alpha}{d\alpha} = -\frac{3}{4\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\alpha}{2} [K_I \sin\alpha + K_{II}(3\cos\alpha - 1)]. \quad (13)$$

Условие (11) выполняется, если

$$\cos\frac{\alpha}{2} = 0; \quad (14)$$

$$K_I \sin\alpha + K_{II}(3\cos\alpha - 1) = 0. \quad (15)$$

Корни уравнения (14) $\alpha = \pm\pi$ соответствуют берегам трещины и не имеют физического смысла.

Уравнение (15) после подстановки $\sin\alpha = (1 - \cos^2\alpha)^{0.5}$ приводится к квадратному относительно $\cos\alpha$:

$$(K_I^2 + 9K_{II}^2)\cos^2\alpha - 6K_{II}^2\cos\alpha - K_I^2 + K_{II}^2 = 0.$$

Как показано в статье [5], решением этого уравнения, имеющим физический смысл и удовлетворяющим условию (12), является значение угла

$$\alpha = -\arccos\left(\frac{3K_{II}^2 + K_I\sqrt{K_I^2 + 8K_{II}^2}}{K_I^2 + 9K_{II}^2}\right). \quad (16)$$

Угол α (16) вычисляется в каждой рассматриваемой i -й точке фронта трещины. С учетом кинетического уравнения (6) локальное приращение Δl_i трещины в этой точке за N циклов, в течение которых можно пренебречь изменением величины ΔK^2 , определяется как

$$\Delta l_i \approx NB(\Delta K_i / E)^2, \quad (17)$$

где ΔK_i – размах КИН в i -й точке фронта. Поскольку $\Delta K = K_{\max}(1 - R)$, где $R = K_{\min} / K_{\max}$ – коэффициент асимметрии, примерно одинаковый для всех удаленных от поверхности точек фронта (K_{\max} и K_{\min} – максимальное и минимальное значения КИН в цикле нагружения), из (17) следует, что

$$\Delta l_i \approx \Delta l_j \left(\frac{K_{i\max}}{K_{j\max}} \right)^2. \quad (18)$$

Задаваясь небольшим приращением Δl_j длины трещины в j -й точке фронта, принятой за исходную, и вычислив в этой точке в исходном положении фронта значение $K_{j\max}$, можно по формуле (18) определить приращение Δl_i длины трещины в любой i -й точке фронта, вычисляя в ней значение $K_{i\max}$ (тоже в исходном положении фронта). Исходную точку следует располагать в области середины фронта, где погрешность вычисления КИН минимальна.

Значения α_i (16) и Δl_i (18) определяют направление и модуль вектора, начало которого располагается в i -й точке фронта. Фронт трещины описывается непрерывной функцией, соединяющей концы таких векторов. Значения α_i и Δl_i вычисляются для каждого фронта при их пошаговом моделировании.

Период и границы устойчивого роста трещины

При простых циклах нагружения (ПЦН), характерных, например, для МЦУ дисков АГТД гражданской авиации, шаг усталостных бороздок S определяет скорость устойчивого роста трещины – увеличение ее длины l (в направлении измерения шага S) за цикл, т.е. $S = dl / dn_{\text{ПЦН}}$, где $n_{\text{ПЦН}}$ – число ПЦН, рассматриваемое

как непрерывная переменная. Тогда с учетом кинетического уравнения (6) период устойчивого роста трещины

$$N_{\text{пщн}} = \frac{E^2 \int_{l_{1-2}}^{l_{2-3}} dl}{B [\Delta K(l)]^2}, \quad (19)$$

где l_{1-2} и l_{2-3} – длина трещины на нижней и верхней границах устойчивого роста соответственно; $\Delta K(l)$ – зависимость размаха КИН от длины трещины. Значения l_{1-2} и l_{2-3} определяются из уравнений

$$\begin{aligned} \Delta K(l) &= \Delta K_{1-2}; \\ \Delta K(l) &= \Delta K_{2-3} \end{aligned} \quad (20)$$

при размахах КИН ΔK_{1-2} и ΔK_{2-3} на нижней и верхней границах устойчивого роста, вычисленных с использованием формулы (6):

$$\begin{aligned} \Delta K_{1-2} &= E \sqrt{S_{1-2} / B}; \\ \Delta K_{2-3} &= E \sqrt{S_{2-3} / B}. \end{aligned} \quad (21)$$

Здесь $S_{1-2} = 0,1$ мкм и $S_{2-3} = 2$ мкм – средние значения шага бороздок на указанных границах, определенные в процессе фрактографических исследований кинетики усталостных трещин в натуральных деталях.

В условиях СЦН шаг блока бороздок $S_6 = dl / dn_{\text{СЦН}}$, где $n_{\text{СЦН}}$ – число СЦН, также рассматриваемое как непрерывная переменная. С учетом соотношения (8) период устойчивого роста при постоянных параметрах СЦН (например, при расчете развития трещины МЦУ в диске АГТД по типовому полетному циклу) вычисляется по формуле

$$N_{\text{СЦН}} = \frac{E^2 \int_{l_{1-2}}^{l_{2-3}} dl}{B A_L(l) [\Delta K_1(l)]^2}. \quad (22)$$

Границы устойчивого роста l_{1-2} и l_{2-3} при СЦН определяются из уравнений (20) при $\Delta K = \Delta K_1$.

Расчетные соотношения получены в результате моделирования микромеханизма устойчивого роста, локализованного у фронта усталостной трещины, при этом использованы осредненные механические свойства металлических поликристаллических материалов. Такой подход правомерен, поскольку трещина, распространяясь по указанному механизму через множество зерен поликристалла, «усредняет» локальные изменения скорости и направления роста, связанные с неоднородностью материала (различной ориентировкой зерен, наличием неметаллических включений и т.д.).

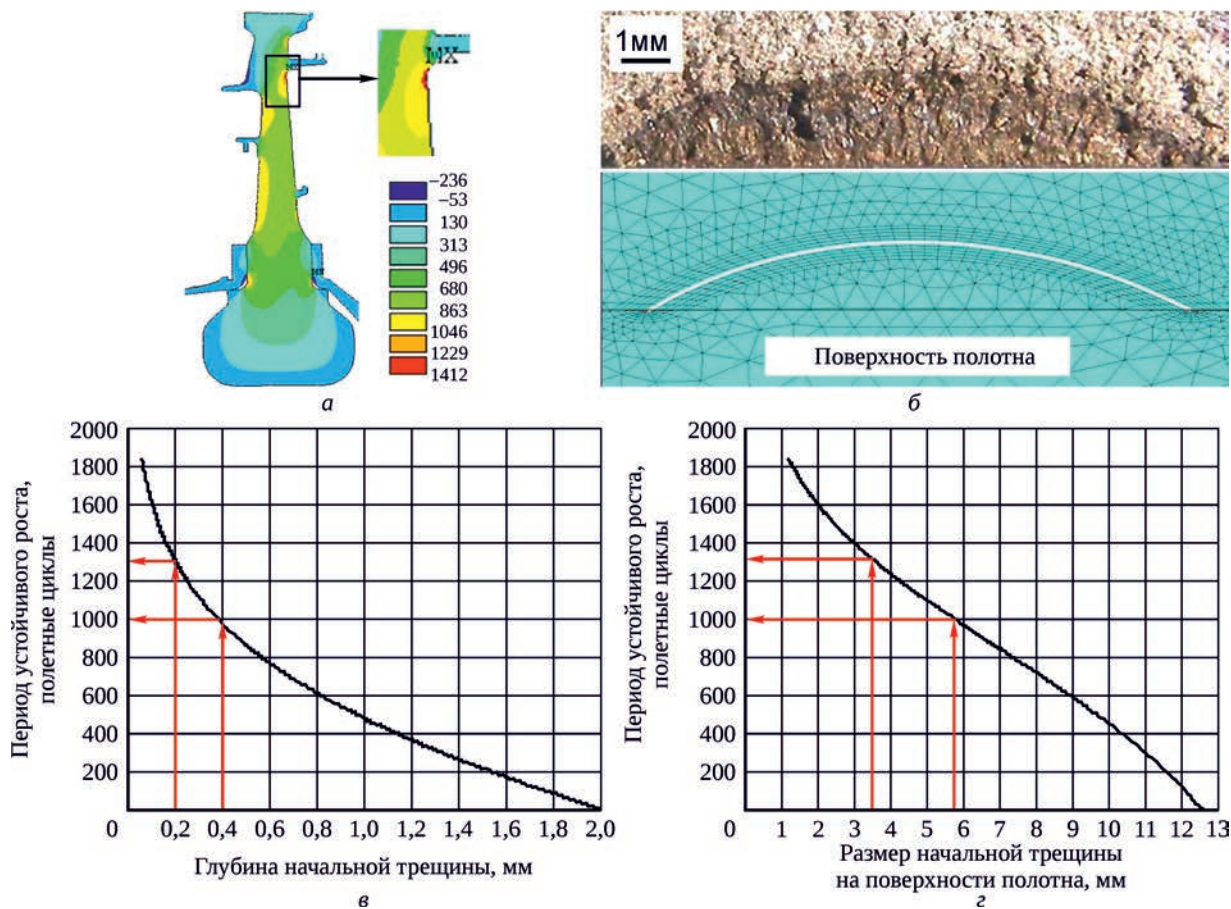


Рис. 7. Распределение радиальных напряжений (МПа) в диске турбины АГТД на максимальном режиме (упругий расчет) (а), излом по вскрытой трещине МЦУ в критической зоне диска и конечно-элементная модель трещины (б), диаграммы живучести (в,г)

Ресурс живучести дисков АГТД

Период устойчивого роста трещины МЦУ в критической зоне диска АГТД является показателем (ресурсом) его живучести – долговечности при наличии трещины. Поскольку этот период может составлять ~ 60...70% общей циклической долговечности диска и 75% периода роста трещины [2, 3], изложенную выше методику целесообразно использовать при установлении ресурса до первого ремонта (или первого дефектоскопического контроля (ДК)) и межремонтного ресурса (интервала ДК) [25, 26]. В первом случае при расчетах по формулам (19) или (22) в качестве нижнего предела интегрирования используется размер максимального возможного дефекта l_d в критической зоне диска перед началом эксплуатации, во втором – размер максимальной трещины l_{dk} , не выявляемой при ДК указанной зоны.

Для прогнозирования ресурса живучести удобно использовать диаграмму живучести – зависимость периода устойчивого роста трещины МЦУ в критической зоне диска от начального размера l_0 этой трещины

$$R(l_0) = \frac{E^2}{B} \int_{l_0}^{l_{dk}} \frac{dl}{A_L(l)[\Delta K_1(l)]^2} \quad (23)$$

(при ПЦН $A_L = 1$, $\Delta K_1 = \Delta K$). При $l_0 = l_d$ по диаграмме живучести (23) определяется безопасная наработка до первого ДК (при которой даже при наличии максимального возможного дефекта в критической зоне диска и зарождении трещины МЦУ от этого дефекта с самого начала эксплуатации указанная трещина не выйдет за границу устойчивого роста до первого контроля), а при $l_0 = l_{dk}$ – безопасный интервал ДК, при котором не обнаруженные в процессе ДК трещины не выйдут за границу устойчивого роста до следующего контроля. Если задан интервал ДК, то по диаграмме живучести можно определить безопасный (в указанном выше смысле) размер максимальной трещины l_{dk} , не выявляемой при ДК, и разработать соответствующую методику контроля.

Литература

1. Расчеты и испытания на прочность. Метод оценки сопротивления металлических материалов усталостному разрушению по шагу усталостных бороздок. МР 189-86. М.: ВНИИМАШ, 1986. 36 с.
2. Ножницкий Ю.А., Туманов Н.В., Черкасова С.А., Лаврентьева М.А. Фрактографические методы определения остаточного ресурса дисков авиационных газотурбинных двигателей // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета, 2011. Т. 16. № 4(44). С. 39–45.
3. Туманов Н.В., Черкасова С.А., Лаврентьева М.А., Воробьева Н.А. Исследование механизмов развития трещин малоциклового усталости в дисках авиадвигателей в условиях эксплуатации и оценка остаточной долговечности дисков // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета, 2011. № 3(27). Ч. 2. С. 175–184.
4. Paris P., Erdogan F. A critical analysis of crack propagation laws // Journal of Basic Engineering (Trans. ASME), 1963. No. 12. P. 528–534.

В качестве примера на рис. 7 приведены результаты прогнозирования устойчивого роста трещины МЦУ в критической зоне диска турбины высокого давления (из жаропрочного никелевого сплава ЭП742ИД) АГТД в области сопряжения поверхностей полотна и полки лабиринта (рис. 7,а,б). Диаграммы живучести построены в зависимости от глубины трещины (рис. 7,в) и ее размера на поверхности полотна (рис. 7,г). Как следует из рис. 7,в,г если максимальная глубина не выявляемой при ДК трещины в критической зоне диска составляет 0,2 или 0,4 мм (что соответствует размеру трещины на поверхности полотна 3,5 или 5,8 мм), то безопасный интервал ДК – 1300 или 1000 полетных циклов. В этом случае не обнаруженные при ДК трещины не выйдут до следующего контроля за границу устойчивого роста, которая достигается при глубине трещины 2 мм и ее размере на поверхности полотна 12,5 мм. Диаграмму на рис. 7,в целесообразно использовать, когда контролируется глубина трещины; диаграмму на рис. 7,г – при контроле длины трещины на поверхности диска.

Заключение

С использованием физически обоснованной математической модели устойчивого роста усталостных трещин разработаны методы прогнозирования кинетики трещин МЦУ в дисках АГТД, которые могут применяться при установлении ресурса дисков до первого ремонта (или первого ДК) и межремонтного ресурса (интервала ДК).

Для определения интервала ДК дисков АГТД при известной выявляемости трещин в критической зоне диска и требований к выявляемости трещин при заданном интервале ДК предложено использовать диаграммы живучести – зависимости периода устойчивого роста трещины МЦУ в критической зоне диска от начального размера этой трещины.

-
5. Туманов Н.В. Устойчивый рост усталостных трещин: микромеханизм и математическое моделирование // Заводская лаборатория. Диагностика материалов, 2018. Т. 84. № 11. С. 52–69.
 6. Рыбин В.В. Большие пластические деформации и разрушение металлов. М.: Металлургия, 1986. 224 с.
 7. Рыбин В.В. Структурно-кинетические аспекты физики развитой пластической деформации // Известия вузов. Физика, 1991. № 3. С. 7–22.
 8. Золотаревский Н.Ю., Рыбин В.В. Материаловедение. Фрагментация и текстуробразование при деформации металлических материалов. М.: изд-во Юрайт, 2018. 207 с.
 9. Инденбом В.Л., Орлов А.Н. Физика прочности сегодня // Физика металлов и металловедение, 1992. № 4. С. 4–7.
 10. Grosskreutz J.C., Shaw G.G. Fine subgrain structure adjacent to fatigue cracks // Acta Metallurgica, 1972. Vol. 20. No. 4. P. 523–528.
 11. Klesnil M., Lukáš P. Fatigue of metallic materials. Elsevier, 1992. 270 p.
 12. Яковлева Т.Ю. Локальная пластическая деформация и усталость металлов. Киев: Наукова думка, 2003. 236 с.
 13. Князева Е.Н., Курдюмов С.П. Основания синергетики. СПб.: Алетея, 2002. 414 с.
 14. Cook J., Gordon J.E. A mechanism for the control of crack propagation in all-brittle systems // Proc. Royal Soc. Ser. A, 1964. Vol. 282. No. 1393. P. 508–520.
 15. Туманов Н.В., Лаврентьева М.А. Фундаментальные и прикладные аспекты кинетики усталостных трещин // Труды Второй международной конференции «Фундаментальные исследования и инновационные технологии в машиностроении». М.: ИМАШ РАН, 2012. С. 442–448.
 16. Штремель М.А. Разрушение. В 2-х кн. Кн. 1. Разрушение материала. М.: Изд. Дом МИСиС, 2014. 670 с.
 17. Сиратори М., Миеси Т., Мацусита Х. Вычислительная механика разрушения. М.: Мир, 1986. 334 с.
 18. Туманов Н.В., Лаврентьева М.А., Черкасова С.А. Реконструкция и прогнозирование развития усталостных трещин в дисках авиационных газотурбинных двигателей // Конверсия в машиностроении, 2005. № 4–5. С. 98–106.
 19. Туманов Н.В., Лаврентьева М.А., Черкасова С.А., Серветник А.Н. Моделирование устойчивого роста усталостных трещин в дисках турбины авиадвигателей при простых и сложных циклах нагружения // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета, 2009. № 3(19). Ч. 1. С. 188–199.
 20. Туманов Н.В., Лаврентьева М.А., Черкасова С.А. Прогнозирование остаточного ресурса дисков турбины авиадвигателей на основании расчета периода устойчивого роста трещин малоциклового усталости // Вестник Московского авиационного института, 2011. Т. 18. № 5. С. 33–41.
 21. Erdogan F., Sih G.C. On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear // Journal of Basic Engineering, 1963. No. 12. P. 519–525.
 22. Черепанов Г.П. Механика разрушения. М.: Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2012. 872 с.
 23. Faidiga G., Zalošnik B. Determining a kink angle of a crack in mixed mode fracture using maximum energy release rate, SED and MTS criteria // Journal of Multidisciplinary Engineering and Technology, 2015. Vol. 2. Issue 1. P. 356–362.
 24. Морозов Е.М. Механика разрушения тел с трещинами // Машиностроение: Энциклопедия в 40 томах. Т. I-3. В 2-х кн. Кн. 1. Динамика и прочность машин. Теория механизмов и машин. М.: Машиностроение, 1994. С. 142–164.
 25. Туманов Н.В., Лаврентьева М.А. Концепция аддитивности циклической долговечности и ее применение для определения ресурса дисков авиадвигателей // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета, 2014. № 5(47). Ч. 1. С. 11–19.
 26. Туманов Н.В., Лаврентьева М.А., Воробьева Н.А., Калашникова А.И. Применение концепции аддитивности циклической долговечности для определения ресурса дисков авиадвигателей из гранулируемых сплавов // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета, 2015. Т. 14. № 3. Ч. 1. С. 49–59.

References

1. Raschety i ispytaniia na prochnost'. Metod otsenki soprotivleniia metallicheskih materialov ustalostnomu razrusheniiu po shagu ustalostnykh borozdok [Strength analysis and tests. Method of metal fatigue estimation based on fatigue striations spacing measurement]. Methodical recommendations MP 189-86. Moscow: VNIINMASH, 1986. 36 p.
2. Nozhnitskii Iu.A., Tumanov N.V., Cherkasova S.A., Lavrent'eva M.A. Fraktograficheskie metody opredeleniia ostatochnogo resursa diskov aviatsionnykh gazoturbinnnykh dvigatelei [Fractographic methods of residual life estimation for aero engine discs]. Vestnik Ufimskogo gosudarstvennogo aviatsionnogo tekhnicheskogo universiteta, 2011. Vol. 16. No. 4(44). P. 39–45.

-
3. Tumanov N.V., Cherkasova S.A., Lavrent'eva M.A., Vorob'eva N.A. Issledovanie mekhanizmov razvitiia treshchin malotsiklovoi ustalosti v diskakh aviadvigateli v usloviakh ekspluatatsii i otsenka ostatochnoi dolgovechnosti diskov [Study of low cycle fatigue crack growth mechanisms in aero engine discs and estimation of discs residual life]. Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta, 2011. No. 3(27). Part 2. P. 175–184.
 4. Paris P., Erdogan F. A critical analysis of crack propagation laws. Journal of Basic Engineering (Trans. ASME), 1963. No. 12. P. 528–534.
 5. Tumanov N.V. Ustoichivyi rost ustalostnykh treshchin: mikromekhanizm i matematicheskoe modelirovanie [Steady fatigue crack growth: micromechanism and mathematical modeling]. Zavodskaya laboratoriya. Diagnostika materialov, 2018. Vol. 84. No. 11. P. 52–69.
 6. Rybin V.V. Bol'shie plasticheskie deformatsii i razrushenie metallov [Large plastic deformation and fracture of metals]. Moscow: Metallurgiya, 1986. 224 p.
 7. Rybin V.V. Strukturno-kineticheskie aspekty fiziki razvitoi plasticheskoi deformatsii [Structurally-kinetic aspects of physics of intense plastic deformation]. Izvestiia vuzov. Fizika, 1991. No. 3. P. 7–22.
 8. Zolotarevskii N.Iu., Rybin V.V. Materialovedenie. Fragmentatsiia i teksturoobrazovanie pri deformatsii metallicheskih materialov [Materials science and texture formation at deformation of metallic materials]. Moscow: Iurait publ., 2018. 207 p.
 9. Indenbom V.L., Orlov A.N. Fizika prochnosti segodnia [Physics of strength today]. Fizika metallov i metallovedenie, 1992. No. 4. P. 4–7.
 10. Grosskreutz J.C., Shaw G.G. Fine subgrain structure adjacent to fatigue cracks. Acta Metallurgica, 1972. Vol. 20. No. 4. P. 523–528.
 11. Klesnil M., Lukáš P. Fatigue of metallic materials. Elsevier, 1992. 270 p.
 12. Iakovleva T.Iu. Lokal'naya plasticheskaya deformatsiia i ustalost' metallov [Local plastic deformation and fatigue of metals]. Kiev: Naukova dumka publ., 2003. 236 p.
 13. Kniazeva E.N., Kurdiumov S.P. Osnovaniia sinergetiki [Bases of synergetics]. St. Petersburg: Aleteia publ., 2002. 414 p.
 14. Cook J., Gordon J.E. A mechanism for the control of crack propagation in all-brittle systems. Proc. Royal Soc. Ser. A, 1964. Vol. 282. No. 1393. P. 508–520.
 15. Tumanov N.V., Lavrent'eva M.A. Fundamental'nye i prikladnye aspekty kinetiki ustalostnykh treshchin [Fundamental and applied aspects of fatigue crack kinetics]. Proc. of 2nd International conference «Basic researches and innovative technology in machine construction». Moscow: IMASh RAN, 2012. P. 442–448.
 16. Shtremel' M.A. Razrushenie. Book. 1. Razrushenie materiala [Fracture of a material]. Moscow: Dom MISiS publ., 2014. 670 p.
 17. Siratori M., Miesi T., Matsusita Kh. Vychislitel'naia mekhanika razrusheniia [Computing fracture mechanics]. Moscow: Mir publ., 1986. 334 p.
 18. Tumanov N.V., Lavrent'eva M.A., Cherkasova S.A. Rekonstruktsiia i prognozirovanie razvitiia ustalostnykh treshchin v diskakh aviatsionnykh gazoturbinnnykh dvigatelei [Reconstitution and prediction of fatigue crack growth in aero engine discs]. Konversiiya v mashinostroenii, 2005. No. 4–5. P. 98–106.
 19. Tumanov N.V., Lavrent'eva M.A., Cherkasova S.A., Servetnik A.N. Modelirovanie ustoichivogo rosta ustalostnykh treshchin v diskakh turbiny aviadvigateli pri prostykh i slozhnykh tsiklakh nagruzheniia [Modeling steady growth of fatigue cracks in aero engine turbine discs under simple and complex loading cycles]. Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta, 2009. No. 3(19). Part. 1. P. 188–199.
 20. Tumanov N.V., Lavrent'eva M.A., Cherkasova S.A. Prognozirovanie ostatochnogo resursa diskov turbiny aviadvigateli na osnovanii rascheta perioda ustoichivogo rosta treshchin malotsiklovoi ustalosti [Residual life prediction of aero engine turbine discs based on calculation of low cycle fatigue crack steady growth]. Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta, 2011. Vol. 18. No. 5. P. 33–41.
 21. Erdogan F., Sih G.C. On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear. Journal of Basic Engineering, 1963. No. 12. P. 519–525.
 22. Cherepanov G.P. Mekhanika razrusheniia [Fracture mechanics]. Izhevsk: Institut komp'iuternykh issledovaniia, 2012. 872 p.
 23. Faidiga G., Zalošnik B. Determining a kink angle of a crack in mixed mode fracture using maximum energy release rate, SED and MTS criteria. Journal of Multidisciplinary Engineering and Technology, 2015. Vol. 2. Issue 1. P. 356–362.
-

-
24. Morozov E.M. Mekhanika razrusheniia tel s treshchinami [Fracture mechanics of bodies with cracks]. Entsiklopediia. Vol. I-3. Book. 1. Dinamika i prochnost' mashin. Teoriia mekhanizmov i mashin [Dynamics and strength of machines. Theory of mechanisms and machines]. Moscow: Mashinostroenie, 1994. P. 142–164.
 25. Tumanov N.V., Lavrent'eva M.A. Kontsepsiia additivnosti tsiklicheskoii dolgovechnosti i ee primenie dlia opredeleniia resursa diskov aviadvigatelei [Conception of cyclic life additivity and its application for determining a service life of aero engine discs]. Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta, 2014. No. 5(47). Part. 1. P. 11–19.
 26. Tumanov N.V., Lavrent'eva M.A., Vorob'eva N.A., Kalashnikova A.I. Primenenie kontseptsii additivnosti tsiklicheskoii dolgovechnosti dlia opredeleniia resursa diskov aviadvigatelei iz granuliruemykh splavov [Application of cyclic life additivity conception for determining a service life of aero engine discs made from powder alloys]. Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta, 2015. Vol. 14. No. 3. Part. 1. P. 49–59.